



43-55-04-53  
(66.12)



# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения Москва  
город

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по физике  
профиль олимпиады

Лычевой Екатерины Олеговны  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата  
«21» февраля 2020 года

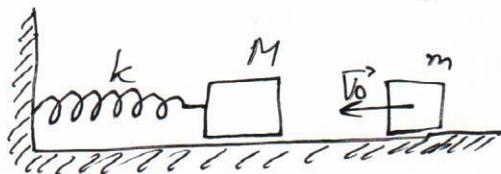
Подпись участника  
Лычева

43-55-04-53

(66.12)

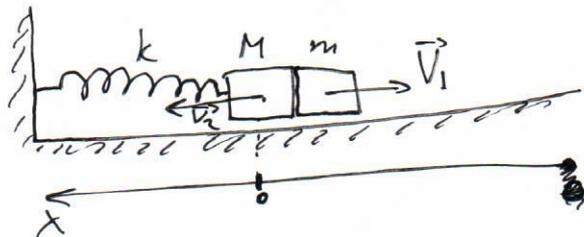
Чистовик.

Задача 1.1.3.



$$n = \frac{M}{m} - 1$$

Момент сразу после столкновения:



Запишем ЗСЭ и ЗСУ:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{MV_2^2}{2} \Rightarrow mV_0^2 = mV_1^2 + MV_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m(V_0 - V_1)(V_0 + V_1) = MV_2^2$$

$$mV_0 = mV_1 + MV_2 \Rightarrow \text{Ох: } mV_0 = MV_2 - mV_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m(V_0 + V_1) = MV_2$$

$$\frac{m(V_0 - V_1)(V_0 + V_1)}{m(V_0 + V_1)} = \frac{MV_2^2}{MV_2} \Rightarrow V_0 - V_1 = V_2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mV_0 = MV_0 - MV_1 - mV_1 \Rightarrow V_1 = \frac{M-m}{M+m} V_0$$

$$V_2 = V_0 - V_1 \quad ; \quad V_2 = V_0 - \frac{M-m}{M+m} V_0 \Rightarrow V_2 = V_0 \left(1 - \frac{M-m}{M+m}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_2 = V_0 \cdot \frac{M+m - M+m}{M+m} \Rightarrow V_2 = \frac{2m}{M+m} V_0$$

Пусть  $X_m$  - амплитуда колебаний груза  $M$ . Так как колебания гармонические, то они совершаются по закону синуса или косинуса.

$$\frac{MV_2^2}{2} = \frac{kX_m^2}{2} \Rightarrow MV_2^2 = kX_m^2 \quad ; \quad M \left(\frac{2mV_0}{M+m}\right)^2 = kX_m^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_m = \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \frac{2mV_0}{M+m}$$

Заметим, что  $X(0) = 0$ . Тогда можем сделать вывод, что зависимость  $X(t)$  ~~происходит~~ происходит по закону синуса следующим образом:  
( $t$  - время)

$$\cancel{X(t) = X_m \sin(\frac{2\pi t}{T})} \quad X(t) = X_m \sin(\omega t); \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow X(t) = X_m \sin(2\pi \frac{t}{T})$$

Пусть  $x_0$  - точка, в которой брусок  $M$  достиг бруска  $m$ .

$$\cancel{X_0 = X_m \sin(\omega \cdot \frac{2}{3} T)} \Rightarrow X_0 = X_m \sin(\frac{2}{3} \omega)$$

В любой момент времени на брусок  $M$  действует сила ~~Рез~~  $F = -kx$

$$F = Ma \quad | \Rightarrow Ma = -kx \Rightarrow a = -\frac{k}{M} x$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad | \Rightarrow a = -\omega^2 x \quad | \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{M} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

Точка встречи:  $X_0 = X_m \sin(\frac{2}{3} \sqrt{\frac{k}{M}})$

$$\cancel{X_m = \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \frac{2mV_0}{M+m}} \quad | \Rightarrow X_0 = \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \frac{2mV_0}{M+m} \sin(\frac{2}{3} \sqrt{\frac{k}{M}})$$

$$X_0 = X_m \sin(\frac{2}{3} T \cdot 2\pi) \Rightarrow X_0 = X_m \sin(\frac{4}{3} \pi) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_0 = X_m \cdot (-\sin \frac{\pi}{3}) \Rightarrow X_0 = -X_m \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow X_0 = -\frac{\sqrt{3}}{2} X_m \quad \Rightarrow$$

$$X_m = \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \frac{2mV_0}{M+m}$$

$$\Rightarrow X_0 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \frac{2mV_0}{M+m} \Rightarrow X_0 = -\sqrt{\frac{3M}{k}} \cdot \frac{mV_0}{M+m} \quad (1)$$

Для тела  $m$ :  $x_0 = -V_1 t$

$$V_1 = \frac{M-m}{M+m} V_0$$

$$t = \frac{2}{3} T$$

В любой момент времени на брусок  $M$  действует

$$F = -kx \quad | \Rightarrow Ma = -kx \Rightarrow a = -\frac{k}{M} x$$

$$\ddot{X} + \omega^2 X = 0 \quad \left| \Rightarrow a = -\omega^2 X; \text{ Тогда } \omega^2 = \frac{k}{M} \Rightarrow \right.$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \quad \left| \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} \right.$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\text{Тогда } X_0 = -\frac{M-m}{M+m} V_0 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} \quad (2)$$

Приравняем правые части выражений (1) и (2), т.к. равны их левые части:

$$-\sqrt{\frac{3M}{k}} \cdot \frac{m V_0}{M+m} = -\frac{M-m}{M+m} V_0 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \cdot \frac{M}{k} \cdot \frac{m}{M+m} V_0 = \frac{M-m}{M+m} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3} m}{M+m} = \frac{4\pi(M-m)}{3(M+m)} \Rightarrow \sqrt{3} m = \frac{4}{3} \pi (M-m) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{3} m = 4\pi(M-m) \Rightarrow 3\sqrt{3} m = 4\pi M - 4\pi m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m(3\sqrt{3} + 4\pi) = 4\pi M \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{3\sqrt{3} + 4\pi}{4\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{M}{m} = \frac{3\sqrt{3} + 4\pi}{4\pi}$$

$$\text{Ответ: } \frac{3\sqrt{3} + 4\pi}{4\pi}$$

*это не определено!*

Вопросы: Потенциальная энергия — это энергия, изменение которой зависит от начального и конечного положений тела; не зависит от траектории его движения; на замкнутой контуре равно нулю.

Выражение для потенциальной энергии тела вблизи поверхности Земли:  $E_{\text{пот}} = mgh$ , где  $m$  — масса тела;  $g$  — ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли;  $h$  — уровень подъёма над поверхностью Земли.

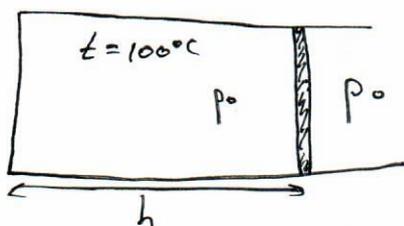
Стоит отметить, что за нулевой уровень здесь принят уровень  $h = 0$

Потенциальная энергия деформированной пружины:

$$E_{\text{пот}} = \frac{k \Delta l^2}{2}, \text{ где } k \text{ — жёсткость пружины, } \Delta l \text{ — её абсолютное удлинение.}$$

2.4.3 Задача

1)



$$T = 373\text{K}$$

$$\Delta m = 0,12$$

$$S = 100\text{см}^2$$

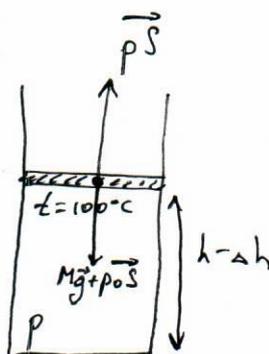
$$p_0 = 10^5\text{Па}$$

$$\mu = 18 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$R = 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

2)



Пусть изначально в сосуде  $m$  воды и  $\nu$  воздуха;  
 $[\nu]$  - моль;  $[\Delta]$  - моль.

1)  $p_0 = p_{\text{возд}} + p_{\text{воды}}$

$$p_{\text{возд}} V = \nu R T \quad \left| \Rightarrow p_{\text{возд}} = \frac{\nu R T}{h S} \right.$$

$$V = h S$$

$$p_{\text{воды}} V = \frac{m}{\mu} R T \quad \Rightarrow p_{\text{воды}} = \frac{m R T}{\mu h S}$$

$$\Rightarrow p_0 = \frac{\nu R T}{h S} + \frac{m R T}{\mu h S} \Rightarrow p_0 = \frac{R T}{h S} \left( \nu + \frac{m}{\mu} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nu + \frac{m}{\mu} = \frac{p_0 h S}{R T}$$

2)  $p S = Mg + p_0 S \Rightarrow p = \frac{Mg}{S} + p_0$

$$p = p_{\text{возд}} + p_{\text{воды}}$$

$$p_{\text{возд}} V = \nu R T \quad \left| \Rightarrow p_{\text{возд}} = \frac{\nu R T}{(h - \Delta h) S} \right.$$

$$V = (h - \Delta h) S$$

$$p_{\text{воды}} V = \frac{m - \Delta m}{\mu} R T \quad \Rightarrow p_{\text{воды}} = \frac{(m - \Delta m) R T}{\mu (h - \Delta h) S}$$

$$\Rightarrow p = \frac{\nu R T}{(h - \Delta h) S} + \frac{(m - \Delta m) R T}{\mu (h - \Delta h) S} \Rightarrow p = \frac{R T}{(h - \Delta h) S} \left( \nu + \frac{m}{\mu} - \frac{\Delta m}{\mu} \right)$$

$$\Rightarrow p = \frac{R T}{(h - \Delta h) S} \cdot \left( \frac{p_0 h S}{R T} - \frac{\Delta m}{\mu} \right) \Rightarrow p = \frac{R T p_0 h S}{(h - \Delta h) S R T} - \frac{\Delta m}{\mu} \cdot \frac{R T}{(h - \Delta h) S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{p_0 h}{(h - \Delta h)} - \frac{\Delta m}{\mu} \cdot \frac{R T}{(h - \Delta h) S}$$

$$p = \frac{Mg}{S} + p_0$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_0 h}{(h-\Delta h)} - \frac{\Delta m}{\mu} \cdot \frac{RT}{(h-\Delta h)S} = \frac{Mg}{S} + \rho_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_0 \left( \frac{h}{h-\Delta h} - 1 \right) - \frac{\Delta m}{\mu} \cdot \frac{RT}{(h-\Delta h)S} = \frac{Mg}{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_0 \cdot \frac{h-h+\Delta h}{h-\Delta h} - \frac{\Delta m}{\mu} \cdot \frac{RT}{(h-\Delta h)S} = \frac{Mg}{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_0 \Delta h}{h-\Delta h} - \frac{\Delta m RT}{\mu(h-\Delta h)S} = \frac{Mg}{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{M = \frac{\rho_0 \Delta h S}{(h-\Delta h)g} - \frac{\Delta m RT}{\mu(h-\Delta h)g}}$$

При расчёте переведу всё в систему СИ.

$$M = \frac{10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 100 \cdot 10^{-4}}{(35 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-2}) \cdot 10} - \frac{0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 8,3 \cdot 373}{18 \cdot 10^{-3} \cdot (35 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-2}) \cdot 10} =$$

$$= \frac{5}{30 \cdot 10^{-2}} - \frac{10^{-4} \cdot 8,3 \cdot 373}{18 \cdot 10^{-5} \cdot 300} = \frac{500}{30} - \frac{8,3 \cdot 373}{18 \cdot 300 \cdot 10^{-1}} =$$

$$= \frac{50}{3} - \frac{8,3 \cdot 373}{18 \cdot 300} = \frac{50 \cdot 1800 - 83 \cdot 373}{18 \cdot 300} \approx 10,9 \text{ (кг)}$$

$$\begin{array}{r} \times 1800 \\ 50 \\ \hline 90000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 373 \\ 83 \\ \hline + 1119 \\ 2384 \\ \hline 30959 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 90000 \\ 30959 \\ \hline 59041 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 59041 \mid 5400 \\ 5400 \\ \hline - 50410 \\ 48600 \\ \hline 1810 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 300 \\ \hline 5400 \end{array}$$

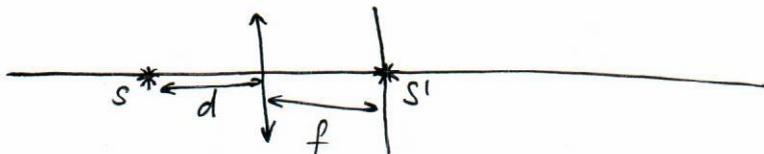
Ответ: 10,9 кг.

Вопросы: Чем давление ниже, тем ниже температура кипения.

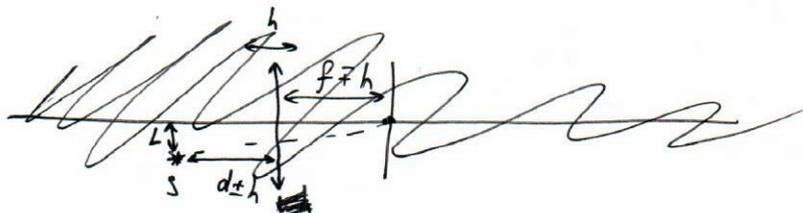
Температура кипения — это температура, при которой процесс испарения происходит по всему объёму жидкости.

Задача 4.10.3

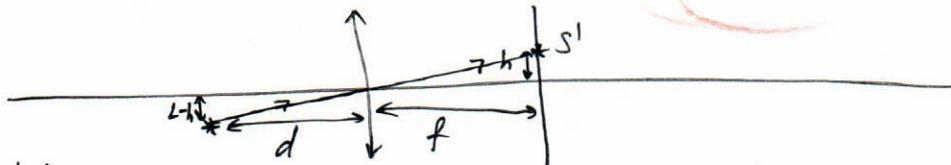
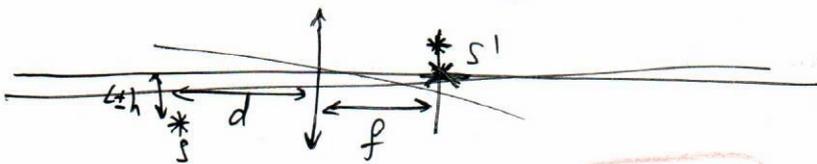
$d = 24 \text{ см}$   
 $L = 6 \text{ см}$   
 $h = 2 \text{ см}$   
 $F = ?$



1)



2)



$$\frac{L-h}{d} = \frac{h}{f} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = \frac{h}{L-h} d$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{L-h}{hd} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{h+L-h}{hd} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{L}{hd} \Rightarrow F = \frac{hd}{L} \Rightarrow F = \frac{2 \text{ см} \cdot 24 \text{ см}}{6 \text{ см}} = 8 \text{ см}$$

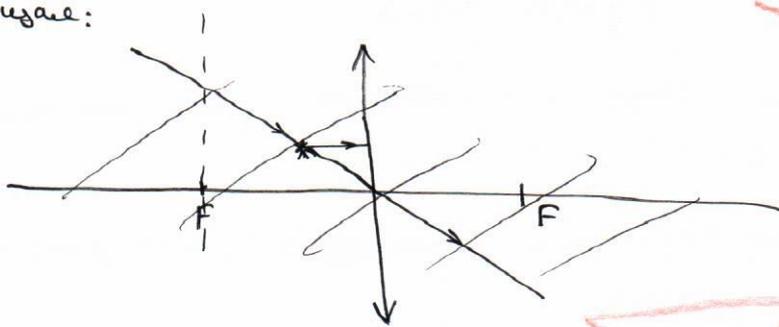
Ответ: 8 см.

Вопросы:

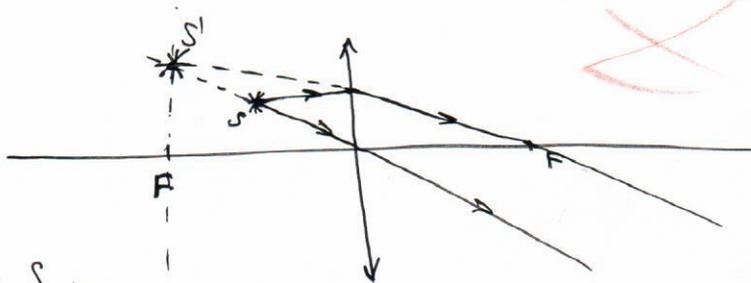
Примеры построения изображений

Собирающая:

4D

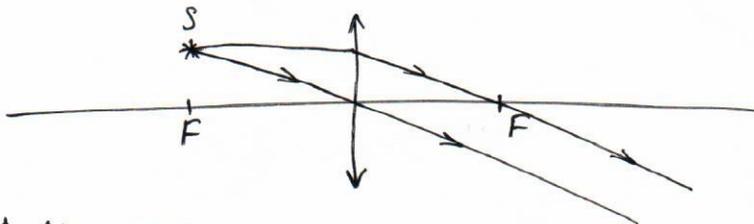


1)



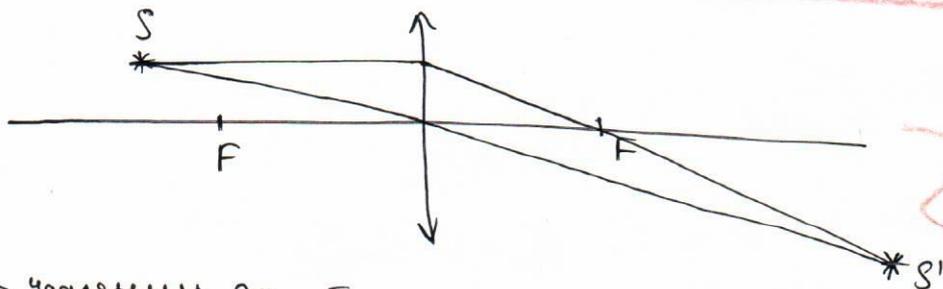
Когда  $S$  удалено менее, чем на фокусное расстояние, то получаем мнимое ~~уменьшенное~~ изображение

2)



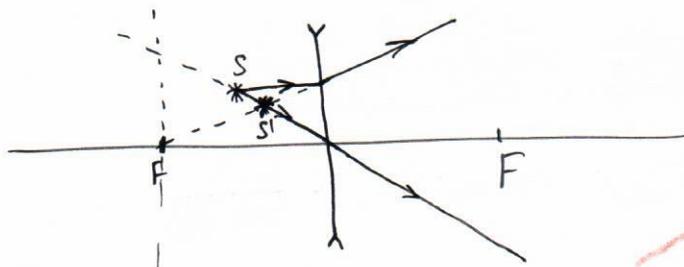
Если предмет/источник находится на фокусном расстоянии, то его изображение не будет получено (или будет получено на бесконечности)

3)

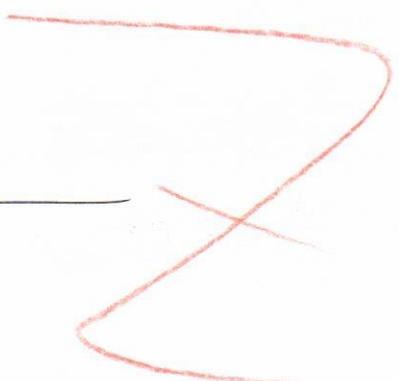


При удалении за  $F$  получаем действительное изображение. (при  $F < d < 2F$  - увеличенное; при  $d = 2F$  - равное; при  $d > 2F$  - уменьшенное)

Рассеивающая линза:



Получим мнимое изображение.

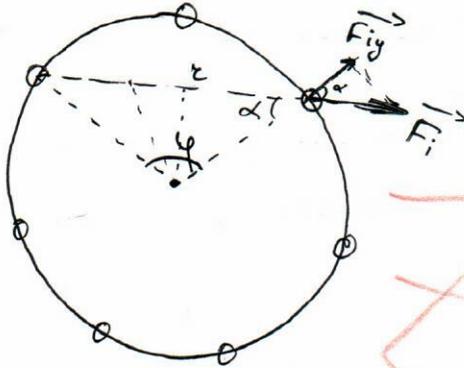


Задача 3.7.3

Вопросы:

Индуктивность — это характеристика проводника по его способности к самоиндукции. (катушка, имеет одну обмотку)

$\mathcal{E}_i = -L I_i$ , где  $\mathcal{E}_i$  — ЭДС самоиндукции;  $L$  — индуктивность проводника;  $I_i$  — ток самоиндукции.



$$\left. \begin{aligned} VT &= \frac{2\pi R}{N} \\ T &= \frac{1}{n} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{2\pi R n}{N}$$

не угадал  
2л/м индукции

$$\begin{aligned} F_n &= BqV \\ a_y &= \frac{V^2}{R} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \pi - 2\alpha = \frac{2\pi i}{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi i}{N}$$

$$m \vec{a}_y = \sum_{i=1}^{N-1} \vec{F}_{iy}$$

$$F_i = \frac{kq^2}{r^2}$$

$$r^2 = 2R^2(1 - \cos\varphi) \Rightarrow F_i = \frac{kq^2}{2R^2(1 - \cos\varphi)}$$

$$\Rightarrow F_i = \frac{kq^2}{4R^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \Rightarrow F_i = \frac{kq^2}{4R^2 \sin^2 \left( \frac{\pi i}{N} \right)}$$

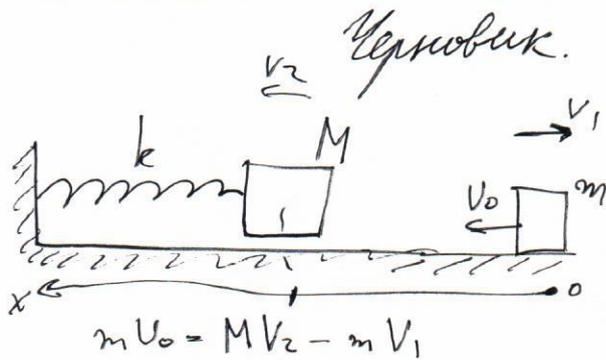
$$F_{iy} = F_i \cos\alpha = F_i \cos\left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi i}{N} \right) = F_i \sin\left( \frac{\pi i}{N} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{iy} = \frac{kq^2 \sin\left( \frac{\pi i}{N} \right)}{4R^2 \sin^2\left( \frac{\pi i}{N} \right)} \Rightarrow F_{iy} = \frac{kq^2}{4R^2 \sin\left( \frac{\pi i}{N} \right)}$$

$$m a_y = \sum F_{iy}$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} F_{iy} = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{kq^2}{4R^2 \sin\left( \frac{\pi i}{N} \right)} = \frac{kq^2}{4R^2} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{\sin\left( \frac{\pi i}{N} \right)}$$

$$\frac{mV^2}{R} = \sum \frac{kq^2}{4R^2 \sin\left( \frac{\pi i}{N} \right)} \Rightarrow mV^2 = \sum \frac{kq^2}{4R \sin\left( \frac{\pi i}{N} \right)}$$



$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2}$$

$$v_0 = v_2 - v_1 \Rightarrow v_2 = v_0 + v_1$$

$$\begin{cases} m(v_0 - v_1)(v_0 + v_1) = M v_2^2 \\ m(v_0 + v_1) = M v_2 \end{cases} \Rightarrow v_0 - v_1 = v_2 \Rightarrow$$

$$m v_0 = M(v_0 - v_1) - m v_1 \Rightarrow m v_0 = M v_0 - M v_1 - m v_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{v_0(M - m)}{M + m}$$

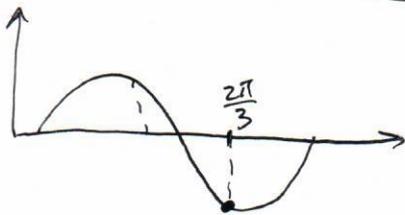
$$v_2 = v_0 - \frac{v_0(M - m)}{M + m} = v_0 \frac{M + m - M + m}{M + m}$$

$$v_2 = \frac{2m}{M + m} v_0$$

$$F = kx = Ma \Rightarrow a = -\frac{k}{M}x \quad a = -\omega^2 x \Rightarrow$$

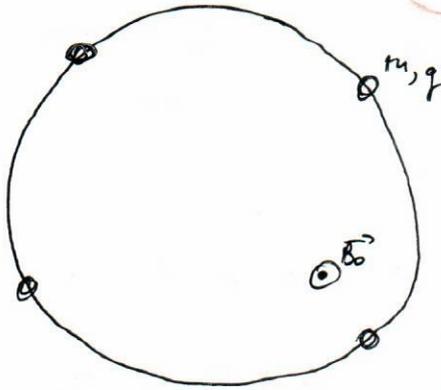
$$\Rightarrow -\frac{k}{M} = -\omega^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{M}} = \omega ; T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$$

$$x = X_m \sin\left(\omega \frac{t}{T}\right) \Rightarrow X_0 = X_m$$



Там максимум!

Черновик



$$a_{\text{ц}} = \frac{V^2}{R}$$

$$n = 8 \frac{\text{кэВ}}{e}$$

~~$$VT = 2\pi R$$~~

$$VT = \frac{2\pi R}{N} \quad | \Rightarrow$$

$$T = \frac{1}{n} \quad | \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V}{n} = \frac{2\pi R}{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{2\pi R n}{N}$$

~~$$F = qvB$$~~
~~$$ma = F \quad | \Rightarrow V = \frac{ma}{q}$$~~

Условие

$$\frac{4m\pi^2 R^2 n^2}{N^2} = \sum \frac{kq^2}{4R \sin(\frac{\pi i}{N})} \Rightarrow \frac{16m\pi^2 R^3 n^2}{N^2} = \sum \frac{q^2}{4R \sin(\frac{\pi i}{N})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum \frac{1}{\sin(\frac{\pi i}{N})} = \frac{64m\pi^3 R^3 n^2}{N^2 q^2}$$

При малых углах  $\sin \alpha \approx \alpha$

$$\sum \frac{N}{\pi i} = \frac{64m\pi^3 R^3 n^2}{N^2 q^2}$$