



0 192792 090007

19-27-92-09  
(64.22)



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант N 1

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Олимпиада школьников ломоносов

по физике

Смирнова Ивана Глебовича

фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«21» февраля 2020 года

Подпись участника

Чистовик.

### NЧ.10.1. Вопросы.

Формула тонкой линзы!  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{s}$

$F$  - фокусное расстояние тонкой линзы,  
 $d$  - расстояние от источника света до линзы,  
 $s$  - расстояние от изображения до линзы.

$\Gamma = \frac{h_2}{h_1} = \frac{s}{d}$ ,  $\Gamma$  - увеличение (изогречное) линзы,  
 $h_2$  - размер изображения,  $h_1$  - размер источника,  
 $s$  - расст. от линзы до изображения,  $d$  - расст.  
 от линзы до источника.

Задача. Дано:

$$F = 10 \text{ см}$$

$$d = 25 \text{ см}$$

$$h_1 = 3 \text{ см}$$

$$L = ?$$

Решение

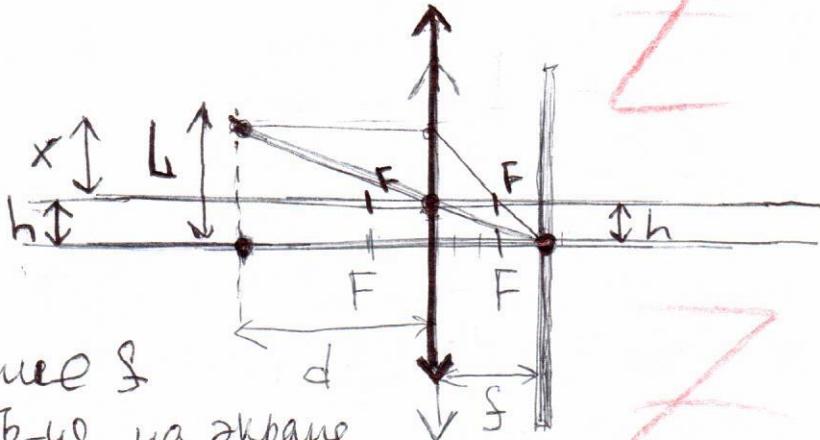
Найдем расстояние  $s$

от линзы до изображения на экране

в нач. момент (до сдвига линзы)

$$\text{По формуле тонкой линзы: } \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{s} \Rightarrow s = \frac{Fd}{d-F} = \frac{25 \text{ см} \cdot 10 \text{ см}}{25 \text{ см} - 10 \text{ см}} = \frac{50}{3} \text{ см} \approx 16,66 \text{ см}$$

Найдем  $\Gamma$  (увелич. линзы) сначала (до сдвига):  $\Gamma = \frac{s}{d} = \frac{\frac{50}{3} \text{ см}}{25 \text{ см}} = \frac{2}{3}$ . Убедившись после сдвига линзы изображение на экране осталось там же, источник необходимо переместить по вертикали, параллельно линзе. Пусть  $x$  - расстояние от нового положения источника до нового изображения. Главный опт. осн.  $\Rightarrow L = x + h$ . Так как величины  $d$  и  $s$  не изменяются, то  $\Gamma = \text{const}$  (изображение см. далее)



N 9.10.11 (упругоеложение).  $\Gamma = \text{const} = \frac{2}{3}$  Чистовик

$$\Gamma = \frac{h}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{3h}{2} = 3 \cdot \frac{3\text{ см}}{2} = 4,5 \text{ см.}$$

$$\text{Тогда } L = x + h = 4,5 \text{ см} + 3 \text{ см} = 7,5 \text{ см}$$

Ответ:  
 $L = 7,5 \text{ см}$

N 1.1.1. Вопросы

$\bar{P} = m \bar{V}$ , где  $\bar{P}$ -импульс мат. точки,  $m$ - ее масса,  
 $\bar{V}$ -ее скорость;  $\bar{P}_{\Sigma} = \sum m_i \bar{V}_i$

ЗСИ:  $\Delta \bar{P} = \bar{F}_{\text{внешн}} \Delta t$  или  $d\bar{P} = \bar{F}_{\text{внешн}} dt$  при мгновенного

изменении импульса.  $\bar{F}_{\text{внешн}}$ -суммарная внешняя сила, действ. на систему/тотку,  $\Delta t$  ( $dt$ ) - мгн-е время,  $\Delta \bar{P}$  ( $d\bar{P}$ ) - мгн-е импульса. При отсутствии внешних сил (либо если они компенсируют друг друга), а также при очень коротких промежутках времени ( $\Delta t/dt \rightarrow 0$ ) импульс токи/системы не изменяется  $\Delta \bar{P} = 0$ .

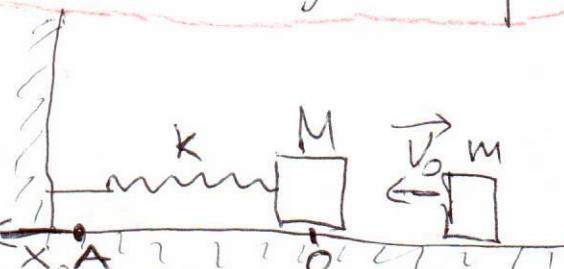
Задача. Дано | Решение

$$t_0 = \frac{7}{12} T$$

| Задача

$$n = M/m - ?$$

для системы



столкновение - иссл. столкновение (сразу):

$$\begin{cases} mV_0^2/2 = \frac{mV^2}{2} + \frac{MV^2}{2}, & V^1 - \text{скорость } m \text{ сразу после удара,} \\ mV_0 = MV - mV^1 & V - \text{скорость } M \text{ сразу после удара.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V^2 = V_0^2 - \frac{M}{m} V^2 \\ V^1 = \frac{M}{m} V - V_0 \end{cases} \Rightarrow V_0^2 - nV^2 = (nV - V_0)^2 \Rightarrow V_0^2 - nV^2 = n^2V^2 + V_0^2 - 2nV V_0 \Rightarrow n^2V^2 + nV^2 = 2nV V_0 / nV \neq 0$$

II найдем макс. скольжение

пружиной. Т.О-т. равновесия

или, т.к. пружина линейна

недеформирована до удара.

В этом случае

$$\text{ЗСИ} \text{ от Т.О до Т.А: } K \frac{x_{\max}^2}{2} = M \frac{V^2}{2} = X_{\max} = V \sqrt{\frac{M}{K}} = \frac{2V_0}{n+1} \sqrt{\frac{M}{K}}$$

или. предложение лучше

задать  
важно

надо  
скажи  
про  
записку  
автора

Чистовик) V.I.I (продолжение)

III Запишем ур-е колебаний в проф. момент при  $M$ :  $M \ddot{x} = -K \times (I) \text{ и Ньютона по } Ox$

$$\ddot{x} = -\frac{K}{M}x \Rightarrow \ddot{x} + \frac{K}{M}x = 0 \Rightarrow w = \sqrt{\frac{K}{M}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}}$$

$$x = x_{\max} \cos(wt + \varphi_0)$$

$$t_0 = \frac{\pi}{12} T = \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{M}{K}}$$

$$t=0: x=0 \Rightarrow 0 = x_{\max} \cos \varphi_0 \Rightarrow \cos \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \boxed{\frac{\pi}{2}} - \frac{\pi}{2}$$

$$t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{M}{K}}: x = x_{\max} \Rightarrow x_{\max} = x_{\max} \cos(\varphi_0 + \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{M}{K}} \cdot \sqrt{\frac{K}{M}})$$

$$\cos(\varphi_0 + \frac{\pi}{2}) = 1 \Rightarrow \varphi_0 + \frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \boxed{-\frac{\pi}{2}}$$

IV найдем  $V_K$  - скорость  $M$  в торце столкновения (второго). В:  $V_K = \frac{dx}{dt}$  (т.к. направлена против начального син);  $V_K = - (x_{\max} w \sin(wt_0 + \varphi_0)) = - (-\sqrt{\frac{M}{K}} \cdot \frac{2V_0}{n+1} \sqrt{\frac{K}{M}} \cdot \sin(\sqrt{\frac{K}{M}} \cdot \frac{\pi}{12} 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} - \frac{\pi}{2})) = \frac{2V_0}{n+1} \cdot \sin(\frac{\pi}{6} \pi - \frac{\pi}{2}) =$

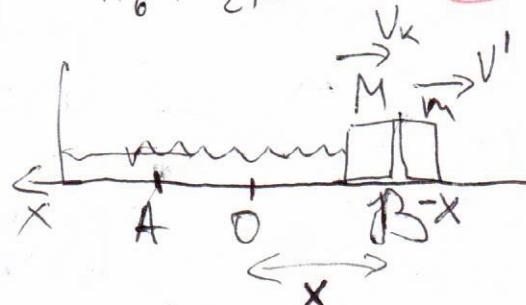
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{2V_0}{n+1} = \sqrt{3} \frac{V_0}{n+1} \quad \text{⑦}$$

V Запишем ур-е движ-ия гел  $m$  после столкновения:

$$-x = V' t_0$$

$$|x| = V' t_0 = V_0 \frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{7}{6} \pi \sqrt{\frac{M}{K}}$$

Скорость  $m$  неизменна, т.к. после столкновения (первого) на него не действует никакие силы по  $Ox$ .



VI ЗСД от момента сразу после первого столкновения до момента перед вторым столкновением гел  $M$ :

$$\frac{Kx^2}{2} + \frac{M}{2} V_K^2 - \frac{M}{2} V^2 = 0 \Rightarrow \frac{49}{36} \pi^2 \frac{M}{K} \frac{V_0^2 (n-1)^2}{(n+1)} \cdot K + \frac{M}{2} \frac{3V_0^2}{(n+1)^2} = \frac{M \cdot 4V_0^2}{2(n+1)^2}$$

$$\frac{49}{36} \pi^2 (n-1)^2 = 4 - 3 = 1$$

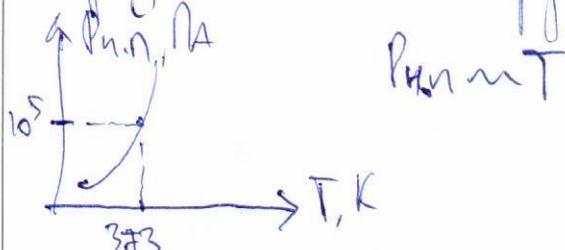
$$(n-1)^2 = \frac{36}{49\pi^2} \Rightarrow n-1 = \frac{6}{7\pi} \Rightarrow n = \frac{6+7\pi}{7\pi}$$

$$\text{Ответ: } n = \frac{6}{7\pi} + 1 = \frac{6+7\pi}{7\pi}$$

15

смена  
рублей

Числовые  
N 2.4.1. Вопрос. Испаряющий пар-пар, относ. влажность которого = 100%, т.е. изменение давление испаряющего пара. В насыщ. паре процесс конденсации с парообразованием компенсирует друг друга ( $P_{\text{исп}} = P_{\text{кон}}$ ). (6)



Задача.

Дано:

$$T = 100^\circ\text{C} = 373\text{K}$$

$$h = 35\text{ см} = 0,35\text{ м}$$

$$\Delta h = 5\text{ см} = 0,05\text{ м}$$

$$S = 100\text{ см}^2 = 0,01\text{ м}^2$$

$$P_0 = 10^5 \text{ Па}$$

$$M_{H_2O} = 18 \frac{\text{г}}{\text{моль}} = 0,018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$R = 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{К}\cdot\text{моль}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м/с}^2}{\text{сек}^2}$$

$$M = 10 \text{ кг}$$

$$\Delta m - ?$$

$$S_{\text{n.s.}} = \frac{1}{T}$$

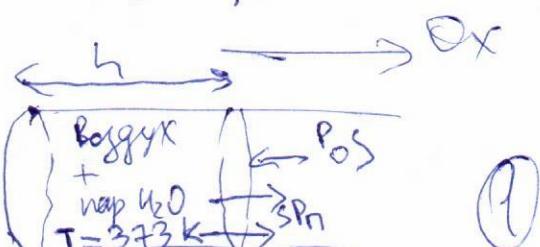
Решение

Задача  
II з. и Насыщена  
водой паром в ① и ②

сумма по Ох:

$$① P_{\text{б}} S = P_{\text{n.s.}} + P_{\text{б}} S_{\text{б}}$$

$$② P_{\text{б}} S + Mg = P_{\text{б}}' S + P_{\text{б}}' S$$



Бо ② сумма давление пара -  $P_0$ , Т, К  
вода конденсируется, пар насыщенный водой,

а значит он насыщенный,  $T = 100^\circ\text{C} \Rightarrow P = P_{\text{атм}} = P_0$   
или  $Mg = P_{\text{б}} S$ . Задача упр-ше Менделеева-Капен-  
гина для боргера, пара в ① и ② атмосф.

$$① \left\{ \begin{array}{l} P_{\text{б}} S h = P_{\text{б}} S RT \\ P_{\text{n.s.}} S h = P_{\text{н.s.}} RT \end{array} \right. \Rightarrow \frac{P_{\text{б}} S}{P_{\text{н.s.}}} = \frac{h - \Delta h}{h} \Rightarrow \frac{P_{\text{б}} S}{P_{\text{н.s.}}} = \frac{P_{\text{н.s.}}}{h} (h - \Delta h) =$$

$$② \left\{ \begin{array}{l} P_{\text{б}}' S (h - \Delta h) = P_{\text{б}}' S RT \\ P_{\text{б}}' S (h - \Delta h) = P_{\text{н.s.}} RT \end{array} \right. \Rightarrow P_{\text{б}}' S = \frac{Mg}{Sh} (h - \Delta h) - \text{погр.}$$

Продолжение далее

давление насыщ. пара пропорционально температуре  
Меняет обратно на температуру

Ох

← h →

← P\_{\text{б}} S →

← P\_{\text{б}}' S →

← P\_{\text{н.s.}} →

№ 2.7.1. (продолжение)

Чистовик

$$P_{\text{сог}} = \frac{Mg}{Sh} (h - \Delta h) - \text{негр. б. по II з. н. гид. Оснагл.}$$

$$P_{\text{сог}} = P_n S + \frac{Mg}{Sh} (h - \Delta h) S$$

$$P_n = P_0 - \frac{Mg (h - \Delta h)}{Sh}$$

Баротен из ур-ия  $\otimes$  ур-ие  $\star$  (ур-ие М-К для  
сог. пара синтана — ур-ие М-К для пары воды).

$$P_n S_h - P_0 S (h - \Delta h) = RT (\gamma_{H_2O} - \gamma'_{H_2O})$$

$$P_0 S_h - Mg(h - \Delta h) - P_0 S (h - \Delta h) = \frac{RT}{M_{H_2O}} (m - m')$$

$$m - m' = \Delta m = \frac{M_{H_2O}}{RT} (P_0 S \Delta h - Mg h + Mg \Delta h) =$$

$$= \frac{0,018 \text{ кг/моль}}{8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} \cdot (10^5 \text{ Па} \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ м} - 10 \cdot 10 \cdot 0,35 + 10 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2})$$

$$= \frac{0,018 (10^5 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-2} - 10 \cdot 10 \cdot 0,35 + 10 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2})}{8,3 \cdot 373} = \frac{0,018}{8,3 \cdot 373} (50 - 35 + 5) =$$

$$= \frac{20 \cdot 0,018}{8,3 \cdot 373} = \frac{0,36}{8,3 \cdot 373} = \frac{0,36}{3095,9} \approx \frac{0,36}{3096} = \frac{0,6}{516} = \frac{0,1}{86} =$$

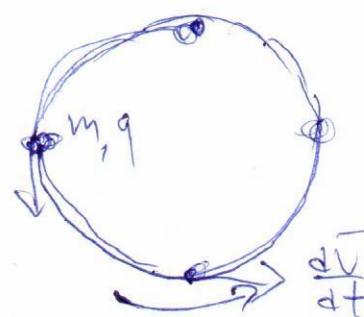
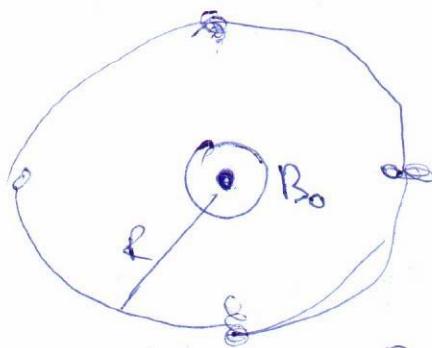
$$= \frac{1}{860} \text{ кг} \quad \text{Ответ: } \frac{1}{860} \text{ кг}$$

№ 3.7.1. Вопрос!  $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \cos \alpha$ ,  $\vec{B}$  — вектор магн.индукции,  $\vec{S}$  — плоскость поб-ти,  $\alpha$  — угол между нормалью  
к поб-ти и вектором  $\vec{B}$ .Э-и индукция — значение, напр. на предыдущем  
изменении магн. поля

Сле. продолжение далее

Задача (продолжение)

(Четверик)

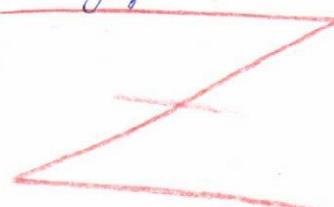


Дано:

$$\left. \begin{array}{l} B_0 = 100 \text{ Г} \\ N = 100 \\ m = 10^{-5} \text{ кг} \\ q = 10^{-7} \text{ к} \\ n_{\max} ? \end{array} \right\}$$

Решение  
Чт-жя ввкмчение магн. поля  
изменяется вихревое электриче-  
ское поле. По правилу правой  
руки  $\vec{E}$  направ-но против часовой  
стремки, т.к. при-не  $\vec{B}$  направ-но  
от нас, а <sup>электрич.</sup> токи индуцируют (стрем-  
ящиеся поменять при-не) - на нас.  
Изменение  $\vec{B}$  порождает ЭДС индукции.

$$E_i = - \frac{d\Phi}{dt}; \Phi = |\vec{B}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos \alpha = BS$$



$$E_i = -S \cdot \frac{dB}{dt} = -\pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

Когда колесо начнет вращаться, это разнесет  
магнитное поле будет поддерживать  $\vec{E}$ .

~~ЭДС~~ И =  $E_i = E 2\pi R$ . Найдем  $E$  из  $\vec{F}$  на  
один биссектрисы:

$$m \frac{dV}{dt} = Eq \quad (\text{но на колесо действует } B \text{ вправо}) \Rightarrow E = \frac{m}{q} \frac{dV}{dt}$$

$$\text{Тогда: } \int_B^0 -\pi R^2 \frac{dB}{dt} = 2\pi R \frac{m}{q} \frac{dV}{dt} \quad | : \frac{\pi R}{dt}$$

$$B_0 R = 2 \frac{m}{q} \cdot V \Rightarrow \frac{V}{R} = W = \frac{B_0 q}{2m} - \text{чекл. частота вращ-} \\ \text{ия колеса после включения } B.$$

№3.7.1 (продолжение)

чертёжник

$$\omega = \frac{B_0 q}{2m} - \text{умнож. частота вращения колеса}$$

$$\omega = \frac{B_0 q}{2m \cdot 2\pi} - \text{частота вращения колеса}$$

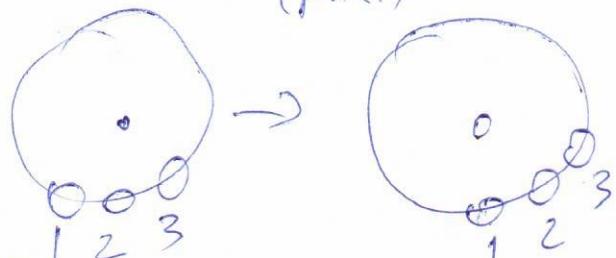
$n_{\max}$  должен быть таким, чтобы в каждом кадре колесо съезжалось на одну бусинку (пример на рис-ке) (рис.)

т.к. бусинок 100,  
то частота съезжания  
может быть в 100 раз быстрее частоты вращения колеса.

$$n = \frac{100 B_0 q}{\pi \cdot 4m} = \frac{100 \cdot 100 \pi \cdot 1 \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 4 \cdot 10^{-5} \cdot KF \cdot 10^{-2}} = \frac{25}{4} \cdot c^{-1}$$

Ошибки:

$$\frac{25}{4} c^{-1} \text{ или } \frac{25}{4} \frac{\text{кард}}{c}$$



Черновик

$$\frac{m \frac{dV}{dt}}{q} = Eq$$

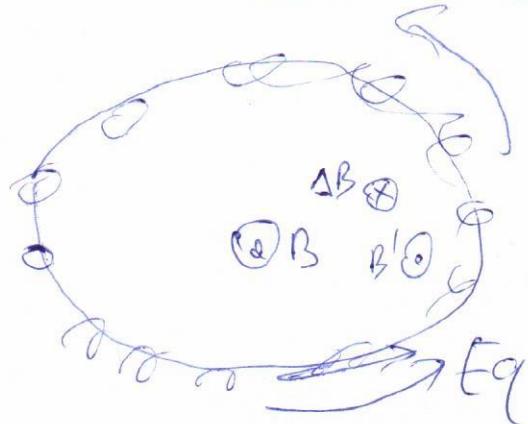
$$E = \frac{m \frac{dV}{dt}}{q}$$

$$E_i =$$



Черновик

№ 3.7.1.



$$\Delta \Phi = \Delta B S = \pi R^2 (\Delta B)$$

~~$$\frac{d\Phi}{dt} = dB$$~~

~~$$S dB = \int \frac{d\Phi}{dt} = \partial B$$~~

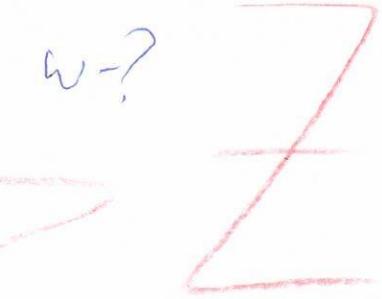
$$E_I = - \frac{d\Phi}{dt} = - S \frac{dB}{dt} = - \frac{dB}{dt} \cdot \pi R^2$$

~~$$E_i = \frac{2\pi R}{T} E \neq 2\pi R$$~~

$$-\frac{dB}{dt} \cdot \pi R^2 = \frac{m dV}{q dt} \cdot 2\pi R$$

$$B F = \frac{m}{q} \int dV$$

w?



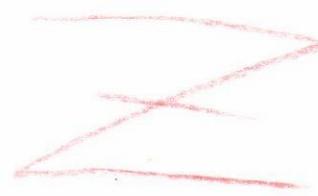
$$m \frac{dV}{dt} = Eq$$

$$E = \frac{m dV}{q dt}$$

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

~~чертёжник!~~

$$\frac{49}{36} \pi^2 V_0^2 \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 + \frac{3V_0^2}{(n+1)^2} = \frac{4V_0^2}{(n+1)^2}$$



$$(n-1)^2 \cdot \frac{49}{36} \pi^2 = 1 \Rightarrow n-1 = \frac{6}{7\pi} \Rightarrow n = \frac{6+7\pi}{7\pi}$$

$$S\Phi_0 = S\Phi_{\text{бог}} + S\Phi_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$\rho_0 = \rho_{\text{бог}} + \rho_{\text{H}_2\text{O}}$$

но сме!

$$S\Phi_0 + Mg = S\Phi'_{\text{бог}} + S\Phi_{\text{b}}$$

$$\rho_{\text{бог}'} = \frac{Mg}{S}$$



$$\begin{array}{r} 316 \\ \times 18 \\ \hline 26 \\ 316 \\ \hline 564 \end{array}$$



$$\rho_{\text{бог}} V = \rho_{\text{бог}} RT$$

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} V = \rho_{\text{H}_2\text{O}} RT$$

$$\rho_0 V = \rho_{\text{H}_2\text{O}} RT$$

$$\rho_{\text{бог}'} V = \rho_{\text{бог}'} RT$$

$$\rho_{\text{бог}'} = \frac{Sh}{S(h-\Delta h)} = \frac{h}{h-\Delta h}$$

$$\rho_{\text{бог}'} = \frac{Mg}{S_h (h-\Delta h)}$$

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} = \rho_0 - \frac{Mg}{S_h (h-\Delta h)}$$

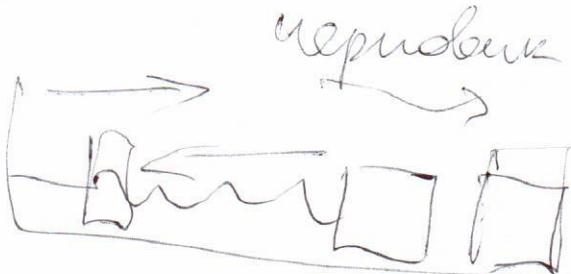
$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} = \rho_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\rho_0 (h-\Delta h) - Sh}{RT}$$

$$\begin{array}{r} 3600000 \\ \hline 309590 \\ 50410 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$30959 = 3800$$

$$\begin{array}{r} 3096 \\ \hline 30 \\ 09 \\ 6 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 516 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 373 \\ 83 \\ \hline 1119 \\ 2984 \\ \hline 30959 \end{array}$$

$$t = \frac{7}{12} 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}}$$

$$x = V_0 t = \frac{7}{12} \pi \sqrt{\frac{M}{K}} \cdot V_0 \frac{n+1}{n+1}$$

~~$$x = vt = \frac{t}{T}$$~~

~~$$x = vt = \frac{2V_0}{n+1} \sqrt{\frac{M}{K}} \cdot \frac{7}{6} \pi$$~~

~~$$x = x_{\max} \cos \omega t$$~~

$$\frac{kx^2}{2} + \frac{MV_k^2}{2} = \frac{MV^2}{2}$$

$$\frac{kx^2}{2} + \frac{MV_k^2}{2} = \frac{MV^2}{2}$$

~~$$\frac{k}{2} \frac{49}{36} \pi^2 V_0^2 \frac{M}{K} \frac{V^2}{(n+1)^2} = MV_k^2 = M$$~~

$$k \cdot \frac{49}{36} \pi^2 V_0^2 \left(\frac{n+1}{n+1}\right)^2 \frac{M}{K} + MV_k^2 = M \frac{4V_0^2}{(n+1)^2}$$

$$x = x_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$W = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}}$$

$$t=0 \quad \theta = x_{\max} \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \left[ \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$x_{\max} = \sqrt{\frac{M}{K}} \cdot \frac{2V_0}{n+1}$$

$$T_1 : x_{\max} = x_{\max} \cos \left( \frac{\pi}{2} + \varphi \right)$$

$$\varphi = \frac{3\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$$

$$V_x = x_{\max} W \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = x_{\max} W \cos \omega t =$$

$$\frac{2V_0}{n+1} \sqrt{\frac{M}{K}} \cdot \sqrt{\frac{K}{M}} \cdot \cos \left( \sqrt{\frac{K}{M}} \cdot \sqrt{\frac{M}{K}} \cdot \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2V_0}{n+1} = \frac{V_0 \sqrt{3}}{n+1}$$

Z

$$\frac{7\pi}{12}; \frac{2\pi}{12}$$

$$\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}$$

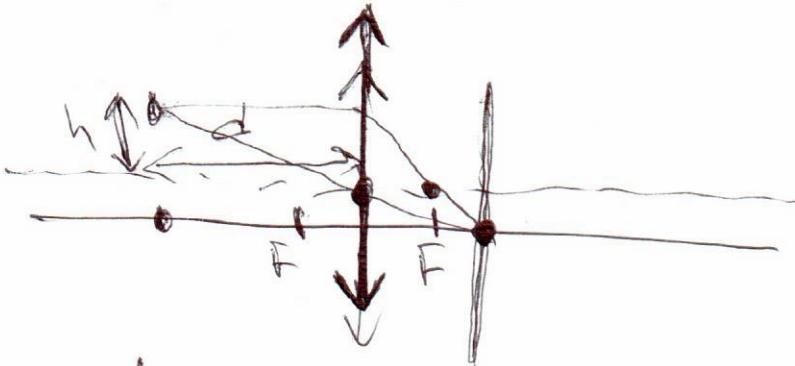
Чертежик

$$\text{№4. } \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{s}$$

$$F = \frac{s}{d}$$

$$d = 25$$

$$F = 10$$



$$\frac{1}{d} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow s = \frac{fd}{d-f} = \frac{10 \cdot 25}{15} = \frac{250}{3} \text{ см} =$$

$$F = \frac{s}{d} = \frac{50/3}{25} = \frac{2}{3} \text{ см}$$

$$\approx 16,66 \text{ см}$$

$$\Gamma = \frac{2}{3} = \frac{3}{n} \Rightarrow n = \frac{9}{2} = 4,5 \quad n = M/m$$



$$M \frac{V^2}{2} = Kx_{\max}^2$$

$$x_{\max} = \sqrt{\frac{M}{K}} V$$

$$M \ddot{x} = -Kx$$

$$\ddot{x} + \frac{K}{M} x = 0$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}}$$

$$W = \sqrt{\frac{K}{m}} \sqrt{\frac{M}{K}} = \sqrt{\frac{K \cdot M}{mK}} = \sqrt{\frac{M}{m}} = \sqrt{\frac{m \cdot m}{m}} = \sqrt{m}$$

$$h^2 V^2 = V_0^2 - hV^2 = h^2 V^2 - 2hV V_0 + V_0^2$$

$$\begin{cases} V_0^2 = hV^2 + V'^2 \\ V_0 = hV - V' \end{cases}$$

$$h^2 V^2 + hV^2 - 2hV V_0 = 0$$

$$V^2 (h^2 + 1) - 2hV V_0 = 0$$

$$V(V(h+1) - 2V_0) = 0$$

$$V = \frac{2V_0}{h+1}$$

$$V' = \frac{2hV_0}{h+1} - V_0 = V_0 \frac{h-1}{h+1}$$

