**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**
**имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

# ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Космонавтика**

ФИО участника олимпиады: **Гайдуков Александр Евгеньевич**

Класс: **10**

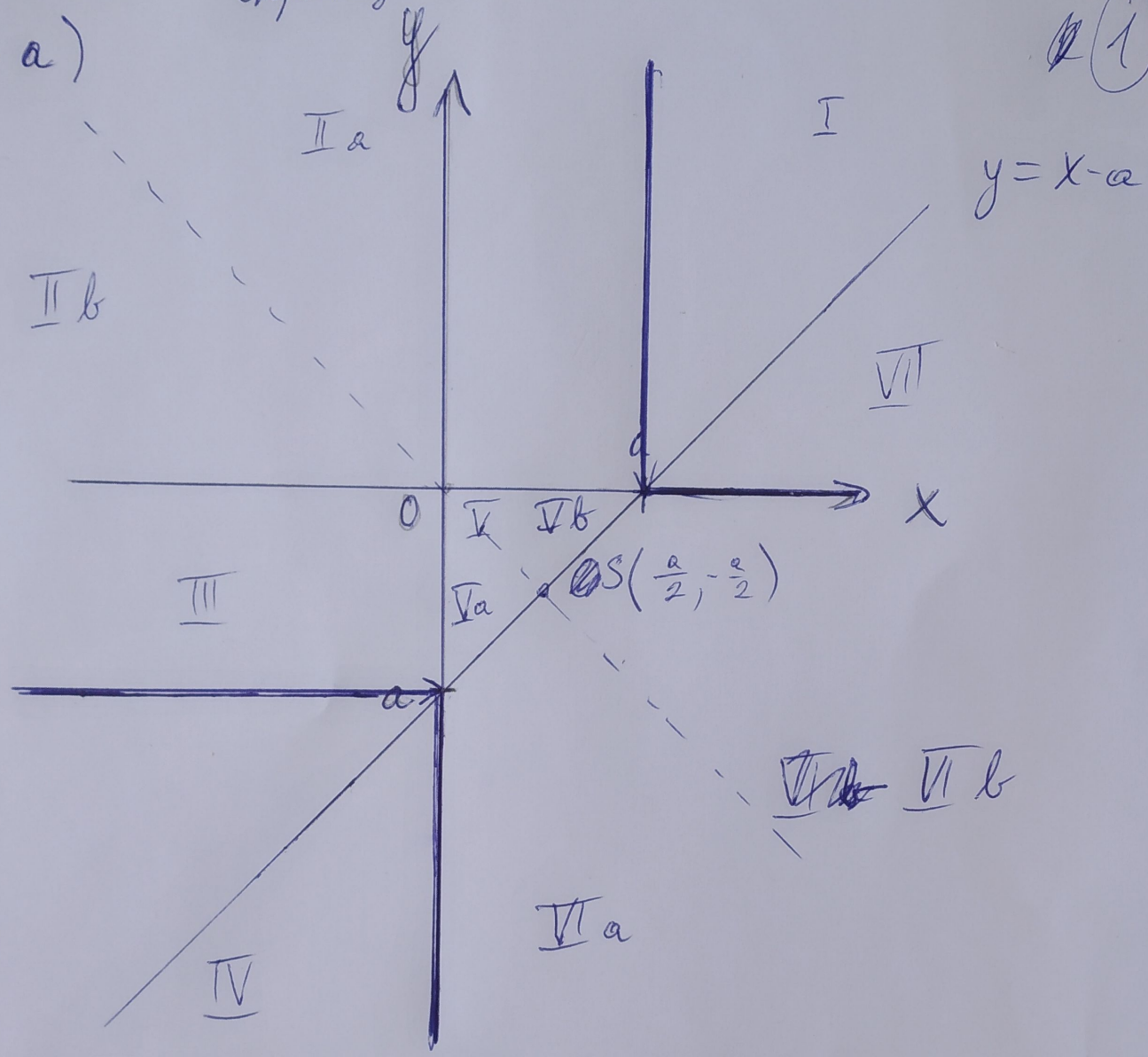
Технический балл: **70**

Дата проведения: **04 марта 2021 года**

| 1а | 1б | 2а | 2б | 3 | 4 | 5 | 6а | 6б | Сумма | Оценка (технический балл) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 3 | 5 | 10 | 10 | 17 | 11 | 8 | 0 | 69 | 70 |

Чистовик Страница 1

1. а)




1

I : $x+y>0$

$y>x-a$

$0>x-a-y$

$x+y+x-y-a=a$

$2x=2a$

$x=a$

II $0>x-a-y$

II a $x+y>0$

$x=a$

II b $x+y<0$

$y=-a$

1. а) ~~Паста~~ Страница 2.

№ 2

III $x+y<0$

$0>x-a-y$

$\cancel{-x}-y+\cancel{x}-y-a=a$

$-2a-2y=2a$

$-y=a$

$y=-a$

IV $x+y<0$

$y\leq x-a$

$0\leq x-y-a$

$-\cancel{x}-\cancel{y}-x+\cancel{y}+a=a$

$-2x=0$

$x=0$

VII $x+y>0$

$0\leq x-y-a$

$\cancel{x}+y-\cancel{x}+y+a=a$

$2y=0$

$y=0$

V $0>x-a-y$

Va $x+y<0$ $y=-a$

Vb $x+y>0$ $x=a$

VI $0\leq x-y-a$

VIa ~~$y=-a$~~ $x=0$

VIb ~~$x=a$~~ $y=0$

1 б)

Центр симметрии имеет координаты $S(\frac{a}{2}, -\frac{a}{2})$.

Существуют 2 оси симметрии для данной фигуры:

$y=x-a$ и $y=-x$.

2. а) Рассмотрим треугольник $\triangle DBC$

Пусть будет пересечение AC и DB точка O.

Учитывая, что диагонали в параллелограмме делят друг друга ~~на~~ пополам:

$|DO| = |OB|$

$|AO| = |OC|$, а значит ~~в~~ отрезок OC – медиана $\triangle DBC$.

Поскольку $|BK| = |KC| \Rightarrow$ отрезок DK тоже медиана $\triangle DBC$.

Известно, что медианы делят друг друга в соотношении 2:1, то есть:

~~$|DL| = |LK|$~~ $|DL| : |LK| = 2:1$

$|LC| : |LO| = 2:1$

А значит, $|DL| = \cancel{2|LK|}\ 2|KL|$

б) Рассмотрим ~~$\triangle$~~ $\triangle DNM$ и $\triangle MKC$, которые подобные треугольники.

$|DM| = \frac{|KM|}{2}$, пусть $|BC| = b$

~~А~~ И пусть высота ~~на~~ ABCD на сторону BC будет h, пусть высота $\triangle KCM$ на сторону KC : $h_M$.

Страница 2

2.~~5~~) $\Delta DNM \sim \Delta MKC \Rightarrow \frac{|DM|}{|KM|} = \frac{|DN|}{|KC|} = \frac{1}{2}$ 4

$|KC| = \frac{b}{2} \Rightarrow |DN| = \frac{b}{4}$

Пусть высота $\Delta BCQ$ будет $h_a$

$\Delta DQN \sim \Delta BCQ \Rightarrow \frac{|DN|}{|BC|} = \frac{h-h_a}{h_a}$

$\Leftarrow$

$\frac{h-h_a}{h_a} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow (h-h_a)\cdot 4 = h_a$

$\Leftrightarrow$

$4h - 4h_a = h_a$

$4h = 5h_a$

$h = \frac{5}{4}h_a$

$2 = \frac{(h-h_a)}{2}\cdot|DN| \Leftrightarrow 4 = (h-h_a)\cdot|DN|$ $\Leftrightarrow h = \frac{4}{5}h_a$

$S_{ABCD} = h\cdot b$

$h - h_a = \frac{1}{5}h \longrightarrow 4 = \frac{1}{5}h\cdot|DN|$

$20 = h\cdot|DN|$

$20 = h\cdot\frac{b}{4}$

$80 = h\cdot b$

$\Rightarrow S_{ABCD} = 80$

BC

Страница 1. 5

3. $R = 3400$ км $= 3\,400\,000$ м

$T = 24$ ч $40$ мин $= 88\,800$ с

$g = 3{,}71$ м/с$^2$

$r = ?$

Ускорение g равно:

$$g = G\frac{M}{R^2} \Leftrightarrow \frac{gR^2}{G} = M$$

~~Поскольку $\omega^2 r = g$~~

$$\omega^2 r = G\frac{M}{r^2}$$

$$\frac{(2\pi)^2}{T^2} = \frac{GM}{r^3}$$

$$r^3 = \frac{GM \cdot T^2}{4\pi^2} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

M - уже выражено

масса ~~ис~~ искусственного спутника пренебрежимо мала, а значит

$$r = \sqrt[3]{\frac{g \cdot R^2 \cdot T^2}{4\pi^2}}$$ ; вставим данные

$$r = \sqrt[3]{\frac{3{,}71\,\text{м/с}^2 \cdot (3400\,000\,\text{м})^2 \cdot (88\,800\,\text{с})^2}{4\pi^2}} \approx 20\,460 \text{ км}$$

ВС

4. Знак, что $1 \le C \le 100$:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

int main() {
    int c; cin >> c;
float x_min = 1;
float x_max = 100;

    int counter = 0;
float x = 50;

    while (counter < 16) {
float temp = x * x + sqrt (x);
        if (temp < C) {
            x_min = x;
        }
        if (temp > C) {
            x_max = x;
        }
        if (temp == C) {
            cout << x; return 0;
        }
```

4. Страница 2. 7

(Продолжение)

```
        x = (x_min + x_max) / 2;
        counter ++;
    }
    ~~cout << x;~~
    ~~return~~
        ~~zou~~ x = round (x, 3);
        cout << x;
    return 0;
}
```

5. Страница 1. 8

Используем $\omega^2 R = G\frac{M}{R^2}$ для спутника 1, чья высота $h_1 = 460$ км и для спутника 2, чья высота $h_2 = 800$ км:

$$\omega_1^2 (R+h_1) = G\frac{M}{(R+h_1)^2} \quad \text{и} \quad \omega_2^2 (R+h_2) = G\frac{M}{(R+h_2)^2}$$

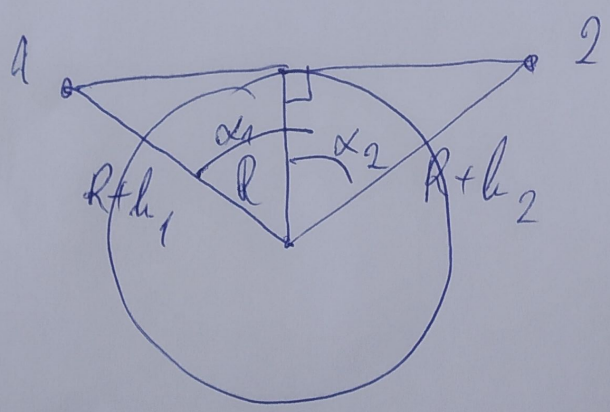
$$\omega_1^2 = G\frac{M}{(R+h_1)^3} \quad \text{и} \quad \omega_2^2 = G\frac{M}{(R+h_2)^3}$$

Запишем условие про вращение вокруг Земли:

$$\omega_1 t = 2\pi + \omega_2 t$$

$$t = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$$ ; где $t$ - время когда спутники снова будут на луче.

Рассчитаем время, когда спутники видны:




Максимальный угол между спутниками, когда они ещё видны:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

$$\alpha_1 = \arccos\left(\frac{R}{R+h_1}\right)$$

$$\alpha_2 = \arccos\left(\frac{R}{R+h_2}\right)$$

5. Страница 2 9

~~α~~ $\alpha$ равно:

$\alpha_1 = 21{,}1^\circ$ ~~+~~ $\Rightarrow$ ~~α~~ $\alpha = 48{,}4^\circ$

$\alpha_2 = 27{,}3^\circ$ ~~+~~

Спутники будут видны время $t_1$:

$$t_1 = 2 \cdot \frac{\alpha}{180} \cdot \pi \cdot \frac{1}{\omega_1 - \omega_2}$$ ; где:

$$\omega_1 - \omega_2 = \sqrt{\frac{GM}{(R+h_1)^3}} - \sqrt{\frac{GM}{(R+h_2)^3}}$$

~~$\omega_1 + \omega_2$~~ ~~$\omega_1 - \omega_2 = T_1$~~

$t_1 \approx 21600$ с $= 360$ мин $=$ <u>6 часов</u>

6. страница 1.

10

~~Чтобы~~ Чтобы найти точку привязки нужно найти крайние точки поля. Поскольку это четырёхугольник, нужно найти ~~следующ~~ ~~следующие точки, у которых~~

~~Т.к. $A(x_{min}, y_A)$~~

~~$B(x_{max},$~~

точки у которых одна имеет минимальную x-координату, y-коорд. макс. x-коорд, y-коорд.

Оптимально будет использовать алгоритм находящий крайние точки с помощью векторного продукта для каждой точки начиная с $A(x_min, y_A)$; а потом переходящий к следующей максимальной точке. Ищем края выпуклого многоугольника.

Находим A, B, C, D

И находим пересечение отрезков AB AC и BD,

Если они не пересекаются, берём AD и BC.