МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Космонавтика**

ФИО участника олимпиады: **Шурыгин Егор Сергеевич**

Класс: **6**

Технический балл: **60**

Дата проведения: **04 марта 2021 года**

1а	1б	1в	2	3	4	5	6а	6б	6в	Сумма	Оценка (технический балл)
5	3	0	2	10	10	10	0	5	0	45	60

№4

$R3 = 10$

$R_2 = 9$

$R_1 = 11$

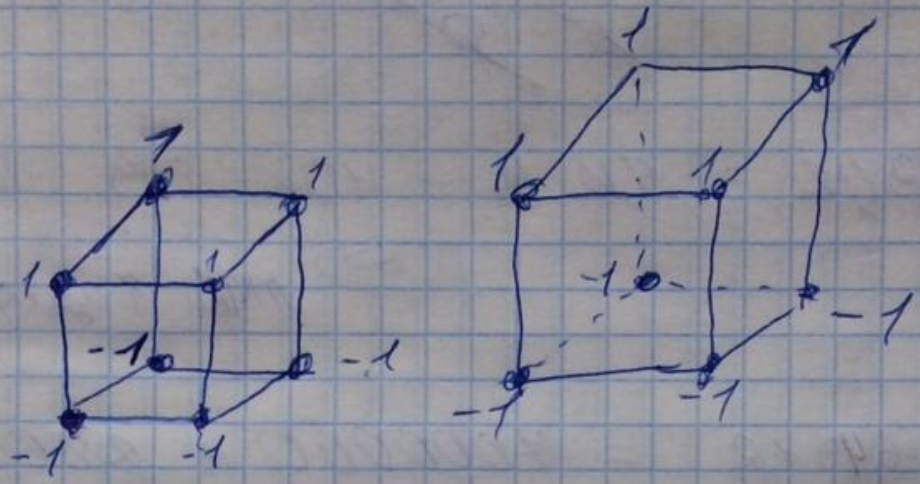
$\frac{N_1}{N_2} = \frac{9k}{11k}$ +

8 $\frac{N_2}{N_3} = \frac{10k}{9k}$ ⊥ $\frac{N_1}{N_3} = \frac{10k}{11k}$ ⊥

$20k + 19k + 21k = 60k$

$60k = N_2 \cdot 2 + N_3 \cdot 2 + N_1 \cdot 2 \Rightarrow 30k = N_1 + N_2 + N_3$

№5



№6

~~x y z~~ a b

9 a b c d : a, b, c, d

124 368

a) $\boxed{1240368}$: 8, 4, 2, 1

$0 = 1 + 2 + 8 + 6 + 3 + 6 + 4 = 33 - 9 = 24 \vdots 3$

10 10

120

240 320 312

$\boxed{98764}$ 1~~56~~ 312 : 8 : 4

: 2 : 1

97864312 312 | 7 312

-28 4

32

$N_1 = 90k$

$N_2 = 110k$

$N_3 = 99k$

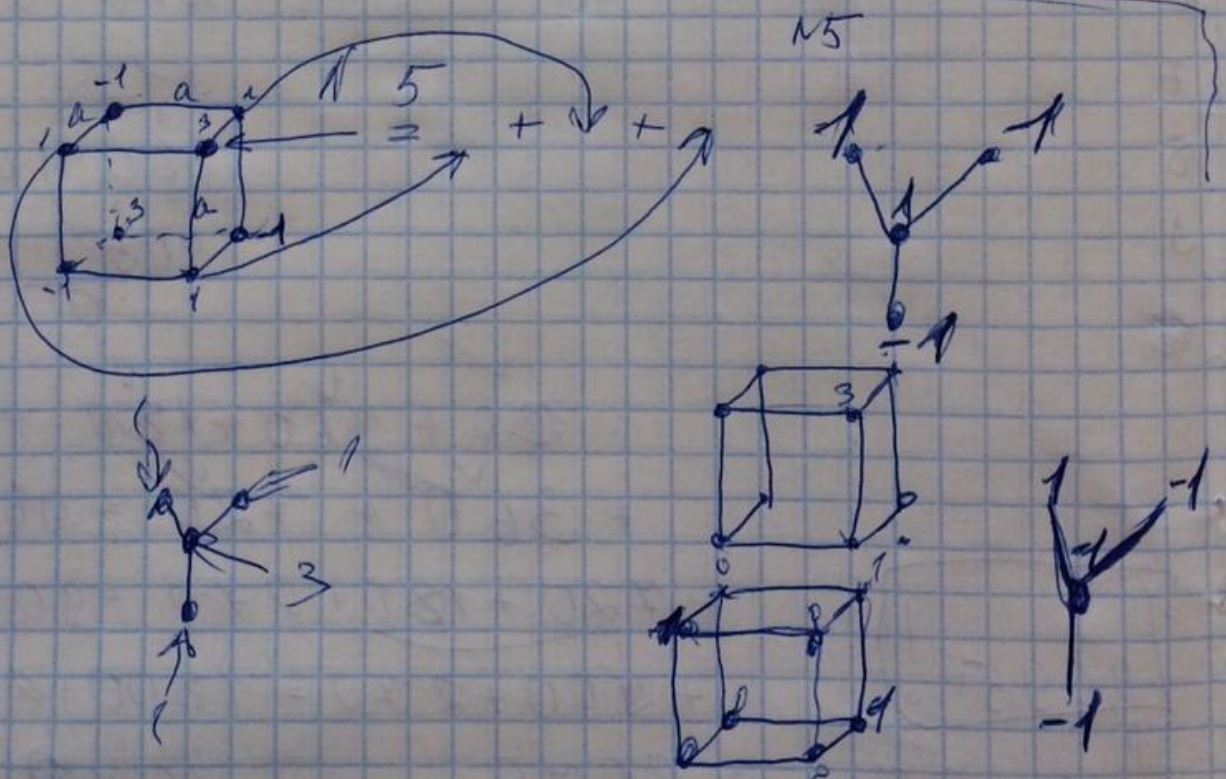
$299k$

$299k = 897 \Rightarrow k = 897 : 299 = 3$

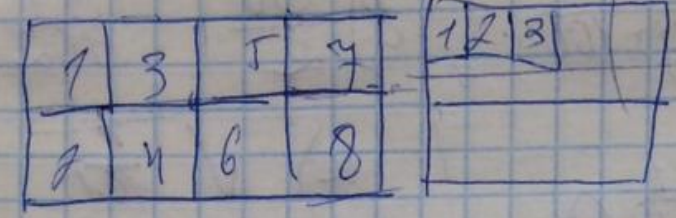
$N_1 = 270 = 30k = 90 \cdot 3$

$N_2 = 110k = 110 \cdot 3 = 330$

$N_3 = 99k = 99 \cdot 3 = 297$



№2



$P_{неч} = yx + 24$

$P_{чет} = yx$

$P_1 = y$

$P = 3y$

~~$2yx + 24$~~

$2y\,x + 24$

неч нат > чет

$P_1 = 24$

$P = 3 \cdot 24 = 72 : 2 = 36$

$ba + b^2 = 36b$

$S = a \cdot (y+1)$

$P = 4a = 24 \Rightarrow a = 6$

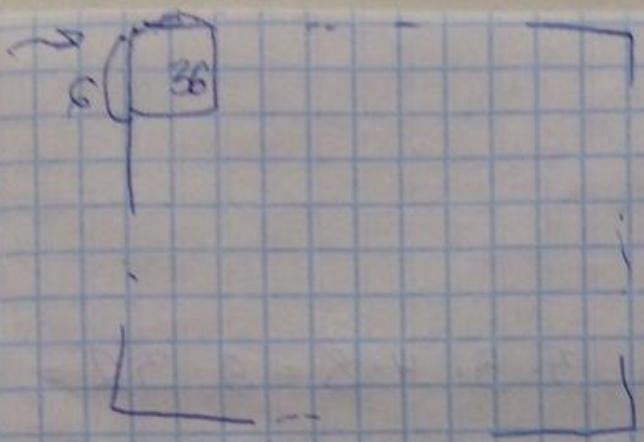
$\boxed{a = b}$

$a + b = 36$

$(a + b - b) \cdot b$

$ba + b^2 - b^2 = (36 - b) \cdot b$

$ba + b^2 - ba = 36b - b^2 \;|\; + b^2$



$S_{наиб} = 36$

$S = 36 \cdot нат$ $P = 72$ $\boxed{a+b=36}$

$36 \cdot (2x+1)$

$S = 72x + 36$ $P = 72$ $a+b=36$

$a \cdot b = 72x + 36 \quad | -36$

$a+b = 36$

$a+b = 0$

$a \cdot b = 72x$

$a \cdot b = 36 \cdot 1$

$a+b = 1$

$a \cdot b = 4 \cdot 9 \cdot 2$

$a+b = 36$

$a = 9 \quad 12$

$b = 4 \cdot 12 \cdot 2 = 24$ $S = 24 \cdot 12 = 3 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 4$

$S = 9 \cdot 4 \cdot 8$

3

№3

P(n)

1-9 $1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 45$ ✓

11-19 $1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 45$ ✓

21-29 $2+4+6+8$

3 $3+6+9$

4 $4+8+12$

5 $5+10$

6

7

8

9

10

45 ✓

+

90 ✓

+

135 ✓

+

180 ✓

+

225 ✓

+

270 ✓

+

315 ✓

+

360 ✓

+

405

0

180 + 360 + 180 + 270 +

+ 360 + 720 = 900 +

+ 720 + 180 + 270 = 900 +

+ 900 + 270 = 1800 + 270

2070 ✓

1 - 99 = 2070

+

101 - 109 = 0

111 - 199 = 2070 - 45 = 2025

4095 !

0

$\frac{x}{y}$ N1 $\frac{x+1}{y+100}$

$\frac{x}{y}$ $\frac{x+1}{y+100}$

$\frac{xy+10x}{y^2+10y}$ $\frac{xy+y}{y^2+10y}$

$xy+100x < xy+y$? $\quad | -xy$

$100x < y$?

$100x \quad 200x$

$\frac{x}{101x}$ $\frac{1}{101} < \frac{2}{201}$?

$\frac{201}{201\cdot 101} < \frac{202}{201\cdot 101}$

$\frac{x}{200x} = \frac{1}{200}$ $\quad \frac{2}{300} = \frac{1}{150}$

$\frac{150}{200\cdot 150}$ $\quad \frac{200}{150}$ $\quad \frac{1}{300}$ $\quad \frac{2}{400} = \frac{1}{200}$

$\frac{1}{1000}$ $\quad \frac{1}{550}$ $\quad \frac{1}{300}$ $\quad \frac{1}{200}$ $\quad \frac{1}{400}$ $\quad \frac{1}{250}$

$\frac{1}{x} = \frac{2}{x+100}$ $\quad \frac{1}{0{,}5x} \mid 50 \mid$ $\quad \frac{1}{500}$ $\quad \frac{1}{300}$

в) $\frac{50}{2} = \frac{51}{102}$ ✓

а) ✓ $\frac{1}{101}$ $\frac{2}{201}$

б) ✗

1

$a = 12$

$b = 24$

$a + b = 36$

$a \cdot b = 12 \cdot 24 = 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 8 = 9 \cdot 32 =$

$= \underline{378}$

$$\begin{array}{r|l} 378 & 24 \\ -24 & \\ \hline 138 & \end{array}$$

$P \quad 36 - 2 = 72$

$$\begin{array}{r|l} 378 & 6 \\ -36 & \overline{63} \\ \hline 18 & \\ 18 & \end{array}$$

63

b/

9 7 8 6 4 3 1 2 ⋮ 8, 4, 2, 1

13

~~5~~ ~~0~~

Σ 1, 2, 3 ... 5, 0 ... 9 = 40 ⋮ 9

⇒ ~~max~~ 7 цифр

98764312 = 7000000 + 2800000 +

+ 70000 +

9874

987 ....

840 632 624

98746312 40 a

1 2 3 4 5 6 7 8

7 4312

~~9~~874312

98-76 312 6312

98 - 76 + 31

12 49

10

$98 - 67 + 31 - 2$

31

$89 - 67 + 31 - 2$

23

$80 \quad + 29$

-29

$7 \quad 86$

$98 - 76 + 31$

22

$76 - 98$

$76 - 98 + 27$

-22

$76 - 98 + 31 - 2 \quad 0$

$\frac{1}{100} \quad \frac{2}{200}$

$\frac{1}{50} \quad \frac{2}{150}$

$\frac{1}{1} \quad \frac{2}{100}$

$\frac{50}{2} \quad \frac{51}{102}$

$\frac{1}{x} \quad \frac{2}{x+100}$

$\frac{1}{x} = \frac{4}{x+100}$

$\frac{1}{x} = \frac{4}{0,25x+25}$

$x = 0,25x + 25$

30

$\frac{\frac{1}{100}}{3}$

-22

$\frac{100}{}$

$+11$

$\frac{3}{100}$

$\frac{2}{}$

$\frac{4}{200} \quad \frac{1}{100}$

11

$30k = N_1 + N_2 + N_3 = 897$

$30k = 897$

$k = 897 : 30 =$ $\begin{array}{r|l} 897 & 30 \\ -60 & 29,9 \\ \hline 297 & \\ -270 & \\ \hline 270 & \end{array}$ $= 29,9$

$29,9 \cdot 30 = 897$

$N_1 = 9k = 29,9 \cdot 9 = 269,1$

$29,9 \cdot 9 = 269,1$

$N_2 = 10k = 29,9 \cdot 10 = 299$

$N_3 =$

N_1		N_2		N_3
9	:	11		
		10	:	9
90	:	110	:	99
90				99

№1 Чистовик

$\frac{x}{y}$ - первая дробь

$\frac{x+1}{y+100}$ - вторая дробь

а) $\frac{x}{y} < \frac{x+1}{y+100} \Leftrightarrow \frac{xy+100x}{y^2+100y} < \frac{yx+y}{y^2+100y} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow xy+100x < yx+y \mid -xy \Leftrightarrow 100x < y \Rightarrow y = 101x$ и

более $\Rightarrow$ можно

Проверка:

$\frac{x}{101x} < \frac{x+1}{101x+100} \Leftrightarrow \frac{101x^2+100x}{101x\cdot(101x+100)} < \frac{101x^2+101x}{101x\cdot(101x+100)}$

$\Leftrightarrow 101x^2+100x < 101x^2+101x \mid -101x^2 \Leftrightarrow 100x < 101x$

ч.т.д.

в) $\frac{1}{x}$ - дробь N1 $\quad x \ni Q$

$\frac{2}{x+100}$ - дробь N2

$\frac{2}{x+100} = \frac{1}{0,5x+50}$

$\frac{1}{x} = 2 \cdot \frac{1}{0,5x+50} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{0,5x+50} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{0,25x+25} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{0,25x+25} \Leftrightarrow x = 0,25x+25 \mid -0,25x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0,75x = 25 \Leftrightarrow x = 25:0,75 = 2500:75 = \frac{2500}{75_3} = \frac{100}{3} \Rightarrow$

да $\Rightarrow$ дробь N1 $= \frac{1\cdot 3}{100} = \frac{3}{100}$, дробь N2 $= \frac{4}{200} = \frac{2}{100}$

№2 Чистовик

$P_{нечет} = yx+24$ $P_{1кв} = y$

$P_{чет} = yx$ x - кол-во кв. чет

нечет либо = чет, либо > на 1 => их больше на 1 =>

$\Rightarrow P_{мал} = 24 \Rightarrow a+b = 12$, по формуле $P_{кв} = 4a \Rightarrow \underline{a = 24 : 4 = 6}$

$P_{бол} = 24 \cdot 3 = 72 \Rightarrow a+b = 36$

~~$S_{бол} = x$~~

$S_{мал} = 6^2 = 36$

$S_{бол} = S_{мал} \cdot 2x+1$

↑
нечет

$S_{бол} = 36 \cdot нечет = a \cdot b$

~~$a \cdot b$~~

$S_{бол} = a \cdot b = 36 \cdot нечет \Rightarrow a = 36 : 2 + нечет$

$b = 36 : 2 = .$

$a \cdot b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x$

$a = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

$b = 3 \cdot x = 36 - 12 = 24 \Rightarrow x = 8$

$S = 12 \cdot 24 = 3 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 4 = 9 \cdot 32 = 318$

Чистовик

№3

„1-9" 1+2+3+4+5+6+7+8+9=45

„11-19" = „1-9" · 1 + 45

„21-29" = „1-9" · 2 = 90

„31-39" = „1-9" · 3 = 135

⋮ ⋮

„91-99" = „1-9" · 9 = 405

45 · (1+1+2+3+4+5+6+7+8+9) = 45 · 46 = 2070

„101-109" = 0

„111-199" = „1-99" - „1-9" = 2070 - 45 = 2025

ИТОГО: 2025 + 2070 = 4095

№4

N_1	N_2	N_3
9 :	11	
	10 :	9
90 :	110 :	99
10	:	11
90 :	110 :	99

$N_1 = 90k$

$N_2 = 110k$

$N_3 = 99k$

$299k$

$299k = 897 \Rightarrow k = 897 : 299 = 3$

$N_1 = 90 \cdot 3 = 270$ (мяса)

$N_2 = 110 \cdot 3 = 330$ (мяса)

$N_3 = 99 \cdot 3 = 297$ (мяса)

} фруктиков

№1 Чистовик

б) Допустим, да:

$\frac{1}{x}$ $\frac{1}{x+100} = \frac{1}{0{,}25x+25}$ $x \ni N\{\dots\}$

~~x+10~~

$x = 0{,}25x+25 \Rightarrow 0{,}75x = 25 \Rightarrow x = \frac{\cancel{2500}^{1}}{\cancel{75}_{3}} = \frac{100}{3} \Rightarrow x = \cancel{33}$

$= 100 : 3 = 33{,}(3) \Rightarrow x \not\ni N\{\ \} \Rightarrow$ ответ: нет

$100 - 9 = 10$, $10 - 9 = 10$, $10 - 9 = 10 \dots$

в) Допустим, да:

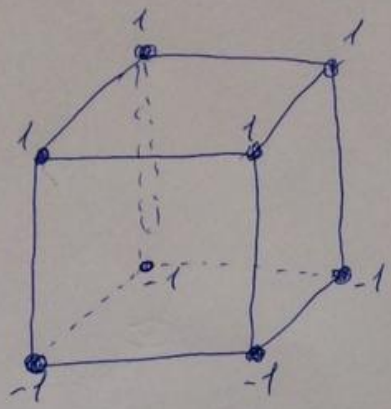
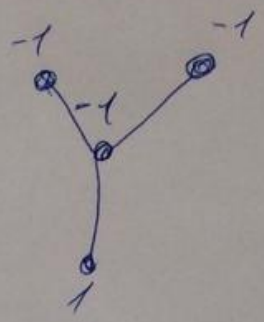
$\frac{1}{x}$ $\frac{2}{x+100} : 2 = \frac{1}{x+100}$ $x \ni N\{\dots\}$

$\frac{1}{x} = \frac{1}{x+100} \Rightarrow x = x+100 \Rightarrow x \not\ni N\{\dots\} \Rightarrow$ ответ: нет

№6

б) нет, т.к. в числе нет

0 (на 0 : нельзя) $\Rightarrow$ 5 или 2, 4, 6, 8 (лучше 5) $\Rightarrow$ 5, тогда Σ всех ~~чи~~ цифр = 40, а оно $\vdots$ 3, $\vdots$ 9 $\Rightarrow$ нет ещё 4 $\Rightarrow$ всего используется 7 цифр

№5

Чистовик