МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Авдейчик Игорь Сергеевич**

Класс: **11**

Технический балл: **65**

Дата проведения: **21 марта 2021 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6	7
Оценка	15	15	15	0	15	0	5

Чистовик №1

Задача 2

1) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} = |\sqrt{x-1}+1|$

2) $x = 2^0 + 2^{-1} + \dots 2^{-2021} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \frac{1}{2^{n-1}}$

n – кол-во чисел в данной сумме этих чисел

$n-1 = 2021 \Rightarrow n = 2022$

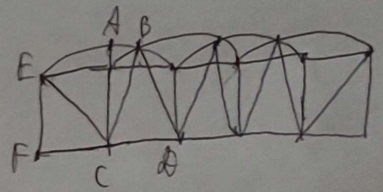
$S_{\text{геом пр.}} = \frac{b_1 \cdot (q^k - 1)}{q-1}$

$S_{2022} = \frac{1 \cdot \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{2022} - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{(2^{2022} - 1) \cdot 2}{2^{2022}} = \frac{2^{2022} - 1}{2^{2021}} =$

$= \frac{(2^{1011} - 1)(2^{1011} + 1)}{2^{2021}}$

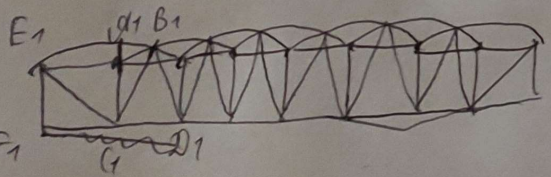
Задача 5

~~$S_1 = 6 S_{\text{секторов вида } ABC} +$~~



$S_1 = 6 S_{\text{секторов вида } ABC} + 3 S_{(CD)} +$

$+ 2 S_{\text{сек. вида } ACE} + 2 S_{ECF}$



$S_2 = 12 S_{\text{секторов вида } A_1B_1C_1} + 6 S_{C_1B_1D_1} + 2 S_{\text{сек. вида } A_1C_1E_1} +$

$+ 2 S_{E_1C_1F_1}$

$\frac{S_{\text{сек. } A_1B_1C_1}}{S_{\text{сек. } ABC}} = \frac{(A_1C_1)^2}{AC^2} = \frac{1}{2}$

$A_1C_1 = 1$

$AC = EC = \sqrt{2}$

$6 S_{\text{сек } ABC} = 12 S_{\text{сек } A_1B_1C_1}$

Частичен №2

$$\frac{S_{A_1B_1D_1}}{S_{CBD}} = \left(\frac{A_1B_1}{CB}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 3S_{CBD} = 6S_{A_1B_1D_1}$$

$$S_1 - S_2 = 2S_{CER\,DCE} + 2S_{ECF} - 2S_{CAR.\,DCA_1E_1} - 2S_{E_1C_1A_1F_1}$$

$$\angle ECD = \frac{\pi}{4} \Rightarrow S_{CAR\,ECD} = \frac{\pi}{8}\cdot(\sqrt{2})^2 = \frac{\pi}{4}$$

$$S_{CAR\,E_1C_1D_1} = \frac{\pi}{8}\cdot(1)^2 = \frac{\pi}{8}$$

$$S_{ECF} = \frac{1}{2} \;;\; S_{E_1C_1F_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow S_1 - S_2 = 2\cdot\frac{\pi}{4} + 2\cdot\frac{1}{2} - 2\cdot\frac{\pi}{8} - 2\cdot\frac{1}{4} = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} = \frac{\pi+2}{4}$$

Ответ: $\frac{\pi+2}{4}$

Задача №1

$$f(x) = x^2 + 10x + 20 = (x+5)^2 - 5$$

$$f_5(f_4(f_3(f_2(f_1(x))))) = 0$$

$$f_5 = (f_4+5)^2 - 5 = \underbrace{\left[(f_3+5)^2 - 5 + 5\right]^2}_{f_3} - 5 =$$

$$= \underbrace{\left((f_2+5)^2 - 5 + 5\right)^4}_{f_3} - 5 = \underbrace{\left((f_1+5)^2 - 5 + 5\right)^8}_{f_2} - 5 =$$

$$= \left((x+5)^2 - 5 + 5\right)^{16} - 5 = 0$$

$$(x+5)^{32} = 5$$

$$x+5 = \pm 5^{\frac{1}{32}}$$

$$x = -5 \pm 5^{\frac{1}{32}}$$

Ответ: $-5 \pm 5^{\frac{1}{32}}$

Листовик №3

Задача 2

$$\underbrace{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}}_{\geq 0} + \underbrace{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}_{\geq 0} = t$$

$t \geq 0$ | м.к. сумма корней

$$t^2 = x + x + 2\sqrt{x-1} - 2\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x^2-4(x-1)} =$$

$$= 2x + 2\sqrt{\underbrace{x^2-4x+4}_{(x-2)^2}}$$

$$x-1 = \underbrace{2^{-1} + \ldots + 2^{-2021}}_{n=2021} = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} \quad \left| \begin{array}{l} b_1 = \frac{1}{2} \\ q = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$x-1 = \frac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2^{2021}}\right)}{1-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^{2021}}$$

$$x = 2 - \frac{1}{2^{2021}} < 2$$

$$t^2 = 2x + 2(2-x) = 4$$

$t = 2$, м.к. $t \geq 0$

Ответ: 2

Задача 4

выиграет 1-й игрок

Если есть кучки (x 0) то забираем x и выигрываем.

Если есть кучки (чётное ≠0 / нечётное 1), то делаем, другой игрок делает снова

Листок №4

чётное 1 (или нечётное 0 – мы победим) и т.д. становится после хода противника

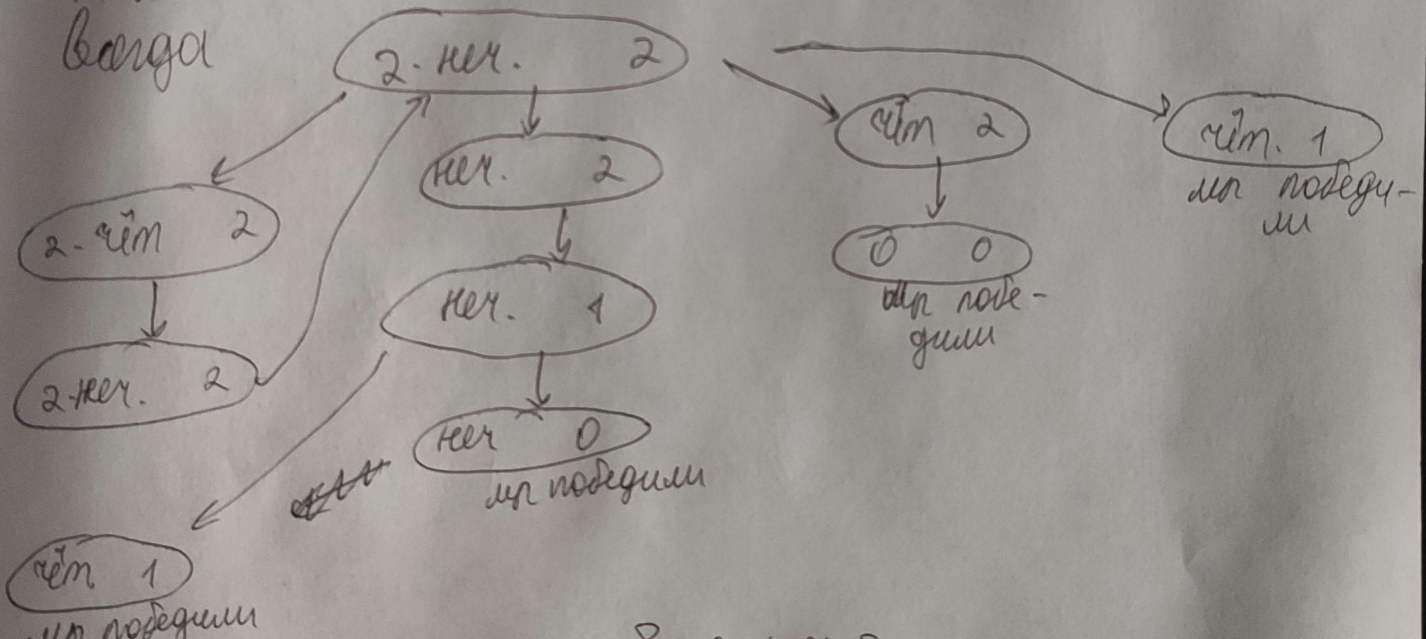
0 1 – мы победим

Первым ходом забираем из 2-ой кучки 2022. Становится

2022 2

Если 2-ой игрок будет из первой кучки ② то мы тоже берём из неё 2 и т.д.

т.к. $2022 = 2 \cdot 1011$ то после нашего хода всегда



Задача 3

$f(x) = x^5 + Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$

$A, B, C, D, E > 0$, целые

$$\begin{cases} -1 + A - B + C - D + E = 8 \\ 1 + A + B + C + D + E = 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A - B + C - D + E = 9 \\ A + B + C + D + E = 21 \end{cases}$$

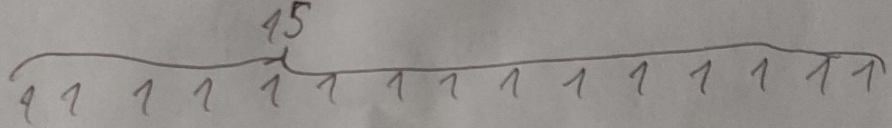
Листовик №5

$$\begin{cases} A+C+E=15 \\ B+D=6 \end{cases}$$

B	D
1	5
2	4
3	3
4	2
5	1

$A+C+E=15$

Шары и перегородки, $A \geq 0$, $B \geq 0$, $C \geq 0$



15 шаров, две перегородки

14 мест для 2 перегородок

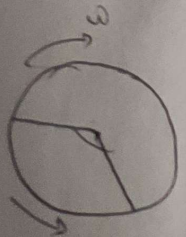
$C_{14}^{2} = \frac{14!}{2! \cdot 12!} = 13 \cdot 7 = 91$ вариантов (A < E)

	B	D	A C E
1)	1	5	91
2)	2	4	91
3)	3	3	91
4)	4	2	91
5)	5	1	91

$5 \cdot 91 = 455$

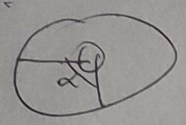
Ответ: 455

Задача 4



$\frac{2\pi R}{v_1}$

Чистовик 6



$$\frac{2\pi R}{v_1} > \sqrt{6} >$$

$$\frac{72}{36} > \frac{360\alpha}{\alpha} > \frac{61}{36}$$

$$72\alpha > (360-\alpha)$$

Черновик №1

№3

$P(1) = 22 = 1 + A + B + C + D + E$ } ⊖

$P(-1) = 8 = -1 + A - B + C - D + E$ }

$14 = 2 + 2B + 2D$

$12 = 2B + 2D$

$B + D = 6$

⊕: $30 = 2A + 2C + 2E$

$15 = A + C + E$

№1 1) $f(x) = x^2 + 10x + 20$

$x + 2 = \frac{10}{2} = 5$ $f(-5) = 25 - 50 + 20 = -25 + 20 = -5$

2) $f(f(x)) = (x^2 + 10x + 20)^2 + 10(x^2 + 10x + 20)^{**} + 20$

3) $f(f(f(x))) =$ 6 cm.

4) $f(f(f(f(x)))) =$ 8 cm.

5) $f(f(f(f(f(x))))) =$ 10 cm.

3) $= ((x^2 + 10x + 20)^2 + 10(x^2 + 10x + 20) + 20)^2 +$

$+ 10((x^2 + 10x + 20)^2 + 10(x^2 + 10x + 20) + 20) + 20$

4) $f_3^2 + 10f_3 + 20$

5) $f_4^2 + 10f_4 + 20 = 0$

$f_4^2 = -10f_4 - 20$

№2

$x = 2^0 + 2^1 + \dots 2^{2021}$

$x = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \dots \frac{1}{2^{n-1}}$

$n = 2$

$S_{2022} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$

$S_{2022} = \frac{1 - \frac{1}{2^{2022}}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} =$

Черновик №2

$$\frac{2^{2022}-1}{2^{2022}} = \frac{2^{2022}-1}{2^{2021}\cdot 2} = \frac{(2^{2022}-1)\cdot 2}{2^{2022}}$$

$$\sqrt{2^{2022}\cdot\frac{1}{2^{2021}}+1}$$

$$(\sqrt{x-1}+1)^2 = x-1+2\sqrt{x-1}+1 = x+2\sqrt{x-1}$$

$$(\sqrt{x-1}-1)^2 = x-1+2\sqrt{x-1}$$

$$\sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}+\sqrt{\quad} \qquad (\sqrt{x-1}-$$

$$\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}-4\sqrt{x-1}}$$

$$x = 2^0+2^{-1}+2^{-2}\ldots+2^{-2021}$$

$$S_{\text{геом}} = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1} = \frac{1\cdot\left(\frac{1}{2^{2022}}-1\right)}{\frac{1}{2}-1} = \frac{\frac{1-2^{2022}}{2^{2022}}\cdot 2}{-1} = \frac{2^{2022}-1}{2^{2021}}$$

$$2^{-2021} = \frac{1}{2^{2021}} = \frac{1}{2^{n-1}}$$

$$2021 = n-1$$

$$n = 2022$$

$$\left|\sqrt{\frac{2^{2022}-1}{2^{2021}}-1}+1\right| = \left|\sqrt{\frac{2^{2022}-1-2^{2021}}{2^{2021}}}+1\right|$$

1) $\angle DAB+\angle DAC+\angle BAC =$
$= \angle ABC+\angle DBA+\angle DBC$

2) $\angle ACD+\angle BCD+\angle ACB =$
$= \angle ADC+\angle BDC+\angle ADB$

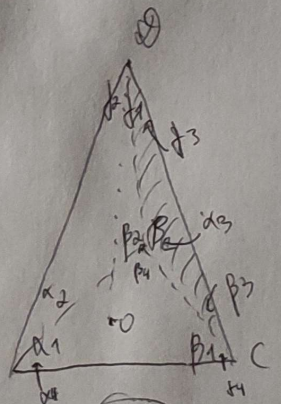
$S_{ABC}+S_{ACD} = S$

3) $\angle ADC+\angle DAC+\angle ACD = 180°$

4) $= \angle ABD+\angle ADB+\angle DAB =$

5) $= \angle DBC+\angle BDC+\angle BCD$

2) $\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC+\angle BDC+\angle ADB-\angle BCD-\angle ACB$



$S_{BDC}+S = ?$

$S_{BDC} = \frac{1}{2}\cdot BD\cdot DC\cdot \sin\angle BDC$

Черновик №3

$$\begin{cases} \alpha_1+\beta_1+\gamma_1 = 180^\circ = \alpha_2+\beta_2+\gamma_2 \quad (1) \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_4 = \beta_2+\beta_4+\alpha_3 \quad (2) \\ \gamma_1+\gamma_2+\gamma_3 = \beta_1+\gamma_4+\beta_3 \quad (3) \\ \alpha_1+\beta_1+\gamma_1 = \alpha_3+\beta_3+\gamma_3 \quad (4) \end{cases}$$

(1) − (3): $\alpha_1+\beta_1+\gamma_1-\gamma_1-\gamma_2-\gamma_3 = \alpha_2+\beta_2+\gamma_2-\beta_1-\gamma_4-\beta_3$

$\alpha_1+2\beta_1-\gamma_3-2\gamma_2-\beta_2+\gamma_4+\beta_3=0 \quad (5)$

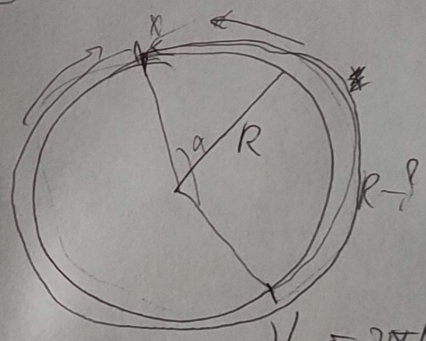
(5) − (4):

$\cancel{\alpha_1+2\beta_1 \quad \beta_1-\gamma_3-\gamma_1}$

(4): $\alpha_1+\beta_1+\gamma_1$

№4. $v_м$ $\quad L_{км}$ − 1 круг

$v_в$ $\quad \frac{36}{60}=\frac{6}{10}$



$v_м = \frac{L}{0{,}6}$

$\frac{61}{60} < \frac{L}{v_в} < \frac{72}{60}$

$2\pi - L$

$\alpha - x$

$L = 2\pi R$

$R = \frac{L}{2\pi}$

$\alpha = \frac{2\pi \cdot 4{,}026}{L}$

$x = \frac{\alpha L}{2\pi} = 4{,}026$ км

$x_1(t) = v_м \cdot t$

$x_2(t) = v_в \cdot t$

№1: $x^2+10x+20=a \qquad x_в = \frac{-10}{2} = -5$

$f(f(x)) = a^2+10a+20$

$f(f(f(x))) = (a^2+10a+20)^2+10(a^2+10a+20)+20$

$f(f(f(f(x)))) = ((a^2+10a+20)^2+10(a^2+10a+20)+20)^2+10((a^2+10a+20)^2+10(a^2+10a+20)+20)$

$f(f(f(f(f(x))))) = ((a^2+10a+20)^2+10(a^2+10a+20)+20)^2+10((a^2+10a+20)^2+10(a^2+10a+20)+20)$

Черновик №4

$\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2 - 4\sqrt{x-1}} =$

$x+2\sqrt{x-1}$

$B+D=6$

$A+C+E=15$

B: 1; 2; 3; 4; 5; 6

D: 1; 2; 3; 4; 5; 6

(4): $\alpha_1+\beta_1+\gamma_1-\alpha_3-\beta_3-\gamma_3=0$

(6)−(4): $\alpha_1+2\beta_1-\gamma_1-2\gamma_2-\beta_2+\gamma_4+\beta_3-$

$-\alpha_1-\beta_1-\gamma_1+\alpha_3+\beta_3+\gamma_3=0$

$\beta_1-2\gamma_2-\beta_2+\gamma_4+2\beta_3-\gamma_1+\alpha_3=0$

Председателю апелляционной комиссии

олимпиады школьников «Ломоносов»

Ректору МГУ имени М.В. Ломоносова

академику В.А. Садовничему

ученика 11 класса

Университетского лицея №1523

предуниверситария НИЯУ МИФИ

города Москвы

Авдейчика Игоря Сергеевича

апелляция.

Прошу пересмотреть выставленные технические баллы (50) за мою работу заключительного этапа по математике, поскольку считаю, что решения и ответы, предоставленные мной на задания 1,2,3,5,7, соответствуют критериям оценивания заданий и правильным ответам на данные задачи. Так как после олимпиады у меня сохранились сделанные мной фотографии моих решений заданий данной олимпиады, я смог внимательно проанализировать их и сопоставить свои решения и ответы с критериями оценивания каждой задачи, которые были опубликованы на сайте олимпиады, и со всеми правильными ответами на задачи. После этого я сделал вывод, что мои способы решений задач 1,2,3,5,7 несколько отличаются от тех, которые предложены в файле на сайте олимпиады, но я считаю, что они верны и приводят к правильным ответам. В связи с этим я не согласен с выставленными моей работе баллами, поэтому обращаюсь к Вам с просьбой перепроверить мою работу и обратить внимание на правильность решений и ответов, предоставленных мной на задачи 1,2,3,5,7.

Краткие решения задач:

№1

Начал расписывать с конца(с f(f(f(f(f(x))))) – на каждом шаге удобно сокращались пятерки. По итогу получил (x+5)^32 = 5

Ответ: -5 +- 5^(1/32)

Оригинальное решение – начали с начала и постепенно применяли к нему f – аналогично удобно сокращались пятерки.

Ответ: -5 +- 5^(1/32)

№2

Возвожу выражение в квадрат, дальше все красиво приводится к тому, что выражение в квадрате равно 4. Для правильного раскрытия проверяю, что x < 2

Ответ: 2

В оригинальном решении сворачивают в квадрат под корнями.

Ответ: такой же

№3

Расписал два уравнения относительно коэффициентов, привел их к уравнениям, что сумма трех коэффициентов равна 15, сумма двух других равна 6. Т.к. коэф. натуральные, то использую шары и перегородки без нулевых ящиков, чтобы посчитать варианты первой части. Вторую часть считаю «руками». Умножаю количество случаев.

Ответ: 455

Оригинальное решение: аналогично

Ответ: такой же

№5

Решение отличается от оригинального решения тем, что я не находил площади р/б треугольников и маленьких секторов, а нашел их отношения у первой фигуры и у второй. Оно равно ½, но их в 2 раза больше и я их сократил.

Мой ответ: пи/4+1/2

В оригинальном решении разбили испачканную фигуру на 2 прямоугольных треугольника, 2 сектора с углом пи/4, n-1 р/б треугольник, 2n-2 сектора, посчитали первую площадь, посчитали вторую площадь и вычли.

Ответ: такой же

№7

Я вначале доказал, что если после хода противника стало две кучки: «чёт» и 1, то я победил.

*Дальше я сделал первый ход, сделав: [2022 2], что равносильно: [2*нечет 2] и показал, если из первой кучки берется противником то, что он может взять - я снова делаю: [2*нечет 2], если из второй, то либо: [2022 0] (тогда я все забираю из первой и*

выигрываю), либо: [2022 1], что сводится к тому, что я доказал вначале, значит я победил.

Ответ: выиграет первый игрок

В оригинальном решении:

1) доказали, что если кучки: [чёт нечет] - я выиграл

2) если кучки: [нечет нечет], я проиграл, так как после нашего хода становится пункт 1

3) если кучки [чёт чёт], то каждый вынужден брать по чет кол-ву камней, иначе становится пункт 1 и мы проиграли. Рассматриваем тогда пары камней. Значит задача [n l] равносильна [2n 2l]

4) рассматриваем [2^l(2m+1) 2^n*(2*k+1)], если l=n, то по пункту 3 мы ее сводим к задаче 2*m+1 и 2*k+1 дальше пункт 2.*

*Если l=\=n(неравно), то задача сводится к [2*x 2*y+1] значит первый игрок выиграет по пункту 1.*

Ответ: такой же

Подпись:

01.04.2021