



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Высоцкая Анастасия
Евгеньевна**

Класс: **11**

Технический балл: **65**

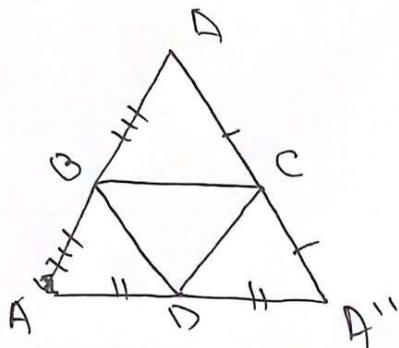
Дата проведения: **20 марта 2021 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6	7
Оценка	0	15	15	15	5	15	0

⑥ Задание №

Чистовик



Решение задачи выражено на чистовике:

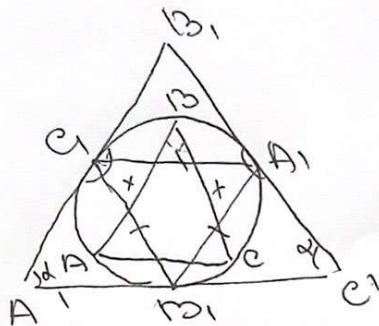
- 1) по условию задачи $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $AB = CD = A'B'$, $A'D = BC = A''D$, при этом $AC = A''C$, значит $\triangle ABC \cong \triangle CDA''$ - по 3^м признаку, поэтому $\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$, $\angle ACB = \angle CA''D = \beta$, следовательно $\angle ABC = \angle CDA'' = 180^\circ - \alpha - \gamma = \beta$, значит $\triangle BA'D = \triangle ABC$ - по 2^м признаку и между ними, $\angle BCD = \angle DA'B$ - по 3^м признаку, следовательно и углы между ними, $\Rightarrow S_{\text{небольш}} = 4S$

$$\text{Ошибки: } S = u \cancel{\otimes} S$$

5

~5

числовик



$$\begin{aligned}
 1) \quad A'B = x = BC = AC \Rightarrow \frac{B'C}{x} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 &= \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C = x \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = A'B \Rightarrow \\
 \Rightarrow \quad &\frac{A'C}{C'B} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C = C'B \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 &= x \cdot \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2(\alpha)} \\
 \frac{B'C}{x} = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow B'C &= x \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \quad &k = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} + \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2(\alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} + \\
 &+ \frac{1}{2-2\cos \alpha} = \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2-2\cos \alpha} \quad \text{заметка} \\
 \Rightarrow \quad &\frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2-2\cos \alpha} = k(t) \quad \cos \alpha = t \quad \text{m.k } \alpha \in [0^\circ, 60^\circ] \\
 k'(t) = \frac{-1}{2\cos^2 \alpha} + \frac{1}{(2-2\cos \alpha)^2} = -\frac{1}{2\cos^2 \alpha} + & \Rightarrow t \in [\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}] \\
 &+ \frac{1}{2-4\cos \alpha} \quad \text{m.k } 2-4t < 0 \\
 k'(t) > 0 \Rightarrow \min(k) \text{ при } t = \frac{1}{2} & \\
 \max(k) \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2} &
 \end{aligned}$$

Ombrem: $\min k \text{ при } t = \frac{1}{2}, \max k \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}$

④ Задача 3

шестовик

Оба уравнения - квадратные, тогда пусть
 x_1, x_2 - корни первого уравнения; x_3, x_4 -
корни второго уравнения. Воспользуемся
формулой Виетта:

$$\begin{cases} a+1 = x_1 \cdot x_2 \\ a = x_3 \cdot x_4 \end{cases}$$

Из симметрии получаем, что четвертая
сумма произведений корней различна тогда
оба из них нечетные, тогда минимальное
нечетное произведение это 15 (как произве-
дение двух минимальных различных нечетных
чисел больше 1; 3; 5)

Тогда $a = 3 \cdot 5 = 15$ (если рассматривать
второй вариант, то получим $a = 6, 9$
но это не будет минималь)

Ответ: 15

(3) Задание №2

математик

Байдасова 21.01.08

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

Две мого, умдн втвое уравнение имено
длжествуемыне решения, необходимо

$$x^2+y-1 \geq 0.$$

$$\text{значит } x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

Поставим это в первое уравнение

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+3| \geq 1 + |y+3|$$

$$1 \geq 1 + |y+3|$$

$$0 \geq |y+3|$$

но при этом получим $|y+3| \geq 0 \Rightarrow |y+3|=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-3$. Поставим это в первое уравнение

$$\sqrt{x^2-9} = 1$$

$$x^2 = 1+9=9$$

$$x = \pm 3$$

Проверим втое уравнение

если $x=-3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5$ - получится

если $x=3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 11$ - не получится

Ответ: $x=-3, y=-3$

1

№ 4

чертёжник.

Пусть траектория машины β с $v=1$. Траектория α находится левее траектории β . Переходим в систему координат с началом в центре траектории α .

(центр окружности α на оси Ox). Найдём ось Ox в сторону центра траектории β . Угол между осью Oy и машиной $A = \frac{\pi}{6}$. Тогда уравнение окружности машины A , но траектории α

$$A = (\cos(\frac{\pi}{6} + x), \sin(\frac{\pi}{6} + x))$$

Теперь рассмотрим машину B . Обозначим центр окружности β за O_1 , тогда угол между O_1x и машиной B будет равен $\frac{2\pi}{3}$. Уравнение окружности машины B по траектории β

$$\beta = (\cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Но т.к. центр траектории β находится на расстоянии 2 от центра O , то в системе отсчёта, связанный с O , уравнение окружности машины B будет выглядеть так

$$\beta = (2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Теперь мы можем записать формулу расстояния между машинами, которая будет зависеть только от x .

По условию это расстояние должно

быть не больше радиуса, т.е. $\sqrt{2} \leq x \leq 2$

(2) nu

нечтобик

$$|AB| = \sqrt{(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2}$$

≤ 4

Всему

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2 \leq 4$$

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) - \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) - \cos(\frac{\pi}{6}) \cos(x) - \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x))^2 \leq 4$$

$$+ (\sin(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) + \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) \cos^2(\frac{2\pi}{3}) - \sin(\frac{\pi}{6}) \cos(x) + \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x) \cos(\frac{\pi}{6}))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{1}{2} \cos(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x))^2 +$$

$$+ (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x) - \frac{1}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 \leq 4$$

Одознаамы $\sin(x) - \cos(x) = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 \leq 4$$

$$4 - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}+1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}-1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) \leq 4$$

$$2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4})(\sin(x - \frac{\pi}{4}) - (\sqrt{3}+1)\sqrt{2}) \leq 0$$

Задумим, чмо $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq \sqrt{2} \leq \sqrt{3}+1$, т.к.

Сумма $\cos(x) + \sin(x)$ максимална, когдя
они равни. Тогда скока $(\sin(x - \frac{\pi}{4}) - (\sqrt{3}+1)\sqrt{2}) < 0$ бөрз

Очигаамы:

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x) - \cos(x) \leq 0$$

Это неравенство бүткүлгөмөндең шарты
бөлжесең ие нөхөнне күргэ. Задумын,
бөлжесең нөхөннүн брекешең от айрын
нисең расстояние шемдү ишүү дүйнөнде
бөлжесең ошашыра түрлөр

Ответ: 60 минут

вернуть

~2

$$\sqrt{x^2+y} + |y+8| = 1$$
$$\sqrt{x^2+y-1} + |x+8| = 5$$

OD 3

$$x^2+y-1 \geq 0$$

$$x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+8| \geq 1 + |y+8|$$

$$1 \geq 1 + |y+8|$$

$$0 \geq |y+8|$$

$$y = -8$$

$$\sqrt{x^2-8} = 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x_1 = -3$$

$$9 + (-3) - 1 + 3 + 8 = 5$$

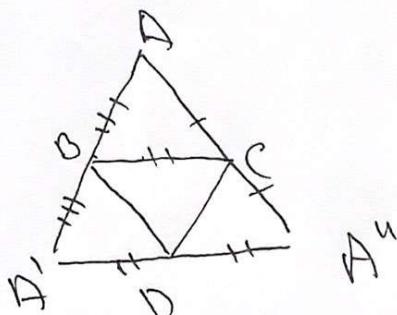
~~$$x_2 = 3$$~~

~~$$9 - 3 - 1 = 5$$~~

$$3 + 8 = 11$$

№ 6

чертежи



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$A'D = A''D = DC$$

$$AC = A''C$$

$$\Delta ABC = \Delta CDA'' - \text{no}^3$$

смежные

$$\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$$

$$\Delta BCA' = \Delta BDC - \text{no}$$

$$\angle ACB = \angle CA'D = \alpha$$

2^н смежные
4 углы между ними

$$\angle ABC = \angle DA'B = 180^\circ - \alpha - \beta = \beta$$

$$\Delta BCD = \Delta DA'B - \text{no } 3\text{н смежные}$$

$$S = 4\$$$

Уральск

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(12), \text{ where } f(n) =$$

$$= 4n^3 - 6n^2 + 4n + 7 \quad 2n(2n^2 - 3n + 2) + 7$$

$$z(1) = \cancel{+3} - 6 + 4 + 7 = 11 - 6 + 4 = 15 - 6 = 9$$

$$\begin{array}{r} f(2) = 32 - 24 + 8 + 7 = 23 \\ f(3) = 40 - 54 + 12 + 7 = 73 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{6} + (12) = 6912 - 364 + 62 + 7 = \\ \hline 22 \\ \hline 64 \\ \hline 5993 \end{array}$$

$$f(u) = 256 - 96 + 16 + 7 \equiv 137$$

$$f(s) = 500 - 110t + 20t^2 = \frac{5}{96} s^2 - \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ \underline{\times 4} \\ \hline 532^4 \end{array} \quad = \quad 417$$

2 $\frac{36}{216}$ $\frac{16}{112}$ $\frac{16}{112}$

$f(6) = 864 - 216 + 24 \Rightarrow =$ $\frac{864}{6}$ $\frac{119}{19}$ $\frac{7}{9}$

$$\frac{121}{11} = 679$$

$$\begin{array}{rcl} \begin{array}{c} 133 \\ 137 \\ \hline 294 \\ 1078 \\ \hline 35 \end{array} & = 1113 & \begin{array}{c} 2048 \\ \hline 2048 \end{array} \\[10pt] \begin{array}{c} f(3) = 2048 - 384 + 3247 \div 648 \\ \quad \quad \quad 1664 \\ \hline 31 \end{array} & & \begin{array}{c} 390 \\ 390 \\ \hline 100 \\ 3500 \\ \hline 25 \\ 25 \\ \hline 0 \end{array} \end{array}$$

$$\frac{1113}{579} = \frac{1664}{322+32+7} = \frac{110}{679} \quad 2 \text{ remainder } 144$$

$$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{3}{3} = \frac{1664}{222+32+7=679} \frac{110}{110} \text{ 2 my } 3$$

$$f(x) = 2916 - 486x + 36x^2 - 2x^3$$

$$\begin{array}{r} 4000 \\ \times 32 \\ \hline 1280 \\ + 1200 \\ \hline 12800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1^3 \\ 2^29 \\ \hline 29^16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3^25 \\ 8^14 \\ \hline 43^6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1664 \\ 339 \\ \hline 1703 \end{array} \quad \begin{array}{r} 344x \\ \hline 344x \end{array} \quad \begin{array}{r} 229 \\ 2916 \\ 486 \\ \hline 2430 \\ 43 \end{array} \quad \begin{array}{r} 915 \\ 6912 \\ 919 \\ \hline 1992 \end{array}$$

$$= \frac{4537+444+7}{\sqrt{26} \times 5} = \frac{5000}{\sqrt{26} \times 5}$$

чертежник

$$\begin{aligned} & \text{1} \quad 9 + 23 + 73 + 157 + 417 + 679 + 1113 + 1703 + 2473 + \\ & + 3447 + 4649 + 5993 = 105 + 1233 + 5289 + 14039 = \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 23 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 1703 \\ 2473 \\ \hline 5289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3447 \\ 4649 \\ 5993 \\ \hline 14039 \end{array}$$

$$= 1338 + 19378 =$$

$$= 20716$$

$$\begin{array}{r} 1337 \\ 467 \\ 679 \\ \hline 1233 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1233 \\ 105 \\ \hline 1338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5289 \\ 14039 \\ 5289 \\ \hline 19378 \end{array}$$

$$1338$$

$$\begin{array}{r} 1338 \\ 19378 \\ 1338 \\ \hline 23716 \end{array}$$

1) 2

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \cdot D \cdot 3 \\ x^2+y > 0 \\ x^2+y-1 > 0 \end{cases}$$

$$y+3 \geq 0$$

$$y+3 < 0$$

$$y \geq -3$$

$$y < -3$$

$$(x^2+y)^{\frac{1}{2}} + y+3 = 1$$

$$x\sqrt{y} + y+3 = 1$$

$$x^2 + t^2 + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 2 = 0$$

$$D = x^2 - 4 \cdot t = x^2 - 2 \cdot 2 = x^2 - 4$$

$$\sqrt{x^2+y} + y+3 = 1$$

$$\sqrt{x^2+y} - y-3 = 1$$

$$9+7$$

$$-10 = 1$$

$$10-10 = 1$$

негаючий

$$\sqrt{t^2} + y+3$$

$$\sqrt{t^2+1}$$

$$1 + + y+3 = 1$$

$$\text{нуль} \quad x^2+y = t^2+1$$

$$\sqrt{t}$$

$$\sqrt{t-1}$$

$$x^2 =$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, -3] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (-3, 1) \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [1, \infty) \end{array}$$

$$\sqrt{y} = t$$

$$x\sqrt{y}$$

$$\cancel{x}$$

$$(x^2)^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ x^2+y^2 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x^2+y^2 = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+3 = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x-3 = 5 \end{array}$$

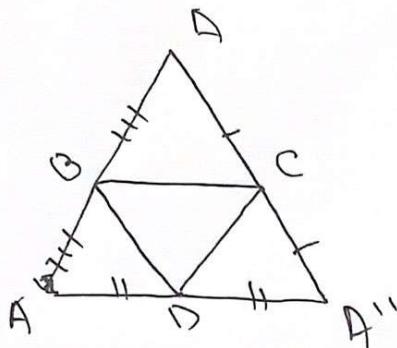
$$\begin{array}{c} \nearrow \\ 9+1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{3}{2}}+3 = 1 \end{array}$$

$$10-1$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{3}{2}}+3 = 1 \end{array}$$

⑥ Задание №

Чистовик



Решение задачи выражено на чистовике:

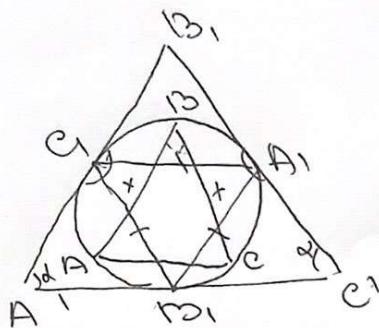
- 1) по условию задачи $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $AB = CD = A'B'$,
 $A'D = BC = A''D$, при этом $AC = A''C$, значит
 $\triangle ABC \sim \triangle CDA''$ - по 3^м признаку, поэтому
 $\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$, $\angle ACB = \angle CA''D = \beta$, следовательно
 $\angle ABC = \angle CDA'' = 180^\circ - \alpha - \beta = \gamma$, значит $\triangle BA'D =$
 $= \triangle ABC$ - по 2^м признаку и между ними,
 $\angle BCD = \angle DA'B$ - по 3^м признаку,
 следовательно и углы равны $\Rightarrow \cancel{\triangle BCD = \triangle DA'B}$
- $\Rightarrow S_{\text{небольш}} = 4S$

$$\text{Ошибки: } S = u \cancel{s}$$

5

~5

числовик



$$\begin{aligned}
 1) \quad A'B = x = BC = AC \Rightarrow \frac{B'C}{x} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 &= \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C = x \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = A'B \Rightarrow \\
 \Rightarrow \quad &\frac{A'C}{C'B} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C = C'B \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 &= x \cdot \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2(\alpha)} \\
 \frac{B'C}{x} = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow B'C &= x \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \quad &k = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} + \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2(\alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} + \\
 &+ \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} \quad \text{заметка} \\
 \Rightarrow \quad &\frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = k(t) \quad \cos \alpha = t \quad \text{m.k } \alpha \in [0^\circ, 60^\circ] \\
 k'(t) = \frac{-1}{2\cos^2 \alpha} + \frac{1}{(2 - 2\cos \alpha)^2} = -\frac{1}{2\cos^2 \alpha} + & \Rightarrow t \in [\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}] \\
 &+ \frac{1}{2 - 4\cos \alpha} \quad \text{m.k } 2 - 4t < 0 \\
 k'(t) > 0 \Rightarrow \min(k) \text{ при } t = \frac{1}{2} & \\
 \max(k) \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2} &
 \end{aligned}$$

Ombrem: $\min k \text{ при } t = \frac{1}{2}$; $\max k \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}$

④ Задача 3

шестовик

Оба уравнения - квадратные, тогда пусть
 x_1, x_2 - корни первого уравнения; x_3, x_4 -
корни второго уравнения. Воспользуемся
формулой Виетта:

$$\begin{cases} a+1 = x_1 \cdot x_2 \\ a = x_3 \cdot x_4 \end{cases}$$

Из симметрии получаем, что четвертая
сумма произведений корней различна тогда
оба из них нечетные, тогда минимальное
нечетное произведение это 15 (как произве-
дение двух минимальных различных нечетных
чисел больше 1; 3; 5)

Тогда $a = 3 \cdot 5 = 15$ (если рассматривать
второй вариант, то получим $a = 6, 9$
но это не будет минимум)

Ответ: 15

(3) Задание №2

математик

Байдасова 21.01.08

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

Две мого, умдн втвое уравнение имено
длжествуемыне решения, необходимо

$$x^2+y-1 \geq 0.$$

$$\text{значит } x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

Поставим это в первое уравнение

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+3| \geq 1 + |y+3|$$

$$1 \geq 1 + |y+3|$$

$$0 \geq |y+3|$$

но при этом получим $|y+3| \geq 0 \Rightarrow |y+3|=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-3$. Поставим это в первое уравнение

$$\sqrt{x^2-9} = 1$$

$$x^2 = 1+9=9$$

$$x = \pm 3$$

Проверим втое уравнение

если $x=-3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5$ - получится

если $x=3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 11$ - не получится

Ответ: $x=-3, y=-3$

1

№ 4

чертёжник.

Пусть траектория машины β с $v=1$. Траектория α находится левее траектории β . Переходим в систему координат с началом в центре траектории α .

(центр окружности α на оси Ox). Найдём ось Ox в сторону центра траектории β . Угол между осью Oy и машиной $A = \frac{\pi}{6}$. Тогда уравнение окружности машины A , но траектории α

$$A = (\cos(\frac{\pi}{6} + x), \sin(\frac{\pi}{6} + x))$$

Теперь рассмотрим машину B . Обозначим центр окружности β за O_1 , тогда угол между O_1x и машиной B будет равен $\frac{2\pi}{3}$. Уравнение окружности машины B по траектории β

$$\beta = (\cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Но т.к. центр траектории β находится на расстоянии 2 от центра O , то в системе отсчёта, связанный с O , уравнение окружности машины B будет выглядеть так

$$\beta = (2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Теперь мы можем записать формулу расстояние между машинами, которая будет зависеть только от x .

По условию это расстояние должно

быть не больше радиуса, т.е. $\sqrt{2} \leq x \leq 2$

(2) nu

нечтобик

$$|AB| = \sqrt{(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2}$$

≤ 4

Всему

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2 \leq 4$$

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) - \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) - \cos(\frac{\pi}{6}) \cos(x) - \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x))^2 \leq 4$$

$$+ (\sin(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) + \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) \cos^2(\frac{2\pi}{3}) - \sin(\frac{\pi}{6}) \cos(x) + \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x) \cos(\frac{\pi}{6}))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{1}{2} \cos(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x))^2 +$$

$$+ (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x) - \frac{1}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 \leq 4$$

Одознаамы $\sin(x) - \cos(x) = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 \leq 4$$

$$4 - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}+1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}-1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) \leq 4$$

$$2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4})(\sin(x - \frac{\pi}{4}) - (\sqrt{3}+1)\sqrt{2}) \leq 0$$

Задумим, чмо $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq \sqrt{2} \leq \sqrt{3}+1$, т.к.

Сумма $\cos(x) + \sin(x)$ максимална, когдя
они равни. Тогда скока $(\sin(x - \frac{\pi}{4}) - (\sqrt{3}+1)\sqrt{2}) < 0$ бөрз

Очигаамы:

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x) - \cos(x) \leq 0$$

Это неравенство бүткүлгөмөндең шарты
бөлжесең ие нөхөнне күргэ. Задумы,
бөлжесең нөхөннүн брекешең от сандар
нисең расстояние шанды ишнүү булса
бөлжесең ошашыра түрлөр

Ответ: 60 минут

вернуть

~2

$$\sqrt{x^2+y} + |y+8| = 1$$
$$\sqrt{x^2+y-1} + |x+8| = 5$$

OD 3

$$x^2+y-1 \geq 0$$

$$x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+8| \geq 1 + |y+8|$$

$$1 \geq 1 + |y+8|$$

$$0 \geq |y+8|$$

$$y = -8$$

$$\sqrt{x^2-8} = 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x_1 = -3$$

$$9 + (-3) - 1 + 3 + 8 = 5$$

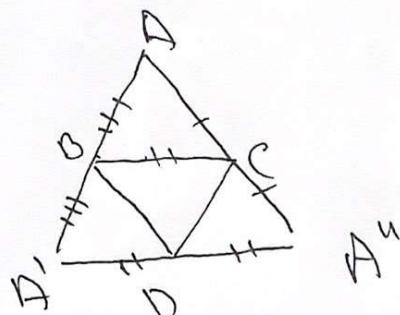
~~$$x_2 = 3$$~~

~~$$9 - 3 - 1 = 5$$~~

$$3 + 8 = 11$$

№ 6

чертёж



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$A'D = A''D = DC$$

$$AC = A''C$$

$$\Delta ABC = \Delta CDA'' - \text{no}^3$$

смежные

$$\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$$

$$\Delta BAC' = \Delta CA'D = \alpha$$

$$\angle ACB = \angle CA'D = \alpha$$

2^н смежные
и между ними

$$\angle ABC = \angle DA'B = 180^\circ - \alpha - \beta = \beta$$

$$\Delta BCD = \Delta DA'B - \text{но } 3\text{^н смежные}$$

$$S = 4\$$$

Чайковский

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(12), \text{ where } f(n) =$$

$$= 4n^3 - 6n^2 + 4n + 7 \quad 2n(2n^2 - 3n + 2) + 7$$

$$z(1) = \cancel{+3} - 6 + 4 + 7 = 11 - 6 + 4 = 15 - 6 = 9$$

$$f(2) = \frac{32 - 24 + 8 + 7}{32} = 23$$

$$f(3) = 100 - 50 + 12 + 7 = 73$$

$$\frac{121}{6} \times (12) = 6912 - 364 + 42 + 7 = \frac{1}{64} - \frac{27}{108}$$

$$f(u) = 256 - 96 + 16 \div 7 \equiv 133$$

$$f(\xi) = 500 - 110t - 20t^2 = \frac{5}{9.6} - \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ \underline{- 532} \\ \hline 864 \end{array} \quad = \quad 117$$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{11} = 679 \\ \hline 1331 \\ -121 \\ \hline 11 \\ \hline f(7) = 1372 - 284 + 28 + 7 = 1372 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{643}{5} \overline{)648119} \\ 500 \\ \hline 137 \\ \hline 125 \\ \hline 125 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{64}{12} \overline{)390} \\ 390 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{13}{2} \overline{)1928} \\ 1928 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{137^2}{294} = 113 \quad \frac{204^2}{35} = 144$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} 3 \\ \times 5 \cancel{2} 6 \cancel{1} 4 \\ \hline \end{array} = \frac{1664}{2222 + 32 + 7} = \frac{1664}{2261} = \frac{679}{110} = 6 \frac{1}{110}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{111}^{\cancel{111}^3} \\ - \cancel{648}^{\cancel{648}^5} \\ \hline \cancel{57}^{\cancel{57}^8} \end{array} = \frac{166^{\text{st}}}{\cancel{222}^{\cancel{222}^2} + 32 + 7} = \frac{679}{\cancel{120}^{\cancel{120}^2}} = \frac{110}{\cancel{59}^{\cancel{59}^1}} = 2 \frac{144}{\cancel{59}^{\cancel{59}^1}}$$

$$f(x) = 2916 - 486x + 36x^2 + 7 = \frac{4593}{4}x^2 - 11x + 2916$$

$$\begin{array}{r} 4000 - 800 \times 10 \approx 4 \\ \hline 3200 \end{array}$$

13
729
916 / 325
81 / 664
337 / 03
26 / 7
- 5324 -
2016
436
108

$$\begin{aligned} & -726+44x^7 = \frac{24x^3}{13} \\ & = \frac{4587+44x^7}{24x^3} \end{aligned}$$

чертежник

$$1 \overbrace{9+23+73+157+417+679+1113+1703+2473+} \\ + 3447+4649+5993 = \overbrace{105+1233+5289+14029=}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 23 \\ 105 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 1703 \\ 2473 \\ \hline 5289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3447 \\ 4649 \\ 5993 \\ \hline 14029 \end{array}$$

$$= 1338 + 19378 =$$

$$= 20716$$

$$\begin{array}{r} 1337 \\ 467 \\ 679 \\ \hline 1233 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1233 \\ 105 \\ \hline 1338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5289 \\ 14029 \\ 5289 \\ \hline 19378 \end{array}$$

$$1338$$

$$\begin{array}{r} 1338 \\ 19378 \\ 1338 \\ \hline 23716 \end{array}$$

1) 2

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \cdot D \cdot 3 \\ x^2+y > 0 \\ x^2+y-1 > 0 \end{cases}$$

$$y+3 \geq 0$$

$$y+3 < 0$$

$$y \geq -3$$

$$y < -3$$

$$(x^2+y)^{\frac{1}{2}} + y+3 = 1$$

$$x\sqrt{y} + y+3 = 1$$

$$x^2 + t^2 + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 2 = 0$$

$$D = x^2 - 4 \cdot t = x^2 - 2 \cdot 2 = x^2 - 4$$

$$\sqrt{x^2+y} + y+3 = 1$$

$$\sqrt{x^2+y} - y-3 = 1$$

$$9+7$$

$$-10 = 1$$

$$10-10 = 1$$

негація

$$\sqrt{t^2} + y+3$$

$$\sqrt{t^2+1}$$

$$1 + |y+3| = 5$$

$$\text{нуль} \quad x^2+y = t^2+1$$

$$\sqrt{t}$$

$$\sqrt{t-1}$$

$$x^2 =$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, -3] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (-3, 1) \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [1, \infty) \end{array}$$

$$\sqrt{y} = t$$

$$x\sqrt{y}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, 0] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (0, 2] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (2, \infty) \end{array}$$

$$(x^2)^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ x^2+y^2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x^2+y^2+2xy \end{array}$$

$$\sqrt{x^2+y-1} + x+3 = 5$$

$$\sqrt{x^2+y-1} - x-3 = 5$$

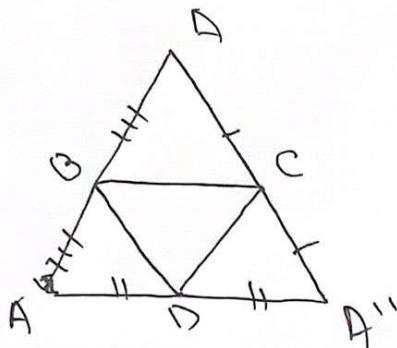
$$\begin{array}{c} \nearrow \\ 9+1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x^2+y^2+3xy+3 = 1 \end{array}$$

$$10-10 = 1$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x^2+y^2+3y^2+3 = 1 \end{array}$$

⑥ Задание №

Чистовик



Решение задачи выражено на чистовике:

- 1) по условию задачи $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $AB = CD = A'B'$, $A'D = BC = A''D$, при этом $AC = A''C$, значит $\triangle ABC \cong \triangle CDA''$ - по 3^м признаку, поэтому $\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$, $\angle ACB = \angle CA''D = \beta$, следовательно $\angle ABC = \angle CDA'' = 180^\circ - \alpha - \gamma = \beta$, значит $\triangle BA'D = \triangle ABC$ - по 2^м признаку и между ними, $\angle BCD = \angle DA'B$ - по 3^м признаку, следовательно и углы равны $\Rightarrow \frac{S_{\text{небольш}}}{S_{\text{больш}}} = 4$

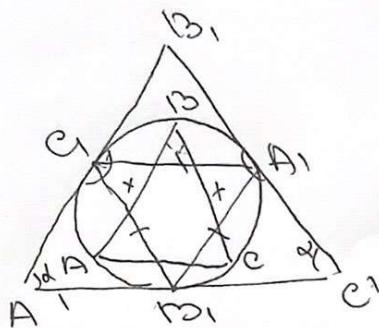
$$\Rightarrow S_{\text{небольш}} = 4S$$

$$\text{Ответ: } S = 4S$$

5

~5

числовик



$$\begin{aligned}
 1) \quad A'B = x = BC = AC \Rightarrow \frac{B'C_1}{x} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C_1 = x \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = A'B_1 \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{A'C_1}{C_1B_1} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C_1 = C_1B_1 \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = x \cdot \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2(\alpha)} \\
 \frac{B'C_1}{x} = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow B'C_1 = x \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow k = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} + \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2(\alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} + \\
 + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} \quad \text{замена} \\
 \cos \alpha = t \quad \text{m.k } \alpha \in [0^\circ; 30^\circ] \\
 \Rightarrow \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = k(t) \quad \Rightarrow t \in [\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}] \\
 k'(t) = \frac{-1}{2\cos^2 \alpha} + \frac{1}{(2 - 2\cos \alpha)^2} = -\frac{1}{2\cos^2 \alpha} + \quad \text{m.k } 2 - 2\cos \alpha < 0 \\
 + \frac{1}{2 - 4\cos \alpha + 2\cos^2 \alpha} \\
 k'(t) > 0 \Rightarrow \min(k) \text{ при } t = \frac{1}{2} \\
 \max(k) \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

Ombrem: $\min k \text{ при } t = \frac{1}{2}, \max k \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}$

④ Задача 3

шестовик

Оба уравнения - квадратные, тогда пусть
 x_1, x_2 - корни первого уравнения; x_3, x_4 -
корни второго уравнения. Воспользуемся
формулой Виетта:

$$\begin{cases} a+1 = x_1 \cdot x_2 \\ a = x_3 \cdot x_4 \end{cases}$$

Из симметрии получаем, что четвертая
сумма произведений корней различна тогда
оба из них нечетные, тогда минимальное
нечетное произведение это 15 (как произве-
дение двух минимальных различных нечетных
чисел больше 1; 3; 5)

Тогда $a = 3 \cdot 5 = 15$ (если рассматривать
второй вариант, то получим $a = 6, 9$
но это не будет минимум)

Ответ: 15

(3) Задание №2

математик

базацум 21.01.08

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

Две мого, умдн бтвое уравнение имено
длжимо имене, необходимо

$$x^2+y-1 \geq 0.$$

$$\text{значит } x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

Поставим это в первое уравнение

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+3| \geq 1 + |y+3|$$

$$1 \geq 1 + |y+3|$$

$$0 \geq |y+3|$$

но при этом можно $|y+3| \geq 0 \Rightarrow |y+3|=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-3$. Поставим это в первое уравнение

$$\sqrt{x^2-9} = 1$$

$$x^2 = 1+9=9$$

$$x = \pm 3$$

Проверим бтвое уравнение

если $x=-3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5$ - получится

если $x=3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 11$ - не получится

Ответ: $x=-3, y=-3$

1

№ 4

чертёжник.

Пусть траектории окружности с $r=1$. Траектория находиться левее траектории B . Переидем в систему координат с центром траектории A .

(центр окружности A на оси Ox). Найдём ось Ox в сторону центра траектории B . Угол между осью Oy и машиной $A = \frac{\pi}{6}$. Тогда, уравнение окружности машины A , но траектории $A = (\cos(\frac{\pi}{6} + x), \sin(\frac{\pi}{6} + x))$

Теперь рассмотрим машину B . Обозначим центр окружности B за O_1 , тогда угол между O_1x и машиной B будет равен $\frac{2\pi}{3}$. Уравнение окружности машины B по траектории B

$$B = (\cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Но тк центр траектории B находится на расстоянии 2 от центра A , то в системе отсчета, связанный с O , уравнение окружности машины B будет выглядеть так

$$B = (2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Теперь мы можем записать формулу расстояние между машинами, которая будет зависеть только от x .

По условию это расстояние должно

быть не больше радиуса, т.е. $\Rightarrow x \geq 2$

(2) nu

нечтобуки

$$|AB| = \sqrt{(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2}$$

≤ 4

Всему

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2 \leq 4$$

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) - \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) - \cos(\frac{\pi}{6}) \cos(x) - \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x))^2 \leq 4$$

$$+ (\sin(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) + \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) \cos^2(\frac{2\pi}{3}) - \sin(\frac{\pi}{6}) \cos(x) + \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x) \cos(\frac{\pi}{6}))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{1}{2} \cos(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x))^2 +$$

$$+ (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x) - \frac{1}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 \leq 4$$

Одознаем $\sin(x) - \cos(x) = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 \leq 4$$

$$4 - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}+1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}-1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) \leq 4$$

$$2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4})(\sin(x - \frac{\pi}{4}) - (\sqrt{3}+1)\sqrt{2}) \leq 0$$

Задумим, что $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq \sqrt{2} \leq \sqrt{3}+1$, т.к.

если $\cos x + \sin x$ максимален, когда
он равен 1. Тогда сколько $(\sqrt{3}+1)\sqrt{2}$ будет

Остается:

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x) - \cos(x) \leq 0$$

Это означает, что точка A лежит
на первом или четвертом квадрантах.
точка B лежит в третьем квадранте от A .
расстояние между ними должно
быть больше радиуса траектории

Ответ: 60 минут

вернуть

~2

$$\sqrt{x^2+y} + |y+8| = 1$$
$$\sqrt{x^2+y-1} + |x+8| = 5$$

OD 3

$$x^2+y-1 \geq 0$$

$$x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+8| \geq 1 + |y+8|$$

$$1 \geq 1 + |y+8|$$

$$0 \geq |y+8|$$

$$y = -8$$

$$\sqrt{x^2-8} = 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x_1 = -3$$

$$9 + (-3) - 1 + 3 + 8 = 5$$

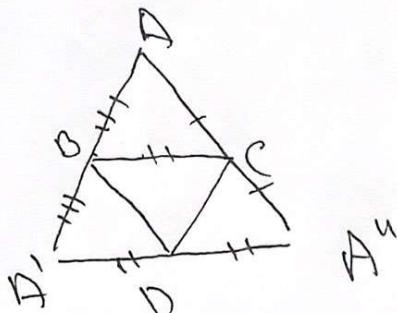
~~$$x_2 = 3$$~~

~~$$9 - 3 - 1 = 5$$~~

$$3 + 8 = 11$$

№ 6

чертёж



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$A'D = A''D = DC$$

$$AC = A''C$$

$$\Delta ABC = \Delta CDA'' - \text{no}^3$$

смежные

$$\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$$

$$\Delta BAC' = \Delta CA'D - \text{no}$$

$$\angle ACB = \angle CA'D = \alpha$$

2^н смежные
и между ними

$$\angle ABC = \angle DA'B = 180^\circ - \alpha - \beta = \beta$$

$$\Delta BCD = \Delta DA'B - \text{но } 3\text{^н смежные}$$

$$S = 4\$$$

Уральск

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(12), \text{ where } f(n) =$$

$$= 4n^3 - 6n^2 + 4n + 7 \quad 2n(2n^2 - 3n + 2) + 7$$

$$z(1) = \cancel{+3} - 6 + 4 + 7 = 11 - 6 + 4 = 15 - 6 = 9$$

$$f(2) = \frac{32 - 24 + 8 + 7}{24} = 23$$

$$f(3) = 107 - 54 + 12 + 7 = 73$$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{6} + (12) = 6912 - 364 + 42+7 = \\ \hline 5993 \end{array}$$

$$f(u) = 256 - 96 + 16 \Rightarrow f = 136$$

$$f(s) = 500 - 110t - 20t^2 =$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ \underline{\times 4} \\ \hline 532^4 \end{array} \quad = \quad 417 \quad \begin{array}{r} 2 \quad \frac{36}{216} \\ \underline{\times 4} \quad \underline{4} \\ \hline 112 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ \underline{\times 6} \\ \hline 96 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ \underline{\times 4} \\ \hline 64 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ \underline{\times 7} \\ \hline 112 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ \underline{\times 3} \\ \hline 48 \end{array}$$

$2(6) = 48$ $864 - 216 + 24 + 3 = 687$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{11} \\ \hline 121 \\ -11 \\ \hline 10 \\ \hline 10 \\ = 679 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \hline 543 \\ \hline 500 \\ 110 \\ \hline 137 \\ \hline 137 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 648119 \\ \hline 1254 \\ \hline 7928 \end{array}$$

$$\frac{137^2}{294} = 1113 \quad \frac{204^2}{35} = \frac{390}{31} \quad 3 \overline{)500} \quad f(3) = \frac{3333 - 3344 + 3277}{31} \quad 6912$$

$$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{3}{3} = \frac{1664}{222+32+7} = \frac{1664}{261} = \frac{1664}{261}$$

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 648 \\
 324 \\
 \hline
 49 \\
 2473 \\
 \hline
 f(3) = 2916 - 486 + 36 + 7 = 2473
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4000 \\ - 3800 \\ \hline 200 \end{array}$$

13
229
16
337
84/
1664
337
03
3442
2916
438

$$\begin{array}{r} 2916 \\ \times 13 \\ \hline 87 \\ +26 \\ \hline 37 \\ - 726 + 44x7 = \frac{436}{2430} \\ - 453 + 44x7 = \frac{13}{243} \\ \hline 3993 \end{array}$$

чертежник

$$\begin{aligned} & \text{1} \quad 9 + 23 + 73 + 157 + 417 + 679 + 1113 + 1703 + 2473 + \\ & + 3447 + 4649 + 5993 = 105 + 1233 + 5289 + 14039 = \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 23 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 1703 \\ 2473 \\ \hline 5289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3447 \\ 4649 \\ 5993 \\ \hline 14039 \end{array}$$

$$= 1338 + 19378 =$$

$$= 20716$$

$$\begin{array}{r} 1337 \\ 467 \\ 679 \\ \hline 1233 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1233 \\ 105 \\ \hline 1338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5289 \\ 14039 \\ 5289 \\ \hline 19378 \end{array}$$

$$1338$$

$$\begin{array}{r} 1338 \\ 19378 \\ 1338 \\ \hline 23716 \end{array}$$

1) 2

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \cdot D \cdot 3 \\ x^2+y > 0 \\ x^2+y-1 > 0 \end{cases}$$

$$y+3 \geq 0$$

$$y+3 < 0$$

$$y \geq -3$$

$$y < -3$$

$$(x^2+y)^{\frac{1}{2}} + y+3 = 1$$

$$x\sqrt{y} + y+3 = 1$$

$$x^2 + t^2 + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 2 = 0$$

$$D = x^2 - 4 \cdot t = x^2 - 2 \cdot 2 = x^2 - 4$$

$$\sqrt{x^2+y} + y+3 = 1$$

$$\sqrt{x^2+y} - y-3 = 1$$

$$9+7$$

$$-10 = 1$$

$$10-10 = 1$$

негація

$$\sqrt{t^2} + y+3$$

$$\sqrt{t^2+1}$$

$$1 + |y+3| = 5$$

$$\text{нуль} \quad x^2+y = t^2+1$$

$$\sqrt{t}$$

$$\sqrt{t-1}$$

$$x^2 =$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, -3] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (-3, 1) \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [1, \infty) \end{array}$$

$$\sqrt{y} = t$$

$$x\sqrt{y}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, 0] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (0, 2] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (2, \infty) \end{array}$$

$$(x^2)^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, 1] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (1, 5] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (5, \infty) \end{array}$$

$$\sqrt{x^2+y-1} + x+3 = 5$$

$$\sqrt{x^2+y-1} - x-2 = 5$$

$$9+1 - 10 = 1$$

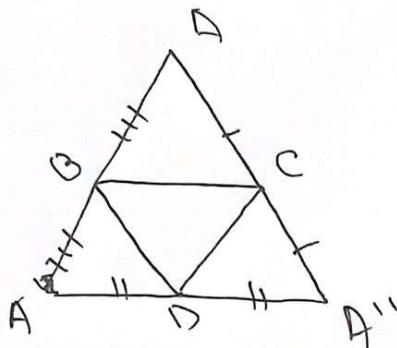
$$x+\sqrt{y^2+3}+3 = 1$$

$$10-10 = 1$$

$$9 - x+\sqrt{y^2+3}+3 = 1$$

⑥ Задание №

Чистовик



Решение задачи выражено на чистовике:

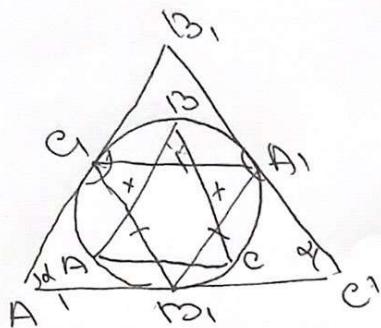
- 1) по условию задачи $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $AB = CD = A'B'$,
 $A'D = BC = A''D$, при этом $AC = A''C$, значит
 $\triangle ABC \sim \triangle CDA''$ - по 3^м признаку, поэтому
 $\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$, $\angle ACB = \angle CA''D = \beta$, следовательно
 $\angle ABC = \angle CDA'' = 180^\circ - \alpha - \beta = \gamma$, значит $\triangle BA'D =$
 $= \triangle ABC$ - по 2^м признаку и между ними,
 $\alpha \triangle BCD = \triangle DA'B' - по 3^м признаку,
 следовательно и углы равны $\Rightarrow \cancel{\triangle BCD = \triangle DA'B'}$$
- $\Rightarrow S_{\text{небольш}} = 4S$

$$\text{Ошибки: } S = u \cancel{s}$$

5

~5

числовик



$$\begin{aligned}
 1) \quad A'B = x = BC = AC \Rightarrow \frac{B'C_1}{x} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C_1 = x \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = A'B_1 \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{A'C_1}{C_1B_1} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C_1 = C_1B_1 \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = x \cdot \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2(\alpha)} \\
 \frac{B'C_1}{x} = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow B'C_1 = x \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow k = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} + \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2(\alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} + \\
 + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} \quad \text{замена} \\
 \cos \alpha = t \quad \text{m.k } \alpha \in [0^\circ; 30^\circ] \\
 \Rightarrow \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = k(t) \quad \Rightarrow t \in [\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}] \\
 k'(t) = \frac{-1}{2\cos^2 \alpha} + \frac{1}{(2 - 2\cos \alpha)^2} = -\frac{1}{2\cos^2 \alpha} + \quad \text{m.k } 2 - 2\cos \alpha < 0 \\
 + \frac{1}{2 - 4\cos \alpha \cdot 2\cos^2 \alpha} \\
 k'(t) > 0 \Rightarrow \min(k) \text{ при } t = \frac{1}{2} \\
 \max(k) \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

Ombrem: $\min k \text{ при } t = \frac{1}{2}, \max k \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}$

④ Задача 3

шестовик

Оба уравнения - квадратные, тогда пусть
 x_1, x_2 - корни первого уравнения; x_3, x_4 -
корни второго уравнения. Воспользуемся
формулой Виетта:

$$\begin{cases} a+1 = x_1 \cdot x_2 \\ a = x_3 \cdot x_4 \end{cases}$$

Из симметрии получаем, что четвертая
сумма произведений корней различна тогда
оба из них нечетные, тогда минимальное
нечетное произведение это 15 (как произве-
дение двух минимальных различных нечетных
чисел больше 1; 3; 5)

Тогда $a = 3 \cdot 5 = 15$ (если рассматривать
второй вариант, то получим $a = 6, 9$
но это не будет минимум)

Ответ: 15

(3) Задание №2

математик

базацум 21.01.08

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

Две мого, умдн бтвое уравнение имено
длжимо имене, необходимо

$$x^2+y-1 \geq 0.$$

$$\text{значит } x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

Поставим это в первое уравнение

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+3| \geq 1 + |y+3|$$

$$1 \geq 1 + |y+3|$$

$$0 \geq |y+3|$$

но при этом можно $|y+3| \geq 0 \Rightarrow |y+3|=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-3$. Поставим это в первое уравнение

$$\sqrt{x^2-9} = 1$$

$$x^2 = 1+9=9$$

$$x = \pm 3$$

Проверим бтвое уравнение

если $x=-3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5$ - получится

если $x=3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 11$ - не получится

Ответ: $x=-3, y=-3$

1

№ 4

чертёжник.

Пусть траектории окружности с $r=1$. Траектория находиться левее траектории B . Переидем в систему координат с центром траектории A .

(центр окружности A на оси Ox). Найдём ось Ox в сторону центра траектории B . Угол между осью Oy и машиной $A = \frac{\pi}{6}$. Тогда, уравнение окружности машины A , но траектории $A = (\cos(\frac{\pi}{6} + x), \sin(\frac{\pi}{6} + x))$

Теперь рассмотрим машину B . Обозначим центр окружности B за O_1 , тогда угол между O_1x и машиной B будет равен $\frac{2\pi}{3}$. Уравнение окружности машины B по траектории B

$$B = (\cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Но тк центр траектории B находится на расстоянии 2 от центра A , то в системе отсчета, связанный с O , уравнение окружности машины B будет выглядеть так

$$B = (2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Теперь мы можем записать формулу расстояние между машинами, которая будет зависеть только от x .

По условию это расстояние должно

быть не больше радиуса, т.е. $\Rightarrow x \geq 2$

(2) nu

нечтобуки

$$|AB| = \sqrt{(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2}$$

≤ 4

Всему

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2 \leq 4$$

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) - \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) - \cos(\frac{\pi}{6}) \cos(x) - \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x))^2 \leq 4$$

$$+ (\sin(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) + \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) \cos^2(\frac{2\pi}{3}) - \sin(\frac{\pi}{6}) \cos(x) + \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x) \cos(\frac{\pi}{6}))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{1}{2} \cos(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x))^2 +$$

$$+ (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x) - \frac{1}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 \leq 4$$

Одознаем $\sin(x) - \cos(x) = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 \leq 4$$

$$4 - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}+1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}-1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) \leq 4$$

$$2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4})(\sin(x - \frac{\pi}{4}) - (\sqrt{3}+1)\sqrt{2}) \leq 0$$

Задумим, что $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq \sqrt{2} \leq \sqrt{3}+1$, т.к.

если $\cos x + \sin x$ максимален, когда
он равен 1. Тогда сколько $(\sqrt{3}+1)\sqrt{2}$ будет

Остается:

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x) - \cos(x) \leq 0$$

Это означает, что точка A лежит
на первом или четвертом квадрантах.
точка B лежит в третьем квадранте от A .
расстояние между ними должно
быть больше радиуса траектории

Ответ: 60 минут

вернуть

~2

$$\sqrt{x^2+y} + |y+8| = 1$$
$$\sqrt{x^2+y-1} + |x+8| = 5$$

OD 3

$$x^2+y-1 \geq 0$$

$$x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+8| \geq 1 + |y+8|$$

$$1 \geq 1 + |y+8|$$

$$0 \geq |y+8|$$

$$y = -8$$

$$\sqrt{x^2-8} = 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x_1 = -3$$

$$9 + (-3) - 1 + 3 + 8 = 5$$

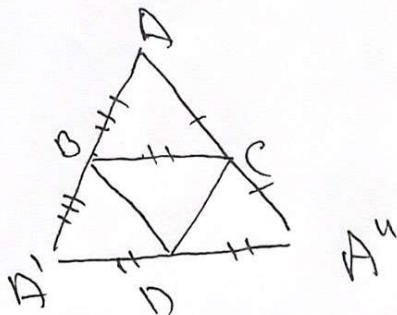
~~$$x_2 = 3$$~~

~~$$9 - 3 - 1 = 5$$~~

$$3 + 8 = 11$$

№ 6

чертежи



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$A'D = A''D = DC$$

$$AC = A''C$$

$$\Delta ABC = \Delta CDA'' - \text{no}^3$$

смежные

$$\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$$

$$\Delta BCA' = \Delta BDC - \text{no}$$

$$\angle ACB = \angle CA'D = \alpha$$

2^н смежные
4 углы между ними

$$\angle ABC = \angle DA'B = 180^\circ - \alpha - \beta = \beta$$

$$\Delta BCD = \Delta DA'B - \text{no } 3\text{н смежные}$$

$$S = 4\$$$

найдите

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(12), \text{ если } f(n) =$$

$$= un^3 - 6n^2 + un + 7 \quad 2n(2n^2 - 3n + 2) + 7$$

$$f(1) = u - 6 + u + 7 = 11 - 6 + 4 = 15 - 6 = 9$$

$$f(2) = 32 - 24 + 2 + 7 = 23 \quad \frac{32}{24}$$

$$f(3) = 108 - 54 + 12 + 7 = 73 \quad 2 \quad 8$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ 6 \\ \hline 226 \\ \hline 5993 \end{array} \quad f(12) = 6912 - 364 + 42 + 7 = \begin{array}{r} 23 \\ 64 \\ \hline 103 \\ 54 \end{array}$$

$$f(4) = 256 - 96 + 16 + 7 = 137 \quad \begin{array}{r} 256 \\ 16 \\ \hline 56 \\ 56 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ 5 \\ \hline 5324 \\ \hline 417 \end{array} \quad f(5) = 500 - 110 + 20 + 7 = \begin{array}{r} 3 \\ 256 \\ 16 \\ \hline 96 \\ 96 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 4 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$f(6) = 864 - 216 + 24 + 7 = \begin{array}{r} 648 \\ 264 \\ 256 \\ \hline 119 \\ 119 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ 11 \\ \hline 121 \\ 1331 \\ \hline 1372 \end{array} \quad = 679 \quad \begin{array}{r} 5 \\ 343 \\ 648119 \\ \hline 144 \\ 1288 \\ 144 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1332 \\ 294 \\ 35 \\ \hline 1078 \\ 35 \\ \hline 113 \end{array} \quad f(7) = 1372 - 284 + 28 + 7 = \begin{array}{r} 49 \\ 36 \\ 294 \\ \hline 110 \\ 110 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ 390 \\ 125 \\ 125 \\ \hline 112 \\ 112 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 144 \\ 12 \\ 288 \\ 44 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 648 \\ 334 \\ 409 \\ 409 \\ \hline 1664 \\ 1664 \\ 32 \\ 32 \\ \hline 0 \end{array} \quad f(8) = 2916 - 384 + 32 + 7 = \begin{array}{r} 31 \\ 31 \\ 25 \\ 25 \\ \hline 110 \\ 110 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6912 \\ 144 \\ 144 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 648 \\ 334 \\ 409 \\ 409 \\ \hline 1664 \\ 1664 \\ 32 \\ 32 \\ \hline 0 \end{array} \quad f(8) = 2916 - 384 + 32 + 7 = \begin{array}{r} 31 \\ 31 \\ 25 \\ 25 \\ \hline 110 \\ 110 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6912 \\ 144 \\ 144 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 648 \\ 334 \\ 409 \\ 409 \\ \hline 1664 \\ 1664 \\ 32 \\ 32 \\ \hline 0 \end{array} \quad f(8) = 2916 - 384 + 32 + 7 = \begin{array}{r} 31 \\ 31 \\ 25 \\ 25 \\ \hline 110 \\ 110 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6912 \\ 144 \\ 144 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4096 \\ 324 \\ 324 \\ 324 \\ 324 \\ \hline 1664 \\ 1664 \\ 32 \\ 32 \\ \hline 0 \end{array} \quad f(9) = 4096 - 4096 + 4096 + 7 = 4096$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 729 \\ 2916 \\ 2916 \\ 2916 \\ \hline 1664 \\ 1664 \\ 32 \\ 32 \\ \hline 0 \end{array} \quad f(10) = 4096 - 4096 + 4096 + 7 = 4096$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 729 \\ 2916 \\ 2916 \\ 2916 \\ \hline 1664 \\ 1664 \\ 32 \\ 32 \\ \hline 0 \end{array} \quad f(10) = 4096 - 4096 + 4096 + 7 = 4096$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 729 \\ 2916 \\ 2916 \\ 2916 \\ \hline 1664 \\ 1664 \\ 32 \\ 32 \\ \hline 0 \end{array} \quad f(11) = 4096 - 4096 + 4096 + 7 = 4096$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 729 \\ 2916 \\ 2916 \\ 2916 \\ \hline 1664 \\ 1664 \\ 32 \\ 32 \\ \hline 0 \end{array} \quad f(11) = 4096 - 4096 + 4096 + 7 = 4096$$

чертежник

$$\begin{aligned} & \text{1} \quad 9 + 23 + 73 + 157 + 417 + 679 + 1113 + 1703 + 2473 + \\ & + 3447 + 4649 + 5993 = 105 + 1233 + 5289 + 14039 = \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 23 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 1703 \\ 2473 \\ \hline 5289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3447 \\ 4649 \\ 5993 \\ \hline 14039 \end{array}$$

$$= 1338 + 19378 =$$

$$= 20716$$

$$\begin{array}{r} 1337 \\ 467 \\ 679 \\ \hline 1233 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1233 \\ 105 \\ \hline 1338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5289 \\ 14039 \\ 5289 \\ \hline 19378 \end{array}$$

$$1338$$

$$\begin{array}{r} 1338 \\ 19378 \\ 1338 \\ \hline 23716 \end{array}$$

1) 2

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \cdot D \cdot 3 \\ x^2+y > 0 \\ x^2+y-1 > 0 \end{cases}$$

$$y+3 \geq 0$$

$$y+3 < 0$$

$$y \geq -3$$

$$y < -3$$

$$(x^2+y)^{\frac{1}{2}} + y+3 = 1$$

$$x\sqrt{y} + y+3 = 1$$

$$x^2 + t^2 + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 2 = 0$$

$$D = x^2 - 4 \cdot t = x^2 - 2 \cdot 2 = x^2 - 4$$

$$\sqrt{x^2+y} + y+3 = 1$$

$$\sqrt{x^2+y} - y-3 = 1$$

$$9+7$$

$$-10 = 1$$

$$10-10 = 1$$

негація

$$\sqrt{t^2} + y+3$$

$$\sqrt{t^2+1}$$

$$1 + |y+3| = 5$$

$$\text{нуль} \quad x^2+y = t^2+1$$

$$\sqrt{t}$$

$$\sqrt{t-1}$$

$$x^2 =$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, -3] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (-3, 1) \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [1, \infty) \end{array}$$

$$\sqrt{y} = t$$

$$x\sqrt{y}$$

$$\cancel{x}$$

$$(x^2)^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, 0] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [0, 2] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [2, \infty) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+3 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ y+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ -x-2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ -y-2 \end{array}$$

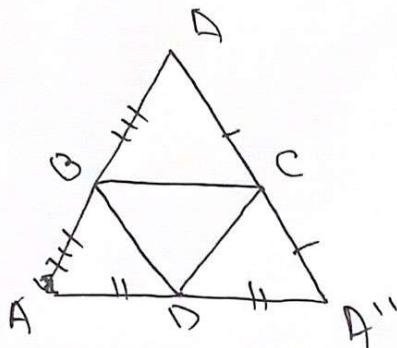
$$\begin{array}{c} \nearrow \\ 9+1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{3}{2}}+3 = 1 \end{array}$$

$$10-1$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{3}{2}}+3 = 1 \end{array}$$

⑥ Задание №

Чистовик



Решение задачи выражено на чистовике:

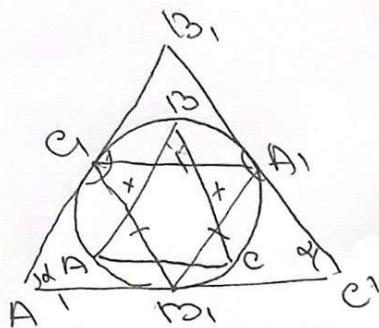
- 1) по условию задачи $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $AB = CD = A'B'$,
 $A'D = BC = A''D$, при этом $AC = A''C$, значит
 $\triangle ABC \sim \triangle CDA''$ - по 3^м признаку, поэтому
 $\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$, $\angle ACB = \angle CA''D = \beta$, следовательно
 $\angle ABC = \angle CDA'' = 180^\circ - \alpha - \beta = \gamma$, значит $\triangle BA'D =$
 $= \triangle ABC$ - по 2^м признаку и между ними,
 $\alpha \triangle BCD = \triangle DA'B' - по 3^м признаку,
\text{следовательно и углы равны} \Rightarrow \cancel{\triangle BCD = \triangle DA'B'}$
- $\Rightarrow S_{\text{небольш}} = 4S$

$$\text{Ошибки: } S = u \cancel{s}$$

5

~5

числовик



$$\begin{aligned}
 1) \quad A'B = x = BC = AC \Rightarrow \frac{B'C_1}{x} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C_1 = x \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = A'B_1 \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{A'C_1}{C_1B_1} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C_1 = C_1B_1 \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = x \cdot \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2(\alpha)} \\
 \frac{B'C_1}{x} = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow B'C_1 = x \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow k = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} + \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2(\alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} + \\
 + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} \quad \text{замена} \\
 \cos \alpha = t \quad \text{m.k } \alpha \in [0^\circ; 30^\circ] \\
 \Rightarrow \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = k(t) \quad \Rightarrow t \in [\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}] \\
 k'(t) = \frac{-1}{2\cos^2 \alpha} + \frac{1}{(2 - 2\cos \alpha)^2} = -\frac{1}{2\cos^2 \alpha} + \quad \text{m.k } 2 - 2\cos \alpha < 0 \\
 + \frac{1}{2 - 4\cos \alpha + 2\cos^2 \alpha} \\
 k'(t) > 0 \Rightarrow \min(k) \text{ при } t = \frac{1}{2} \\
 \max(k) \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

Ombrem: $\min k \text{ при } t = \frac{1}{2}, \max k \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}$

④ Задача 3

шестовик

Оба уравнения - квадратные, тогда пусть
 x_1, x_2 - корни первого уравнения; x_3, x_4 -
корни второго уравнения. Воспользуемся
формулой Виетта:

$$\begin{cases} a+1 = x_1 \cdot x_2 \\ a = x_3 \cdot x_4 \end{cases}$$

Из симметрии получаем, что четвертая
сумма произведений корней различна тогда
оба из них нечетные, тогда минимальное
нечетное произведение это 15 (как произве-
дение двух минимальных различных нечетных
чисел больше 1; 3; 5)

Тогда $a = 3 \cdot 5 = 15$ (если рассматривать
второй вариант, то получим $a = 6, 9$
но это не будет минимум)

Ответ: 15

(3) Задание №2

математик

базацум 21.01.08

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

Две мого, умдн бтвое уравнение имено
длжимо имене, необходимо

$$x^2+y-1 \geq 0.$$

$$\text{значит } x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

Поставим это в первое уравнение

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+3| \geq 1 + |y+3|$$

$$1 \geq 1 + |y+3|$$

$$0 \geq |y+3|$$

но при этом можно $|y+3| \geq 0 \Rightarrow |y+3|=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-3$. Поставим это в первое уравнение

$$\sqrt{x^2-9} = 1$$

$$x^2 = 1+9=9$$

$$x = \pm 3$$

Проверим бтвое уравнение

если $x=-3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5$ - получится

если $x=3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 11$ - не получится

Ответ: $x=-3, y=-3$

1

№ 4

чертёжник.

Пусть траектории окружности с $r=1$. Траектория находиться левее траектории B . Переидем в систему координат с центром траектории A .

(центр окружности A на оси Ox). Найдём ось Ox в сторону центра траектории B . Угол между осью Oy и машиной $A = \frac{\pi}{6}$. Тогда, уравнение окружности машины A , но траектории $A = (\cos(\frac{\pi}{6} + x), \sin(\frac{\pi}{6} + x))$

Теперь рассмотрим машину B . Обозначим центр окружности B за O_1 , тогда угол между O_1x и машиной B будет равен $\frac{2\pi}{3}$. Уравнение окружности машины B по траектории B

$$B = (\cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Но тк центр траектории B находится на расстоянии 2 от центра A , то в системе отсчета, связанный с O , уравнение окружности машины B будет выглядеть так

$$B = (2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Теперь мы можем записать формулу расстояние между машинами, которая будет зависеть только от x .

По условию это расстояние должно

быть не больше радиуса, т.е. $\Rightarrow x \geq 2$

(2) nu

нечтобуки

$$|AB| = \sqrt{(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2}$$

≤ 4

Всему

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2 \leq 4$$

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) - \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) - \cos(\frac{\pi}{6}) \cos(x) - \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x))^2 \leq 4$$

$$+ (\sin(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) + \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) \cos^2(\frac{2\pi}{3}) - \sin(\frac{\pi}{6}) \cos(x) + \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x) \cos(\frac{\pi}{6}))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{1}{2} \cos(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x))^2 +$$

$$+ (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x) - \frac{1}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 \leq 4$$

Одознаем $\sin(x) - \cos(x) = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 \leq 4$$

$$4 - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}+1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}-1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) \leq 4$$

$$2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4})(\sin(x - \frac{\pi}{4}) - (\sqrt{3}+1)\sqrt{2}) \leq 0$$

Задумим, что $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq \sqrt{2} \leq \sqrt{3}+1$, т.к.

если $\cos x + \sin x$ максимален, когда
он равен 1. Тогда сколько $(\sqrt{3}+1)\sqrt{2}$ будет

Остается:

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x) - \cos(x) \leq 0$$

Это означает, что точка A лежит
на первом или четвертом квадрантах.
точка B лежит в третьем квадранте от A .
расстояние между ними должно
быть больше радиуса траектории

Ответ: 60 минут

вернуть

~2

$$\sqrt{x^2+y} + |y+8| = 1$$
$$\sqrt{x^2+y-1} + |x+8| = 5$$

OD 3

$$x^2+y-1 \geq 0$$

$$x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+8| \geq 1 + |y+8|$$

$$1 \geq 1 + |y+8|$$

$$0 \geq |y+8|$$

$$y = -8$$

$$\sqrt{x^2-8} = 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x_1 = -3$$

$$9 + (-3) - 1 + 3 + 8 = 5$$

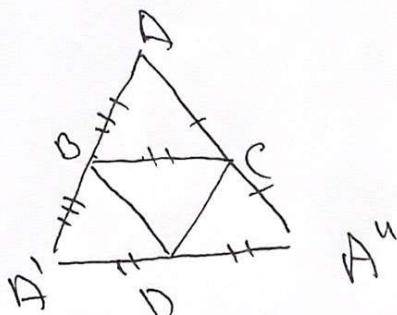
~~$$x_2 = 3$$~~

~~$$9 - 3 - 1 = 5$$~~

$$3 + 8 = 11$$

№ 6

чертежи



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$A'D = A''D = DC$$

$$AC = A''C$$

$$\Delta ABC = \Delta CDA'' - \text{no}^3$$

смежные

$$\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$$

$$\Delta BCA' = \Delta BDC - \text{no}$$

$$\angle ACB = \angle CA'D = \alpha$$

2^н смежные
4 углы между ними

$$\angle ABC = \angle DA'B = 180^\circ - \alpha - \beta = \beta$$

$$\Delta BCD = \Delta DA'B - \text{no } 3\text{н смежные}$$

$$S = 4\$$$

Уральск

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(12), \text{ where } f(n) =$$

$$= 4n^3 - 6n^2 + 4n + 7 \quad 2n(2n^2 - 3n + 2) + 7$$

$$z(1) = \cancel{+3} - 6 + 4 + 7 = 11 - 6 + 4 = 15 - 6 = 9$$

$$f(2) = \frac{32 - 24 + 8 + 7}{32} = 23$$

$$f(3) = 107 - 54 + 12 + 7 = 73$$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{6} \\ \hline 226 \\ + (12) = 6912 - 364 + 42 + 7 = \\ \hline 5993 \end{array}$$

$$f(u) = 256 - 96 + 16 + 7; \quad 137$$

$$f(s) = 500 - 110t + 20t^2 = \frac{1}{3} s^2 + \frac{20}{9} s + 500$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ \underline{\times 4} \\ \hline 532^4 \end{array} \quad = \quad 417$$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{11} \\ \frac{11}{1} \\ \hline 121 = 679 \end{array} \quad \begin{array}{r} 648119 \\ 5 \overline{)137} \\ 500 \\ \hline 10 \\ 10 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 144 \\ 12 \\ \hline 288 \\ 288 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{137^2}{294} = 1113 \quad \frac{204^2}{35} = \frac{390}{31} \quad \frac{3500}{350} = 10 \quad f(3) = \frac{3333 - 3344 + 3277}{648} = \frac{226}{31} = 73$$

$$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{3}{3} = \frac{1664}{222+32+7} = \frac{1664}{261} = \frac{1664}{261}$$

$$\begin{array}{r} 4000 \\ \times 32 \\ \hline 12800 \\ + 1200 \\ \hline 12800 \end{array}$$

13
229
16
337
84/
1664
337
03
3442
2036
438

$$\begin{array}{r} 2916 \\ \times 13 \\ \hline 87 \\ +26 \\ \hline 37 \\ - 726 + 44x7 = \frac{436}{2430} \\ - 453 + 44x7 = \frac{13}{243} \\ \hline 3993 \end{array}$$

чертежник

$$\begin{aligned} & \text{1} \quad 9 + 23 + 73 + 157 + 417 + 679 + 1113 + 1703 + 2473 + \\ & + 3447 + 4649 + 5993 = 105 + 1233 + 5289 + 14039 = \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 23 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 1703 \\ 2473 \\ \hline 5289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3447 \\ 4649 \\ 5993 \\ \hline 14039 \end{array}$$

$$= 1338 + 19378 =$$

$$= 20716$$

$$\begin{array}{r} 1337 \\ 467 \\ 679 \\ \hline 1233 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1233 \\ 105 \\ \hline 1338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5289 \\ 14039 \\ 5289 \\ \hline 19378 \end{array}$$

$$1338$$

$$\begin{array}{r} 1338 \\ 19378 \\ 1338 \\ \hline 23716 \end{array}$$

1) 2

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \cdot D \cdot 3 \\ x^2+y > 0 \\ x^2+y-1 > 0 \end{cases}$$

$$y+3 \geq 0$$

$$y+3 < 0$$

$$y \geq -3$$

$$y < -3$$

$$(x^2+y)^{\frac{1}{2}} + y+3 = 1$$

$$x\sqrt{y} + y+3 = 1$$

$$x^2 + t^2 + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 2 = 0$$

$$D = x^2 - 4 \cdot t = x^2 - 2 \cdot 2 = x^2 - 4$$

$$\sqrt{x^2+y} + y+3 = 1$$

$$\sqrt{x^2+y} - y-3 = 1$$

$$9+7$$

$$-10 = 1$$

$$10-10 = 1$$

негація

$$\sqrt{t^2} + y+3$$

$$\sqrt{t^2+1}$$

$$1 + |y+3| = 5$$

$$\text{нуль} \quad x^2+y = t^2+1$$

$$\sqrt{t}$$

$$\sqrt{t-1}$$

$$x^2 =$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, -3] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (-3, 1) \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [1, \infty) \end{array}$$

$$\sqrt{y} = t$$

$$x\sqrt{y}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, 0] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [0, 2] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [2, \infty) \end{array}$$

$$(x^2)^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{1}{2}}+y+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x-2-5 \end{array}$$

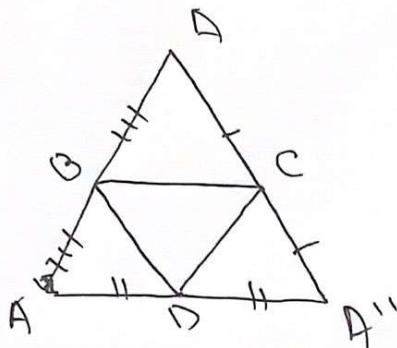
$$\begin{array}{c} \nearrow \\ 9+1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{3}{2}}+3 = 1 \end{array}$$

$$10-1$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{3}{2}}+3 = 1 \end{array}$$

⑥ Задание №

Чистовик



Решение задачи выражено на чистовике:

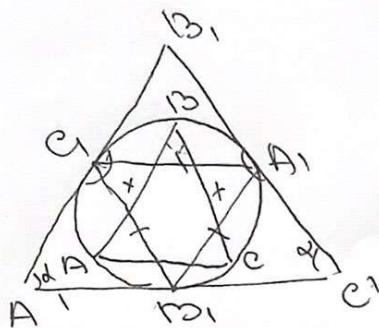
- 1) по условию задачи $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $AB = CD = A'B'$,
 $A'D = BC = A''D$, при этом $AC = A''C$, значит
 $\triangle ABC \cong \triangle CDA''$ - по 3^м признаку, поэтому
 $\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$, $\angle ACB = \angle CA''D = \beta$, следовательно
 $\angle ABC = \angle CDA'' = 180^\circ - \alpha - \beta = \gamma$, значит $\triangle BA'D =$
 $= \triangle ABC$ - по 2^м признаку и между ними,
 $\angle BCD = \angle DA'B$ - по 3^м признаку,
 следовательно и углы равны $\Rightarrow \cancel{\triangle BCD = \triangle DA'B}$
- $\Rightarrow S_{\text{небольш}} = 4S$

$$\text{Ошибки: } S = u \cancel{s}$$

5

~5

числовик



$$\begin{aligned}
 1) \quad A'B = x = BC = AC \Rightarrow \frac{B'C}{x} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 &= \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C = x \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin \alpha} = A'B \Rightarrow \\
 \Rightarrow \quad &\frac{A'C}{C'B} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin \alpha} \Rightarrow A'C = C'B \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin \alpha} = \\
 &= x \cdot \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2 \alpha} \\
 \frac{B'C}{x} &= \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow B'C = x \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \quad &k = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} + \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} + \\
 &+ \frac{1}{2-2\cos \alpha} = \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2-2\cos \alpha} \quad \text{замена} \\
 \Rightarrow \quad &\frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2-2\cos \alpha} = k(t) \quad \cos \alpha = t \quad \text{m.k } \alpha \in [0^\circ; 30^\circ] \\
 k'(t) &= \frac{-1}{2\cos^2 \alpha} + \frac{1}{(2-2\cos \alpha)^2} = -\frac{1}{2\cos^2 \alpha} + \quad \Rightarrow t \in [\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}] \\
 &+ \frac{1}{2-4\cos^2 \alpha} \quad \text{m.k } 2-4t < 0 \\
 k'(t) > 0 &\Rightarrow \min(k) \text{ при } t = \frac{1}{2} \\
 &\max(k) \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

Ombrem: $\min k \text{ при } t = \frac{1}{2}, \max k \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}$

④ Задача 3

шестовик

Оба уравнения - квадратные, тогда пусть
 x_1, x_2 - корни первого уравнения; x_3, x_4 -
корни второго уравнения. Воспользуемся
формулой Виетта:

$$\begin{cases} a+1 = x_1 \cdot x_2 \\ a = x_3 \cdot x_4 \end{cases}$$

Из симметрии получаем, что четвертая
сумма произведений корней различна тогда
оба из них нечетные, тогда минимальное
нечетное произведение это 15 (как произве-
дение двух минимальных различных нечетных
чисел больше 1; 3; 5)

Тогда $a = 3 \cdot 5 = 15$ (если рассматривать
второй вариант, то получим $a = 6, 9$
но это не будет минимум)

Ответ: 15

(3) Задание №2

математик

базовый 21.01.08

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

Две мого, умдн втвое уравнение имено
длесимбикенение решения, необходимо

$$x^2+y-1 \geq 0.$$

$$\text{значит } x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

Поставим это в первое уравнение

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+3| \geq 1 + |y+3|$$

$$1 \geq 1 + |y+3|$$

$$0 \geq |y+3|$$

но при этом можно $|y+3| \geq 0 \Rightarrow |y+3|=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-3$. Поставим это в первое уравнение

$$\sqrt{x^2-9} = 1$$

$$x^2 = 1+9=9$$

$$x = \pm 3$$

Проверим втое уравнение

если $x=-3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5$ - получится

если $x=3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 11$ - не получится

Ответ: $x=-3, y=-3$

1

№ 4

чертёжник.

Пусть траектория машины β с $v=1$. Траектория α находится левее траектории β . Переходим в систему координат с началом в центре траектории α .

(центр окружности α на оси Ox). Найдём ось Ox в сторону центра траектории β . Угол между осью Oy и машиной $A = \frac{\pi}{6}$. Тогда уравнение окружности машины A , но траектории α

$$A = (\cos(\frac{\pi}{6} + x), \sin(\frac{\pi}{6} + x))$$

Теперь рассмотрим машину B . Обозначим центр окружности β за O_1 , тогда угол между O_1x и машиной B будет равен $\frac{2\pi}{3}$. Уравнение окружности машины B по траектории β

$$\beta = (\cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Но т.к. центр траектории β находится на расстоянии 2 от центра O , то в системе отсчёта, связанный с O , уравнение окружности машины B будет выглядеть так

$$\beta = (2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Теперь мы можем записать формулу расстояние между машинами, которая будет зависеть только от x .

По условию это расстояние должно

быть не больше радиуса, т.е. $\sqrt{2} \leq x \leq 2$

(2) nu

нечтобуки

$$|AB| = \sqrt{(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2}$$

≤ 4

Всему

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2 \leq 4$$

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) - \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) - \cos(\frac{\pi}{6}) \cos(x) - \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x))^2 \leq 4$$

$$+ (\sin(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) + \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) \cos^2(\frac{2\pi}{3}) - \sin(\frac{\pi}{6}) \cos(x) + \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x) \cos(\frac{\pi}{6}))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{1}{2} \cos(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x))^2 +$$

$$+ (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x) - \frac{1}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 \leq 4$$

Одознаем $\sin(x) - \cos(x) = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 \leq 4$$

$$4 - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}+1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}-1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) \leq 4$$

$$2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4})(\sin(x - \frac{\pi}{4}) - (\sqrt{3}+1)\sqrt{2}) \leq 0$$

Задумим, что $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq \sqrt{2} \leq \sqrt{3}+1$, т.к.

если $\cos x + \sin x$ максимален, когда
он равен 1. Тогда сколько $(\sqrt{3}+1)\sqrt{2}$ будет

Остается:

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x) - \cos(x) \leq 0$$

Это означает, что точка A лежит
на первом или четвертом квадрантах.
точка B лежит в третьем квадранте от A .
расстояние между ними должно
быть больше радиуса траектории

Ответ: 60 минут

вернуть

~2

$$\sqrt{x^2+y} + |y+8| = 1$$
$$\sqrt{x^2+y-1} + |x+8| = 5$$

OD 3

$$x^2+y-1 \geq 0$$

$$x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+8| \geq 1 + |y+8|$$

$$1 \geq 1 + |y+8|$$

$$0 \geq |y+8|$$

$$y = -8$$

$$\sqrt{x^2-8} = 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x_1 = -3$$

$$9 + (-3) - 1 + 3 + 8 = 5$$

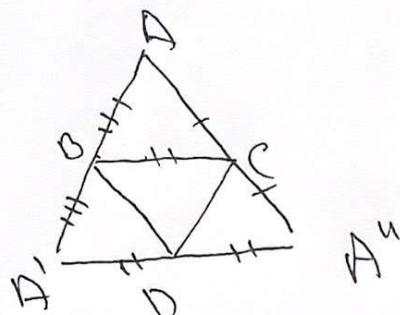
~~$$x_2 = 3$$~~

~~$$9 - 3 - 1 = 5$$~~

$$3 + 8 = 11$$

№ 6

чертёж



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$A'D = A''D = DC$$

$$AC = A''C$$

$$\Delta ABC = \Delta CDA'' - \text{no}^3$$

смежные

$$\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$$

$$\Delta BAC' = \Delta CA'D - \text{no}$$

$$\angle ACB = \angle CA'D = \alpha$$

2^н смежные
и между ними

$$\angle ABC = \angle DA'B = 180^\circ - \alpha - \beta = \beta$$

$$\Delta BCD = \Delta DA'B - \text{но } 3\text{^н смежные}$$

$$S = 4\$$$

Уральск

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(12), \text{ where } f(n) =$$

$$= 4n^3 - 6n^2 + 4n + 7 \quad 2n(2n^2 - 3n + 2) + 7$$

$$z(1) = \cancel{+3} - u - 6 + u + 7 = 11 - 6 + u = 15 - 6 = 9$$

$$\begin{array}{r} f(2) = 32 - 24 + 8 + 7 = 23 \\ f(3) = 40 - 54 + 12 + 7 = 73 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{6} + (12) = 6912 - 364 + 62 + 7 = \\ \hline 274 \\ \hline 108 \\ \hline 5993 \end{array}$$

$$f(u) = 256 - 96 + 16 + 7 \equiv 137$$

$$f(s) = 500 - 110t + 20t^2 = \frac{5}{96} s^2 - \frac{1}{2} s + 500$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ \underline{\times 4} \\ \hline 532^4 \end{array} \quad = \quad 417$$

$$\frac{121}{11} = 679$$

$$\begin{array}{rcl} \begin{array}{c} 133 \\ 137 \\ \hline 294 \\ 1078 \\ \hline 35 \end{array} & = 1113 & \begin{array}{c} 2048 \\ \hline 2048 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{c} 562 \\ 512 \\ \hline 390 \\ 3500 \\ \hline 25 \end{array} \quad \begin{array}{c} 10^3 \\ 10^0 \\ \hline 31 \end{array} \quad \begin{array}{c} 390 \\ 3500 \\ \hline 6912 \end{array} \quad T928$$

$$\frac{1113}{516} = \frac{1664}{222+32+7} = \frac{679}{679} = 1$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{5} \\ \cancel{3} \cancel{6} \cancel{0} \cancel{0} \\ \hline 1 \cancel{1} \cancel{8} \end{array} + \begin{array}{r} 160 \\ 32 \\ 7 \\ \hline 170 \end{array} = \begin{array}{r} 222 \\ - 225 \\ \hline 170 \end{array}$$

$$f(x) = 2916 - 486x + 36x^2 - 9x^3$$

$$\begin{array}{r} 4000 \\ \times 32 \\ \hline 12800 \\ + 1200 \\ \hline 12800 \end{array}$$

13
229
916
3751
37
84
6
1664
339
703
-5324-
3442
9
729
2916
436
919
6912
919

$$\begin{array}{r} \frac{1}{29} \\ \times 17 \\ \hline 19 \\ 29 \\ - \quad 29 \\ \hline 17 \\ 17 \\ - \quad 17 \\ \hline 0 \end{array}$$

чертежник

$$\begin{aligned} & \text{1} \quad 9 + 23 + 73 + 157 + 417 + 679 + 1113 + 1703 + 2473 + \\ & + 3447 + 4649 + 5993 = 105 + 1233 + 5289 + 14039 = \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 23 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 1703 \\ 2473 \\ \hline 5289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3447 \\ 4649 \\ 5993 \\ \hline 14039 \end{array}$$

$$= 1338 + 19378 =$$

$$= 20716$$

$$\begin{array}{r} 1337 \\ 467 \\ 679 \\ \hline 1233 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1233 \\ 105 \\ \hline 1338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5289 \\ 14039 \\ 5289 \\ \hline 19378 \end{array}$$

$$1338$$

$$\begin{array}{r} 1338 \\ 19378 \\ 1338 \\ \hline 23716 \end{array}$$

1) 2

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \cdot D \cdot 3 \\ x^2+y > 0 \\ x^2+y-1 > 0 \end{cases}$$

$$y+3 \geq 0$$

$$y+3 < 0$$

$$y \geq -3$$

$$y < -3$$

$$(x^2+y)^{\frac{1}{2}} + y+3 = 1$$

$$x\sqrt{y} + y+3 = 1$$

$$x^2 + t^2 + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 2 = 0$$

$$D = x^2 - 4 \cdot t = x^2 - 2x$$

$$\sqrt{x^2+y} + y+3 = 1$$

$$\sqrt{x^2+y} - y-3 = 1$$

$$9+7$$

$$-10 = 1$$

$$10-10 = 1$$

негація

$$\sqrt{t^2} + y+3$$

$$\sqrt{t^2+1}$$

$$1 + |y+3| = 5$$

$$\text{нуль} \quad x^2+y = t^2+1$$

$$\sqrt{t}$$

$$\sqrt{t-1}$$

$$x^2 =$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, -3] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (-3, 1) \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [1, \infty) \end{array}$$

$$\sqrt{y} = t$$

$$x\sqrt{y}$$

$$\cancel{x}$$

$$(x^2)^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, 0] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [0, 1] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (1, \infty) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+3 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ y+3 \end{array}$$

$$\sqrt{x^2+y-1} + x+3 = 5$$

$$\sqrt{x^2+y-1} - x-2 = 5$$

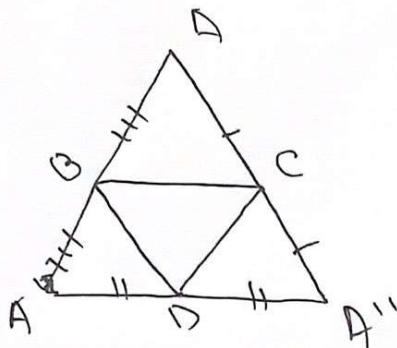
$$9+1 \quad x+\sqrt{y^2+3} = 1$$

$$10-1$$

$$9 \quad x+\sqrt{y^2+3} = 1$$

⑥ Задание №

Чистовик



Решение задачи выражено на чистовике:

- 1) по условию задачи $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $AB = CD = A'B'$, $A'D = BC = A''D$, при этом $AC = A''C$, значит $\triangle ABC \cong \triangle CDA''$ - по 3^м признаку, поэтому $\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$, $\angle ACB = \angle CA''D = \beta$, следовательно $\angle ABC = \angle CDA'' = 180^\circ - \alpha - \gamma = \beta$, значит $\triangle BA'D = \triangle ABC$ - по 2^м признаку и между ними, $\angle BCD = \angle DA'B$ - по 3^м признаку, следовательно и углы равны $\Rightarrow \frac{S_{\text{небольш}}}{S_{\text{больш}}} = 4$

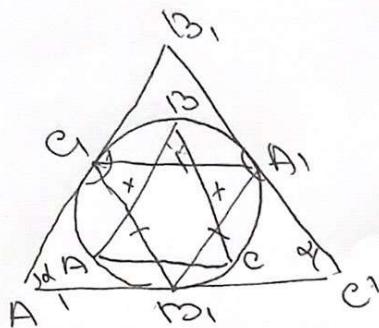
$$\Rightarrow S_{\text{небольш}} = 4S$$

$$\text{Ответ: } S = 4S$$

5

~5

числовик



$$\begin{aligned}
 1) \quad A'BC = x = B'C = A'C \Rightarrow \frac{B'C}{x} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C = x \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = A'B' \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{A'C}{C'B'} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin x} \Rightarrow A'C = C'B' \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = x \cdot \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2 \alpha} \\
 \frac{B'C}{x} = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow B'C = x \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow k = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} + \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} + \\
 + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} \quad \text{замена} \\
 \cos \alpha = t \quad \text{m.k } \alpha \in [0^\circ; 30^\circ] \\
 \Rightarrow \frac{1}{2t} + \frac{1}{2 - 2t} = k(t) \quad \Rightarrow t \in [\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}] \\
 k'(t) = \frac{-1}{2t^2} + \frac{1}{(2-t)^2} = -\frac{1}{2t^2} + \quad \text{m.k } 2 - 2t < 0 \\
 + \frac{1}{2 - 4t + 2t^2} \\
 k'(t) > 0 \Rightarrow \min(k) \text{ при } t = \frac{1}{2} \\
 \max(k) \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

Ombrem: $\min k \text{ при } t = \frac{1}{2}, \max k \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}$

④ Задача 3

шестовик

Оба уравнения - квадратные, тогда пусть
 x_1, x_2 - корни первого уравнения; x_3, x_4 -
корни второго уравнения. Воспользуемся
формулой Виетта:

$$\begin{cases} a+1 = x_1 \cdot x_2 \\ a = x_3 \cdot x_4 \end{cases}$$

Из симметрии получаем, что четвертая
сумма произведений корней различна тогда
оба из них нечетные, тогда минимальное
нечетное произведение это 15 (как произве-
дение двух минимальных различных нечетных
чисел больше 1; 3; 5)

Тогда $a = 3 \cdot 5 = 15$ (если рассматривать
второй вариант, то получим $a = 6, 9$
но это не будет минималь)

Ответ: 15

(3) Задание №2

математик

базацум 21.01.08

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

Две мого, умдн бтвое уравнение имено
длжимо имене, необходимо

$$x^2+y-1 \geq 0.$$

$$\text{значит } x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

Поставим это в первое уравнение

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+3| \geq 1 + |y+3|$$

$$1 \geq 1 + |y+3|$$

$$0 \geq |y+3|$$

но при этом можно $|y+3| \geq 0 \Rightarrow |y+3|=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-3$. Поставим это в первое уравнение

$$\sqrt{x^2-9} = 1$$

$$x^2 = 1+9=9$$

$$x = \pm 3$$

Проверим бтвое уравнение

если $x=-3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5$ - получится

если $x=3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 11$ - не получится

Ответ: $x=-3, y=-3$

1

№ 4

чертёжник.

Пусть траектория машины β с $v=1$. Траектория α находится левее траектории β . Переходим в систему координат с началом в центре траектории α .

(центр окружности α на оси Ox). Найдём ось Ox в сторону центра траектории β . Угол между осью Oy и машиной $A = \frac{\pi}{6}$. Тогда уравнение окружности машины A , но траектории α

$$A = (\cos(\frac{\pi}{6} + x), \sin(\frac{\pi}{6} + x))$$

Теперь рассмотрим машину B . Обозначим центр окружности β за O_1 , тогда угол между O_1x и машиной B будет равен $\frac{2\pi}{3}$. Уравнение окружности машины B по траектории β

$$\beta = (\cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Но т.к. центр траектории β находится на расстоянии 2 от центра O , то в системе отсчёта, связанный с O , уравнение окружности машины B будет выглядеть так

$$\beta = (2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Теперь мы можем записать формулу расстояние между машинами, которая будет зависеть только от x .

По условию это расстояние должно

быть не больше радиуса, т.е. $\sqrt{2} \leq x \leq 2$

(2) nu

натураль

$$|AB| = \sqrt{(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2}$$

≤ 4

Видаємо

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2 \leq 4$$

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) - \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) - \cos(\frac{\pi}{6}) \cos(x) - \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x))^2 \leq 4$$

$$+ (\sin(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) + \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) \cos^2(\frac{2\pi}{3}) - \sin(\frac{\pi}{6}) \cos(x) + \sin(\frac{\pi}{6}) \cos(x))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{1}{2} \cos(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x))^2 +$$

$$+ (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x) - \frac{1}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 \leq 4$$

Означення $\sin(x) - \cos(x) = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 \leq 4$$

$$4 - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}+1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}-1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) \leq 4$$

$$2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4})(\sin(x - \frac{\pi}{4}) - (\sqrt{3}+1)\sqrt{2}) \leq 0$$

Замістимо, що $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq \sqrt{2} \leq \sqrt{3}+1$, та як

єдина $\cos(x) + \sin(x)$ максимальна, коли

они рівні. Тоді складка $(\sin(x - \frac{\pi}{4}) - (\sqrt{3}+1)\sqrt{2}) < 0$ буде

Останнє:

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x) - \cos(x) \leq 0$$

Це відповідь до питанням якщо

якщо на початок криві. Значить,

якщо початку відстань від обох

меж дистанція між ними було ще

більше двох разів

Отвір: 60 мінук

вернуть

~2

$$\sqrt{x^2+y} + |y+8| = 1$$
$$\sqrt{x^2+y-1} + |x+8| = 5$$

OD 3

$$x^2+y-1 \geq 0$$

$$x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+8| \geq 1 + |y+8|$$

$$1 \geq 1 + |y+8|$$

$$0 \geq |y+8|$$

$$y = -8$$

$$\sqrt{x^2-8} = 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x_1 = -3$$

$$9 + (-3) - 1 + 3 + 8 = 5$$

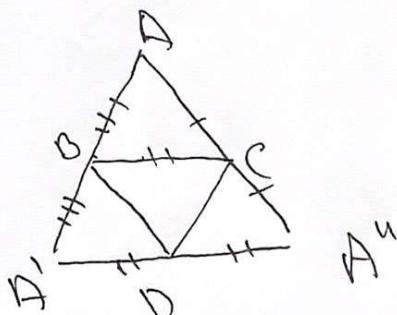
~~$$x_2 = 3$$~~

~~$$9 - 3 - 1 = 5$$~~

$$3 + 8 = 11$$

№ 6

чертёж



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$A'D = A''D = DC$$

$$AC = A''C$$

$$\Delta ABC = \Delta CDA'' - \text{no}^3$$

смежные

$$\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$$

$$\Delta BAC' = \Delta CA'D - \text{no}$$

$$\angle ACB = \angle CA'D = \alpha$$

2^н смежные
и между ними

$$\angle ABC = \angle DA'B = 180^\circ - \alpha - \beta = \beta$$

$$\Delta BCD = \Delta DA'B - \text{но } 3\text{^н смежные}$$

$$S = 4\$$$

Уральск

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(12), \text{ where } f(n) =$$

$$= 4n^3 - 6n^2 + 4n + 7 \quad 2n(2n^2 - 3n + 2) + 7$$

$$z(1) = \cancel{+3} - 9 - 6 + 4 + 7 = 11 - 6 + 4 = 15 - 6 = 9$$

$$\begin{array}{r} f(2) = 32 - 24 + 8 + 7 = 23 \\ f(3) = 108 - 54 + 12 + 7 = 73 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{6} + (12) = 6912 - 364 + 62 + 7 = \\ \hline 274 \\ \hline 108 \\ \hline 5993 \end{array}$$

$$f(u) = 256 - 96 + 16 + 7 \equiv 137$$

$$f(s) = 500 - 110t + 20t^2 =$$

= 417

$$\begin{array}{r} 133 \\ \underline{- 532} \\ \hline 864 \end{array}$$

= 417

$$\begin{array}{r} 2 \frac{36}{216} \\ \underline{- 4} \\ \hline 112 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \underline{- 19} \\ \hline 7 \end{array}$$

$$x = 864 - 216 + 247 = 905$$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{11} \\ \frac{11}{1} \\ \hline 121 \end{array} = 679$$

$f(\bar{x}) = 1372 - 284 + 28 + 7 = 369$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 543} & 648119 \\ \underline{-40} & \underline{\quad\quad\quad} \\ 143 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 496} & 137 \\ \underline{-40} & \underline{\quad\quad\quad} \\ 96 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 294} & 125 \\ \underline{-25} & \underline{\quad\quad\quad} \\ 44 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 790} & 125 \\ \underline{-75} & \underline{\quad\quad\quad} \\ 40 & \end{array}$$

$$f(3) = \frac{2048 - 384 + 32 + 7}{648} = \frac{1664}{648} = \frac{208}{81}$$

$$\begin{array}{r} 111^3 \\ \times 52 \\ \hline 1666 \\ 560 \\ \hline 5792 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \\ \times 648 \\ \hline \cancel{1} \cancel{2} \cancel{3} 18 \\ \end{array} = \frac{\cancel{2} \cancel{2} + 32 + 7}{\cancel{2} \cancel{2} 1703} = \frac{679}{1703} = \frac{679}{1703} \times \frac{1}{2} = \frac{339}{8516}$$

$$f(x) = 2916 - 426x + 36x^2$$

$$\begin{array}{r} 4000 - 800 \times 10 \\ \hline 6400 \end{array}$$

13
229
375
37
1664
39
03
844-
2916
486
919
6912
5919

$$\begin{array}{r} \cancel{29}^{16} \\ \times \cancel{6}^6 \\ \hline f(11) = 5324 - \\ - 726 + 44x7 = \frac{436}{2430} \\ = 4597 + 44 + \frac{7}{243} \end{array}$$

чертежник

$$\begin{aligned} & \text{1} \quad 9 + 23 + 73 + 157 + 417 + 679 + 1113 + 1703 + 2473 + \\ & + 3447 + 4649 + 5993 = 105 + 1233 + 5289 + 14039 = \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 23 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 1703 \\ 2473 \\ \hline 5289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3447 \\ 4649 \\ 5993 \\ \hline 14039 \end{array}$$

$$= 1338 + 19378 =$$

$$= 20716$$

$$\begin{array}{r} 1337 \\ 467 \\ 679 \\ \hline 1233 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1233 \\ 105 \\ \hline 1338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5289 \\ 14039 \\ 5289 \\ \hline 19378 \end{array}$$

$$1338$$

$$\begin{array}{r} 1338 \\ 19378 \\ 1338 \\ \hline 23716 \end{array}$$

1) 2

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \cdot D \cdot 3 \\ x^2+y > 0 \\ x^2+y-1 > 0 \end{cases}$$

$$y+3 \geq 0$$

$$y+3 < 0$$

$$y \geq -3$$

$$y < -3$$

$$(x^2+y)^{\frac{1}{2}} + y+3 = 1$$

$$x\sqrt{y} + y+3 = 1$$

$$x^2 + t^2 + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 2 = 0$$

$$D = x^2 - 4 \cdot t = x^2 - 2 \cdot 2 = x^2 - 4$$

$$\sqrt{x^2+y} + y+3 = 1$$

$$\sqrt{x^2+y} - y-3 = 1$$

$$9+7$$

$$-10 = 1$$

$$10-10 = 1$$

негація

$$\sqrt{t^2} + y+3$$

$$\sqrt{t^2+1}$$

$$1 + |y+3| = 5$$

$$\text{нуль} \quad x^2+y = t^2+1$$

$$\sqrt{t}$$

$$\sqrt{t-1}$$

$$x^2 =$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, -3] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (-3, 1) \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [1, \infty) \end{array}$$

$$\sqrt{y} = t$$

$$x\sqrt{y}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, 0] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [0, 2] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [2, \infty) \end{array}$$

$$(x^2)^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}} \end{array}$$

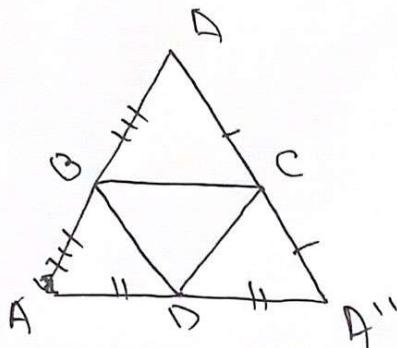
$$9+1 \quad x+y^{\frac{3}{2}}+y^{\frac{1}{2}} = 1$$

$$10-1$$

$$9 \quad x+y^{\frac{3}{2}}+y^{\frac{1}{2}} = 1$$

⑥ Задание №

Чистовик



Решение задачи выражено на чистовике:

- 1) по условию задачи $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $AB = CD = A'B'$, $A'D = BC = A''D$, при этом $AC = A''C$, значит $\triangle ABC \cong \triangle CDA''$ - по 3^м признаку, поэтому $\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$, $\angle ACB = \angle CA''D = \beta$, следовательно $\angle ABC = \angle CDA'' = 180^\circ - \alpha - \gamma = \beta$, значит $\triangle BA'D = \triangle ABC$ - по 2^м признаку и между ними, $\angle BCD = \angle DA'B$ - по 3^м признаку, следовательно и углы равны $\Rightarrow \frac{S_{\text{небольш}}}{S_{\text{больш}}} = 4$

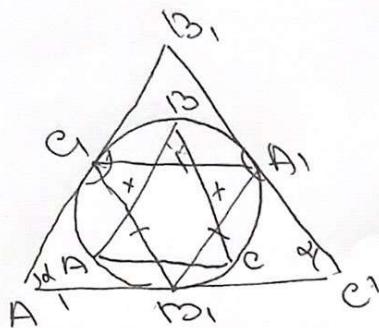
$$\Rightarrow S_{\text{небольш}} = 4S$$

$$\text{Ответ: } S_{\text{небольш}} = 4S$$

5

~5

числовик



$$\begin{aligned}
 1) \quad A'B = x = BC = AC \Rightarrow \frac{B'C}{x} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 &= \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'CA = x \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin \alpha} = A'B' \Rightarrow \\
 \Rightarrow \quad &\frac{A'G}{C'B'} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin \alpha} \Rightarrow A'G = C'B' \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin \alpha} = \\
 &= x \cdot \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2 \alpha} \\
 \frac{B'C}{x} &= \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow B'C = x \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \quad &k = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} + \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} + \\
 &+ \frac{1}{2-2\cos \alpha} = \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2-2\cos \alpha} \quad \text{заметка} \\
 \Rightarrow \quad &\frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2-2\cos \alpha} = k(t) \quad \cos \alpha = t \quad \text{m.k } \alpha \in [0^\circ, 60^\circ] \\
 k'(t) &= \frac{-1}{2\cos^2 \alpha} + \frac{1}{(2-2\cos \alpha)^2} = -\frac{1}{2\cos^2 \alpha} + \quad \Rightarrow t \in [\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}] \\
 &+ \frac{1}{2-4\cos^2 \alpha} \quad \text{m.k } 2-4t < 0 \\
 k'(t) > 0 &\Rightarrow \min(k) \text{ при } t = \frac{1}{2} \\
 &\max(k) \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

Объем: $\min V_{\text{объем}} = \frac{1}{2}$, $\max V_{\text{объем}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

④ Задача 3

шестовик

Оба уравнения - квадратные, тогда пусть
 x_1, x_2 - корни первого уравнения; x_3, x_4 -
корни второго уравнения. Воспользуемся
формулой Виетта:

$$\begin{cases} a+1 = x_1 \cdot x_2 \\ a = x_3 \cdot x_4 \end{cases}$$

Из симметрии получаем, что четвертая
сумма произведений корней различна тогда
оба из них нечетные, тогда минимальное
нечетное произведение это 15 (как произве-
дение двух минимальных различных нечетных
чисел больше 1; 3; 5)

Тогда $a = 3 \cdot 5 = 15$ (если рассматривать
второй вариант, то получим $a=16$, а
это интересует минимум)

Ответ: 15

(3) Задание №2

математик

базацум 21.01.08

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

Две мого, умдн бтвое уравнение имено
длжимо имене, необходимо

$$x^2+y-1 \geq 0.$$

$$\text{значит } x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

Поставим это в первое уравнение

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+3| \geq 1 + |y+3|$$

$$1 \geq 1 + |y+3|$$

$$0 \geq |y+3|$$

но при этом можно $|y+3| \geq 0 \Rightarrow |y+3|=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-3$. Поставим это в первое уравнение

$$\sqrt{x^2-9} = 1$$

$$x^2 = 1+9=9$$

$$x = \pm 3$$

Проверим бтвое уравнение

если $x=-3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5$ - получится

если $x=3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 11$ - не получится

Ответ: $x=-3, y=-3$

1

№ 4

чертёжник.

Пусть траектория машины β с $v=1$. Траектория α находится левее траектории β . Переходим в систему координат с началом в центре траектории α .

(центр окружности α на оси Ox). Найдём ось Ox в сторону центра траектории β . Угол между осью Oy и машиной $A = \frac{\pi}{6}$. Тогда уравнение окружности машины A , но траектории α

$$A = (\cos(\frac{\pi}{6} + x), \sin(\frac{\pi}{6} + x))$$

Теперь рассмотрим машину B . Обозначим центр окружности β за O_1 , тогда угол между O_1x и машиной B будет равен $\frac{2\pi}{3}$. Уравнение окружности машины B по траектории β

$$\beta = (\cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Но т.к. центр траектории β находится на расстоянии 2 от центра O , то в системе отсчёта, связанный с O , уравнение окружности машины B будет выглядеть так

$$\beta = (2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Теперь мы можем записать формулу расстояние между машинами, которая будет зависеть только от x .

По условию это расстояние должно

быть не больше радиуса, т.е. $\sqrt{2} \leq x \leq 2$

(2) nu

нечтобуки

$$|AB| = \sqrt{(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2}$$

≤ 4

Всему

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2 \leq 4$$

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) - \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) - \cos(\frac{\pi}{6}) \cos(x) - \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x))^2 \leq 4$$

$$+ (\sin(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) + \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) \cos^2(\frac{2\pi}{3}) - \sin(\frac{\pi}{6}) \cos(x) + \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x) \cos(\frac{\pi}{6}))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{1}{2} \cos(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x))^2 +$$

$$+ (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x) - \frac{1}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 \leq 4$$

Одознаем $\sin(x) - \cos(x) = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 \leq 4$$

$$4 - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}+1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}-1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) \leq 4$$

$$2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4})(\sin(x - \frac{\pi}{4}) - (\sqrt{3}+1)\sqrt{2}) \leq 0$$

Задумим, что $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq \sqrt{2} \leq \sqrt{3}+1$, т.к.

если $\cos x + \sin x$ максимален, когда
он равен 1. Тогда сколько $(\sqrt{3}+1)\sqrt{2}$ будет

Остается:

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x) - \cos(x) \leq 0$$

Это означает, что точка A лежит
на первом или четвертом квадрантах.
точка B лежит в третьем квадранте от A .
расстояние между ними должно
быть больше радиуса траектории

Ответ: 60 минут

вернуть

~2

$$\sqrt{x^2+y} + |y+8| = 1$$
$$\sqrt{x^2+y-1} + |x+8| = 5$$

OD 3

$$x^2+y-1 \geq 0$$

$$x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+8| \geq 1 + |y+8|$$

$$1 \geq 1 + |y+8|$$

$$0 \geq |y+8|$$

$$y = -8$$

$$\sqrt{x^2-8} = 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x_1 = -3$$

$$9 + (-3) - 1 + 3 + 8 = 5$$

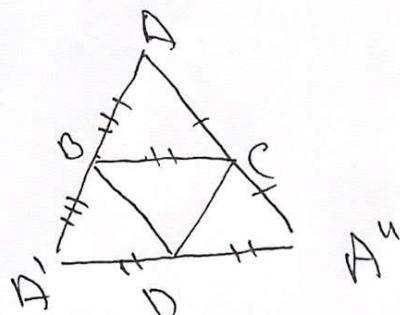
~~$$x_2 = 3$$~~

~~$$9 - 3 - 1 = 5$$~~

$$3 + 8 = 11$$

№ 6

чертёж



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$A'D = A''D = DC''$$

$$AC = A''C$$

$$\Delta ABC = \Delta CDA'' - \text{no}^3$$

смежная

$$\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$$

$$\Delta BCA' = \Delta BDC - \text{no}$$

$$\angle ACB = \angle CA'D = \alpha$$

2^н смежная
и между ними

$$\angle ABC = \angle DA'B = 180^\circ - \alpha - \beta = \beta$$

$$\Delta BCD = \Delta DA'B - \text{но } 3\text{^н смежная}$$

$$S = 4\$$$

Уральск

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(12), \text{ where } f(n) =$$

$$= 4n^3 - 6n^2 + 4n + 7 \quad 2n(2n^2 - 3n + 2) + 7$$

$$z(1) = \cancel{+3} - u - 6 + u + 7 = 11 - 6 + u = 15 - 6 = 9$$

$$\begin{array}{r} f(2) = 32 - 24 + 8 + 7 = 23 \\ f(3) = 108 - 54 + 12 + 7 = 73 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{6} + (12) = 6912 - 364 + 62 + 7 = \\ \hline 274 \\ \hline 108 \\ \hline 5993 \end{array}$$

$$f(u) = 256 - 96 + 16 + 7 \equiv 137$$

$$f(s) = 500 - 110t + 20t^2 =$$

2 3 1 5
 $\frac{2t^2}{2t^2}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{5}{5}$
 $\frac{-110t}{-110t}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{20}{20}$

$\equiv 4t^2 - 110t + 500$

$$\begin{array}{r} 133 \\ \underline{- 532} \\ \hline 864 \end{array} \quad = \quad 417$$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{11} \\ \frac{11}{1} \\ \hline 121 \end{array} = 679$$

$f(\bar{x}) = 1372 - 284 + 28 + 7 = 369$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 543} & 648119 \\ \underline{-40} & \underline{\quad\quad\quad} \\ 143 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 496} & 137 \\ \underline{-40} & \underline{\quad\quad\quad} \\ 96 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 294} & 125 \\ \underline{-25} & \underline{\quad\quad\quad} \\ 44 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 790} & 125 \\ \underline{-75} & \underline{\quad\quad\quad} \\ 40 & \end{array}$$

$$f(3) = \frac{2048 - 384 + 32 + 7}{648} = \frac{1664}{648} = \frac{208}{81}$$

$$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{3}{5} = \frac{1664}{222+32+7} = \frac{1664}{261} = \frac{110}{19} = 5 \frac{15}{19}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \\ \times 648 \\ \hline \cancel{1} \cancel{2} \cancel{3} 18 \\ \hline \end{array} = \frac{\cancel{2} \cancel{2} + 32 + 7}{\cancel{2} \cancel{0} 3} = \frac{679}{110}$$

$$f(x) = 2916 - 426x + 36x^2$$

$$\begin{array}{r} 4000 - 800 \times 10 \\ \hline 6400 \end{array}$$

13
229
375
37
1664
39
03
844-
2916
486
919
6912
5919

$$\begin{array}{r} \cancel{29}^{16} \\ \times \cancel{6}^6 \\ \hline f(11) = 5324 - \\ - 726 + 44 \times 7 = \frac{436}{2430} \\ = 4597 + 44 \times 7 \cancel{+ 45} \cancel{- 2430} \\ \hline \underline{\underline{5993}} \end{array}$$

чертежник

$$\begin{aligned} & \text{1} \quad 9 + 23 + 73 + 157 + 417 + 679 + 1113 + 1703 + 2473 + \\ & + 3447 + 4649 + 5993 = 105 + 1233 + 5289 + 14039 = \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 23 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 1703 \\ 2473 \\ \hline 5289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3447 \\ 4649 \\ 5993 \\ \hline 14039 \end{array}$$

$$= 1338 + 19378 =$$

$$= 20716$$

$$\begin{array}{r} 1337 \\ 467 \\ 679 \\ \hline 1233 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1233 \\ 105 \\ \hline 1338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5289 \\ 14039 \\ 5289 \\ \hline 19378 \end{array}$$

$$1338$$

$$\begin{array}{r} 1338 \\ 19378 \\ 1338 \\ \hline 23716 \end{array}$$

1) 2

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \cdot D \cdot 3 \\ x^2+y > 0 \\ x^2+y-1 > 0 \end{cases}$$

$$y+3 \geq 0$$

$$y+3 < 0$$

$$y \geq -3$$

$$y < -3$$

$$(x^2+y)^{\frac{1}{2}} + y+3 = 1$$

$$x\sqrt{y} + y+3 = 1$$

$$x^2 + t^2 + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 2 = 0$$

$$D = x^2 - 4 \cdot 2 = x^2 - 8$$

$$\sqrt{x^2+y} + y+3 = 1$$

$$\sqrt{x^2+y} - y-3 = 1$$

$$9+7$$

$$-10 = 1$$

$$10-10 = 1$$

негація

$$\sqrt{t^2} + y+3$$

$$\sqrt{t^2+1}$$

$$1 + |y+3| = 5$$

$$\text{нуль} \quad x^2+y = t^2+1$$

$$\sqrt{t}$$

$$\sqrt{t-1}$$

$$x^2 =$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, -3] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (-3, 1) \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [1, \infty) \end{array}$$

$$\sqrt{y} = t$$

$$x\sqrt{y}$$

$$\cancel{x}$$

$$(x^2)^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ x^2+y^2 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x^2+y^2 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ x^2+y^2-1 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x^2+y^2-9 = 0 \end{array}$$

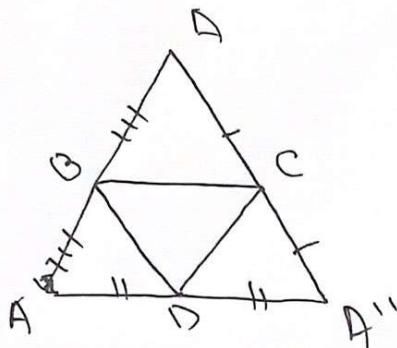
$$\begin{array}{c} \nearrow \\ 9+1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x^2+y^2+8=1 \end{array}$$

$$10-1$$

$$9 \quad x^2+y^2+8=1$$

⑥ Задание №

Чистовик



Решение задачи выражено на чистовике:

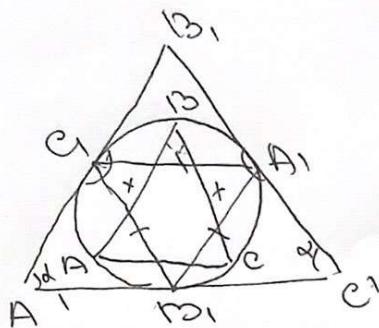
- 1) по условию задачи $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $AB = CD = A'B'$,
 $A'D = BC = A''D$, при этом $AC = A''C$, значит
 $\triangle ABC \cong \triangle CDA''$ - по 3^м признаку, поэтому
 $\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$, $\angle ACB = \angle CA''D = \beta$, следовательно
 $\angle ABC = \angle CDA'' = 180^\circ - \alpha - \gamma = \beta$, значит $\angle BAC =$
 $= \angle ABC$ - по 2^м признаку и между ними,
 $\angle ACD = \angle DA'B'$ - по 3^м признаку,
 следовательно и углы равны $\Rightarrow \cancel{\triangle ABC \cong \triangle A'DC}$
- $\Rightarrow S_{\text{небольш}} = 4S$

$$\text{Ошибки: } S = u \cancel{S}$$

5

~ 5

Числовик



$$\begin{aligned}
 1) \quad A'B = x = BC = AC \Rightarrow \frac{B'C_1}{x} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C_1 = x \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = A'B' \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{A'C_1}{C_1B_1} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C_1 = C_1B_1 \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = x \cdot \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2(\alpha)} \\
 \frac{B'C_1}{x} = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow B'C_1 = x \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow k = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} + \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2(\alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} + \\
 + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} \quad \text{заметка} \\
 \cos \alpha = t \quad \text{и } k \in [0; \frac{3}{2}] \\
 \Rightarrow \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = k(t) \quad \text{и } k \in [\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}] \\
 k'(t) = \frac{-1}{2\cos^2 \alpha} + \frac{1}{(2 - 2\cos \alpha)^2} = -\frac{1}{2\cos^2 \alpha} + \quad \text{и } k \in [0; \frac{\sqrt{2}}{2}] \\
 + \frac{1}{2 - 4\cos \alpha} \\
 k'(t) > 0 \Rightarrow \min(k) \text{ при } t = \frac{1}{2} \\
 \max(k) \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

Объем: $\min V_{\text{объем}} = \frac{1}{2}$; $\max V_{\text{объем}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

④ Задача 3

шестовик

Оба уравнения - квадратные, тогда пусть
 x_1, x_2 - корни первого уравнения; x_3, x_4 -
корни второго уравнения. Воспользуемся
формулой Виетта:

$$\begin{cases} a+1 = x_1 \cdot x_2 \\ a = x_3 \cdot x_4 \end{cases}$$

Из симметрии получаем, что четвертая
сумма произведений корней различна тогда
оба из них нечетные, тогда минимальное
нечетное произведение это 15 (как произве-
дение двух минимальных различных нечетных
чисел больше 1; 3; 5)

Тогда $a = 3 \cdot 5 = 15$ (если рассматривать
второй вариант, то получим $a = 6, 9$
но это не будет минимум)

Ответ: 15

(3) Задание №2

математик

базацум 21.01.08

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

Две мого, умдн бтвое уравнение имено
длжимо имене, необходимо

$$x^2+y-1 \geq 0.$$

$$\text{значит } x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

Поставим это в первое уравнение

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+3| \geq 1 + |y+3|$$

$$1 \geq 1 + |y+3|$$

$$0 \geq |y+3|$$

но при этом можно $|y+3| \geq 0 \Rightarrow |y+3|=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-3$. Поставим это в первое уравнение

$$\sqrt{x^2-9} = 1$$

$$x^2 = 1+9=9$$

$$x = \pm 3$$

Проверим бтвое уравнение

если $x=-3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5$ - получится

если $x=3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 11$ - не получится

Ответ: $x=-3, y=-3$

1

№ 4

чертёжник.

Пусть траектория машины β с $v=1$. Траектория α находится левее траектории β . Переходим в систему координат с началом в центре траектории α .

(центр окружности α на оси Ox). Найдём ось Ox в сторону центра траектории β . Угол между осью Oy и машиной $A = \frac{\pi}{6}$. Тогда уравнение окружности машины A , но траектории α

$$A = (\cos(\frac{\pi}{6} + x), \sin(\frac{\pi}{6} + x))$$

Теперь рассмотрим машину B . Обозначим центр окружности β за O_1 , тогда угол между O_1x и машиной B будет равен $\frac{2\pi}{3}$. Уравнение окружности машины B по траектории β

$$\beta = (\cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Но т.к. центр траектории β находится на расстоянии 2 от центра O , то в системе отсчёта, связанный с O , уравнение окружности машины B будет выглядеть так

$$\beta = (2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Теперь мы можем записать формулу расстояние между машинами, которая будет зависеть только от x .

По условию это расстояние должно

быть не больше радиуса, т.е. $\sqrt{2} \leq x \leq 2$

(2) nu

нечтобуки

$$|AB| = \sqrt{(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2}$$

≤ 4

Всему

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2 \leq 4$$

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) - \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) - \cos(\frac{\pi}{6}) \cos(x) - \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x))^2 \leq 4$$

$$+ (\sin(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) + \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) \cos^2(\frac{2\pi}{3}) - \sin(\frac{\pi}{6}) \cos(x) + \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x) \cos(\frac{\pi}{6}))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{1}{2} \cos(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x))^2 +$$

$$+ (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x) - \frac{1}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 \leq 4$$

Одозначим $\sin(x) - \cos(x) = t \in T$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} t)^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} t)^2 \leq 4$$

$$4 - 2(\sqrt{3}+1)t + (\frac{\sqrt{3}+1}{2})^2 t^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2})^2 t^2 \leq 4$$

$$2t^2 - 2(\sqrt{3}+1)t \leq 0$$

$$t(t - (\sqrt{3}+1)) \leq 0$$

Задумка, что $t = \sin(x) - \cos(x) \leq \sqrt{2} \leq \sqrt{3}+1$, т.к.

если $\cos x + \sin x$ максимален, когда
он равен 1. Тогда сколько $(t - \sqrt{3}+1)$ будет

Остается:

$$t \leq 0$$

$$\sin(x) - \cos(x) \leq 0$$

Это означает что выполняется неравенство
 $\rho_{A,B} \leq r_1 + r_2$ где r_1, r_2 радиусы кругов. Значит,
расстояние между точками равно
больше суммы радиусов

Ответ: 60 минут

вернуть

~2

$$\sqrt{x^2+y} + |y+8| = 1$$
$$\sqrt{x^2+y-1} + |x+8| = 5$$

OD 3

$$x^2+y-1 \geq 0$$

$$x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+8| \geq 1 + |y+8|$$

$$1 \geq 1 + |y+8|$$

$$0 \geq |y+8|$$

$$y = -8$$

$$\sqrt{x^2-8} = 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x_1 = -3$$

$$9 + (-3) - 1 + 3 + 8 = 5$$

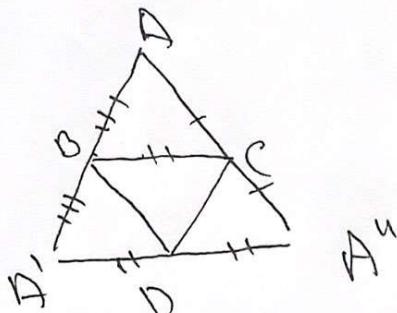
~~$$x_2 = 3$$~~

~~$$9 - 3 - 1 = 5$$~~

$$3 + 8 = 11$$

№ 6

чертёж



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$A'D = A''D = DC$$

$$AC = A''C$$

$$\Delta ABC = \Delta CDA'' - \text{no}^3$$

смежные

$$\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$$

$$\Delta BAC' = \Delta CA'D = \alpha$$

$$\angle ACB = \angle CA'D = \alpha$$

2^н смежные
и между ними

$$\angle ABC = \angle DA'B = 180^\circ - \alpha - \beta = \beta$$

$$\Delta BCD = \Delta DA'B - \text{но } 3\text{^н смежные}$$

$$S = 4\$$$

Уральск

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(12), \text{ where } f(n) =$$

$$= 4n^3 - 6n^2 + 4n + 7 \quad 2n(2n^2 - 3n + 2) + 7$$

$$z(1) = \cancel{+3} - 6 + 4 + 7 = 11 - 6 + 4 = 15 - 6 = 9$$

$$\begin{array}{r} f(2) = 32 - 24 + 8 + 7 = 23 \\ f(3) = 40 - 54 + 12 + 7 = 73 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{6} + (12) = 6912 - 364 + 62 + 7 = \\ \hline 22 \\ \hline 64 \\ \hline 5993 \end{array}$$

$$f(u) = 256 - 96 + 16 + 7 \equiv 137$$

$$f(s) = 500 - 110t + 20t^2 = \frac{5}{96} s^2 - \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ \underline{\times 4} \\ \hline 532^4 \end{array} \quad = \quad 417$$

$$\frac{121}{11} = 679$$

$$\begin{array}{r} \text{1331} \\ \text{1378} \\ \hline \text{45} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{1113} \\ \text{2043} \\ \hline \text{512} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{390} \\ \text{3500} \\ \hline \text{400} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{T928} \\ \text{4} \\ \hline \end{array}$$

$f(3) = \frac{2043 - 384 + 3247}{648} = \frac{31}{31} = 1$

$$\begin{array}{r} \text{6912} \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{1113}{579} = \frac{1664}{322+32+7} = \frac{110}{679} \quad 2 \text{ remainder } 144$$

$$\frac{1}{1} - \frac{3}{8} = \frac{16}{8} - \frac{3}{8} = \frac{13}{8}$$

$$f(x) = 2916 - 486x + 36x^2 - 9x^3 + x^4$$

$$\begin{array}{r} 4000 \\ \times 32 \\ \hline 1280 \\ + 1200 \\ \hline 12800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1^3 \\ 2^29 \\ \hline 29^16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3^25 \\ 8^14 \\ \hline 43^6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1664 \\ 339 \\ \hline 1703 \end{array} \quad \begin{array}{r} 344x \\ \hline 344x \end{array} \quad \begin{array}{r} 229 \\ 2916 \\ 486 \\ \hline 2430 \\ 43 \end{array} \quad \begin{array}{r} 915 \\ 6912 \\ 919 \\ \hline 1992 \end{array}$$

$$= \frac{4537+444+7}{\sqrt{2} \times 9} = \frac{5000}{24\sqrt{2}}$$

чертежник

$$1 \overbrace{9+23+73+157+417+679+1113+1703+2473+} \\ + 3447+4649+5993 = \overbrace{105+1233+5289+14029=}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 23 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 1703 \\ 2473 \\ \hline 5289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3447 \\ 4649 \\ 5993 \\ \hline 14029 \end{array}$$

$$= 1338 + 19378 =$$

$$= 20716$$

$$\begin{array}{r} 1337 \\ 467 \\ 679 \\ \hline 1233 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1233 \\ 105 \\ \hline 1338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5289 \\ 14029 \\ 5289 \\ \hline 19378 \end{array}$$

$$1338$$

$$\begin{array}{r} 1338 \\ 19378 \\ 1338 \\ \hline 23716 \end{array}$$

1) 2

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \cdot D \cdot 3 \\ x^2+y > 0 \\ x^2+y-1 > 0 \end{cases}$$

$$y+3 \geq 0$$

$$y+3 < 0$$

$$y \geq -3$$

$$y < -3$$

$$(x^2+y)^{\frac{1}{2}} + y+3 = 1$$

$$x\sqrt{y} + y+3 = 1$$

$$x^2 + t^2 + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 2 = 0$$

$$D = x^2 - 4 \cdot t = x^2 - 2 \cdot 2 = x^2 - 4$$

$$\sqrt{x^2+y} + y+3 = 1$$

$$\sqrt{x^2+y} - y-3 = 1$$

$$9+7$$

$$-10 = 1$$

$$10-10 = 1$$

негація

$$\sqrt{t^2} + y+3$$

$$\sqrt{t^2+1}$$

$$1 + |y+3| = 5$$

$$\text{нуль} \quad x^2+y = t^2+1$$

$$\sqrt{t}$$

$$\sqrt{t-1}$$

$$x^2 =$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, -3] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (-3, 1) \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [1, \infty) \end{array}$$

$$\sqrt{y} = t$$

$$x\sqrt{y}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, 0] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [0, 2] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [2, \infty) \end{array}$$

$$(x^2)^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{1}{2}}+y+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x-2-5 \end{array}$$

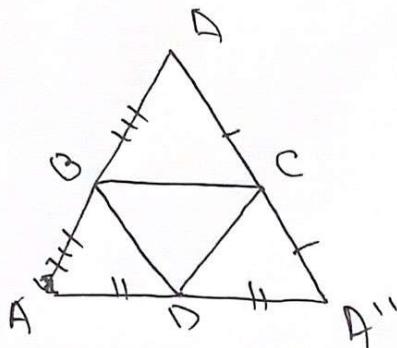
$$\begin{array}{c} \nearrow \\ 9+1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{3}{2}}+3 = 1 \end{array}$$

$$10-1$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{3}{2}}+3 = 1 \end{array}$$

⑥ Задание №

Чистовик



Решение задачи выражено на чистовике:

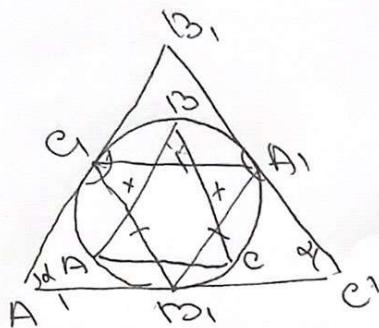
- 1) по условию задачи $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $AB = CD = A'B'$,
 $A'D = BC = A''D$, при этом $AC = A''C$, значит
 $\triangle ABC \cong \triangle CDA''$ - по 3^м признаку, поэтому
 $\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$, $\angle ACB = \angle CA''D = \beta$, следовательно
 $\angle ABC = \angle CDA'' = 180^\circ - \alpha - \gamma = \beta$, значит $\triangle BA'D =$
 $= \triangle ABC$ - по 2^м признаку и между ними,
 $\angle BCD = \angle DA'B' - по 3^м признаку,
\text{следовательно и углы равны} \Rightarrow \cancel{\frac{S_{\text{одногр}}}{S}}$
- $\Rightarrow S_{\text{одногр}} = 4S$

$$\text{Ошибки: } S = u \cancel{S}$$

5

~5

числовик



$$\begin{aligned}
 1) \quad A'BC = x = B'C = A'C \Rightarrow \frac{B'C}{x} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C = x \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = A'B' \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{A'C}{C'B'} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin x} \Rightarrow A'C = C'B' \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = x \cdot \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2 \alpha} \\
 \frac{B'C}{x} = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow B'C = x \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow k = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} + \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} + \\
 + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} \quad \text{заметка} \\
 \cos \alpha = t \quad \text{и } k \in [0; \frac{3}{2}] \\
 \Rightarrow \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = k(t) \quad \text{и } k \in [\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}] \\
 k'(t) = \frac{-1}{2\cos^2 \alpha} + \frac{1}{(2 - 2\cos \alpha)^2} = -\frac{1}{2\cos^2 \alpha} + \quad \text{и } k \in [0; \frac{\sqrt{2}}{2}] \\
 + \frac{1}{2 - 4\cos \alpha} \\
 k'(t) > 0 \Rightarrow \min(k) \text{ при } t = \frac{1}{2} \\
 \max(k) \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

Ombrem: $\min k \text{ при } t = \frac{1}{2}$; $\max k \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}$

④ Задача 3

шестовик

Оба уравнения - квадратные, тогда пусть
 x_1, x_2 - корни первого уравнения; x_3, x_4 -
корни второго уравнения. Воспользуемся
формулой Виетта:

$$\begin{cases} a+1 = x_1 \cdot x_2 \\ a = x_3 \cdot x_4 \end{cases}$$

Из симметрии получаем, что четвертая
сумма произведений корней различна тогда
оба из них нечетные, тогда минимальное
нечетное произведение это 15 (как произве-
дение двух минимальных различных нечетных
чисел больше 1; 3; 5)

Тогда $a = 3 \cdot 5 = 15$ (если рассматривать
второй вариант, то получим $a = 6, 9$
но это не будет минимум)

Ответ: 15

(3) Задание №2

математик

базацум 21.01.08

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

Две мого, умдн бтвое уравнение имено
длжимо имене, необходимо

$$x^2+y-1 \geq 0.$$

$$\text{значит } x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

Поставим это в первое уравнение

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+3| \geq 1 + |y+3|$$

$$1 \geq 1 + |y+3|$$

$$0 \geq |y+3|$$

но при этом можно $|y+3| \geq 0 \Rightarrow |y+3|=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-3$. Поставим это в первое уравнение

$$\sqrt{x^2-9} = 1$$

$$x^2 = 1+9=9$$

$$x = \pm 3$$

Проверим бтвое уравнение

если $x=-3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5$ - получится

если $x=3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 11$ - не получится

Ответ: $x=-3, y=-3$

1

№ 4

чертёжник.

Пусть траектория машины β с $v=1$. Траектория α находится левее траектории β . Переходим в систему координат с началом в центре траектории α .

(центр окружности α на оси Ox). Найдём ось Ox в сторону центра траектории β . Угол между осью Oy и машиной $A = \frac{\pi}{6}$. Тогда уравнение окружности машины A , но траектории α

$$A = (\cos(\frac{\pi}{6} + x), \sin(\frac{\pi}{6} + x))$$

Теперь рассмотрим машину B . Обозначим центр окружности β за O_1 , тогда угол между O_1x и машиной B будет равен $\frac{2\pi}{3}$. Уравнение окружности машины B по траектории β

$$\beta = (\cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Но т.к. центр траектории β находится на расстоянии 2 от центра O , то в системе отсчёта, связанный с O , уравнение окружности машины B будет выглядеть так

$$\beta = (2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Теперь мы можем записать формулу расстояние между машинами, которая будет зависеть только от x .

По условию это расстояние должно

быть не больше радиуса, т.е. $\sqrt{2} \leq x \leq 2$

(2) nu

нечтобуки

$$|AB| = \sqrt{(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2}$$

≤ 4

Всему

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2 \leq 4$$

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) - \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) - \cos(\frac{\pi}{6}) \cos(x) - \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x))^2 \leq 4$$

$$+ (\sin(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) + \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) \cos^2(\frac{2\pi}{3}) - \sin(\frac{\pi}{6}) \cos(x) + \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x) \cos(\frac{\pi}{6}))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{1}{2} \cos(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x))^2 +$$

$$+ (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x) - \frac{1}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 \leq 4$$

Одозначим $\sin(x) - \cos(x) = t \in T$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} t)^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} t)^2 \leq 4$$

$$4 - 2(\sqrt{3}+1)t + (\frac{\sqrt{3}+1}{2})^2 t^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2})^2 t^2 \leq 4$$

$$2t^2 - 2(\sqrt{3}+1)t \leq 0$$

$$t(t - (\sqrt{3}+1)) \leq 0$$

Задумка, что $t = \sin(x) - \cos(x) \leq \sqrt{2} \leq \sqrt{3}+1$, т.к.

если $\cos x + \sin x$ максимален, когда
он равен 1. Тогда сколько $(t - \sqrt{3}+1)$ будет

Остается:

$$t \leq 0$$

$$\sin(x) - \cos(x) \leq 0$$

Это означает что выполняется неравенство
 $\rho_{A,B} \leq r_1 + r_2$ где r_1, r_2 радиусы кругов. Значит,
расстояние между точками равно
больше суммы радиусов

Ответ: 60 минут

вернуть

~2

$$\sqrt{x^2+y} + |y+8| = 1$$
$$\sqrt{x^2+y-1} + |x+8| = 5$$

OD 3

$$x^2+y-1 \geq 0$$

$$x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+8| \geq 1 + |y+8|$$

$$1 \geq 1 + |y+8|$$

$$0 \geq |y+8|$$

$$y = -8$$

$$\sqrt{x^2-8} = 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x_1 = -3$$

$$9 + (-3) - 1 + 3 + 8 = 5$$

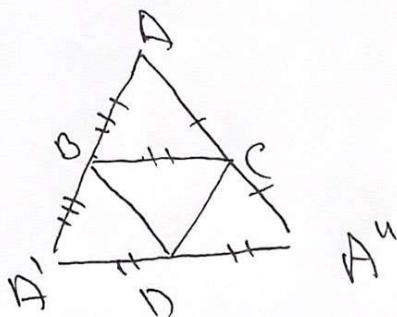
~~$$x_2 = 3$$~~

~~$$9 - 3 - 1 = 5$$~~

$$3 + 8 = 11$$

№ 6

чертежи



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$A'D = A''D = DC$$

$$AC = A''C$$

$$\Delta ABC = \Delta CDA'' - \text{no}^3$$

смежные

$$\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$$

$$\Delta BCA' = \Delta BDC - \text{no}$$

$$\angle ACB = \angle CA'D = \alpha$$

2^н смежные
4 углы между ними

$$\angle ABC = \angle DA'B = 180^\circ - \alpha - \beta = \beta$$

$$\Delta BCD = \Delta DA'B - \text{no } 3\text{н смежные}$$

$$S = 4\$$$

Уральск

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(12), \text{ where } f(n) =$$

$$= 4n^3 - 6n^2 + 4n + 7 \quad 2n(2n^2 - 3n + 2) + 7$$

$$z(1) = \cancel{+3} - 9 - 6 + 4 + 7 = 11 - 6 + 4 = 15 - 6 = 9$$

$$\begin{array}{r} f(2) = 32 - 24 + 8 + 7 = 23 \\ f(3) = 40 - 54 + 12 + 7 = 73 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{6} + (12) = 6912 - 364 + 62 + 7 = \\ \hline 274 \\ 108 \\ \hline 5993 \end{array}$$

$$f(u) = 256 - 96 + 16 + 7 \equiv 137$$

$$f(s) = 500 - 110t - 20t^2 = \frac{5}{12} s^2 - \frac{11}{6}s + 500$$

$$\frac{137^2}{294} = 1113 \quad \frac{204^2}{35} = \frac{390}{31} \quad \frac{3500}{25} = 140$$

$$\frac{1113}{579} = \frac{1664}{322+32+7} = \frac{110}{679} \quad 2 \text{ remainder } 144$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1113} \\ - 688 \\ \hline \cancel{425} \\ - 388 \\ \hline 1703 \end{array} = \frac{1664}{32+32+7=679} \quad \begin{array}{r} 110 \\ 144 \\ \hline \end{array}$$

$$f(x) = 2916 - 186x + 36x^2$$

$$\begin{array}{r} 400 \\ \times 300 \\ \hline 1200 \\ 1200 \\ \hline 12000 \end{array}$$

13
729
916
/ /
375
814
26
/ /
1664
339
703
/ /
- 5324 -
2916
436
/ /
729
29
/ /
919
6912
919

$$f''' = -726 + 44x^7 = \frac{243}{x^3} \\ = \frac{4587 + 44x^7}{x^6 + 24x^3} \quad \{993$$

чертежник

$$\begin{aligned} & \text{1} \quad 9 + 23 + 73 + 157 + 417 + 679 + 1113 + 1703 + 2473 + \\ & + 3447 + 4649 + 5993 = 105 + 1233 + 5289 + 14039 = \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 23 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 1703 \\ 2473 \\ \hline 5289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3447 \\ 4649 \\ 5993 \\ \hline 14039 \end{array}$$

$$= 1338 + 19378 =$$

$$= 20716$$

$$\begin{array}{r} 1337 \\ 467 \\ 679 \\ \hline 1233 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1233 \\ 105 \\ \hline 1338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5289 \\ 14039 \\ 5289 \\ \hline 19378 \end{array}$$

$$1338$$

$$\begin{array}{r} 1338 \\ 19378 \\ 1338 \\ \hline 23716 \end{array}$$

1) 2

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \cdot D \cdot 3 \\ x^2+y > 0 \\ x^2+y-1 > 0 \end{cases}$$

$$y+3 \geq 0$$

$$y+3 < 0$$

$$y \geq -3$$

$$y < -3$$

$$(x^2+y)^{\frac{1}{2}} + y+3 = 1$$

$$x\sqrt{y} + y+3 = 1$$

$$x^2 + t^2 + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 2 = 0$$

$$D = x^2 - 4 \cdot t = x^2 - 2x$$

$$\sqrt{x^2+y} + y+3 = 1$$

$$\sqrt{x^2+y} - y-3 = 1$$

$$9+7$$

$$-10 = 1$$

$$10-10 = 1$$

негація

$$\sqrt{t^2} + y+3$$

$$\sqrt{t^2+1}$$

$$1 + |y+3| = 5$$

$$\text{нуль} \quad x^2+y = t^2+1$$

$$\sqrt{t}$$

$$\sqrt{t-1}$$

$$x^2 =$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-3, -3) \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (-3, 4) \end{array}$$

$$\sqrt{y} = t$$

$$xy$$

$$\cancel{x}$$

$$(x^2)^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{c} \cancel{x} \\ \cancel{y} \\ \cancel{z} \\ \cancel{w} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}} \end{array}$$

$$+x+8=5$$

$$\sqrt{x^2+y-1} - x-2=5$$

$$9+1$$

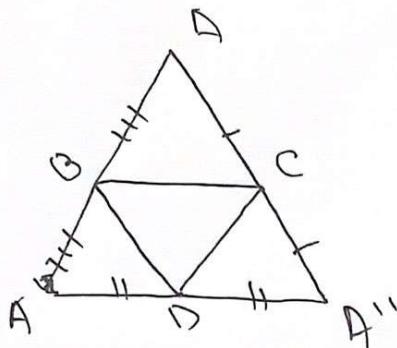
$$x+y^{\frac{3}{2}}+y^{\frac{1}{2}}=1$$

$$10-1$$

$$9 \quad x+y^{\frac{3}{2}}+y^{\frac{1}{2}}=1$$

⑥ Задание №

Чистовик



Решение задачи выражено на чистовике:

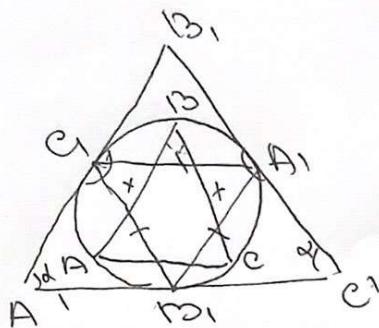
- 1) по условию задачи $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $AB = CD = A'B'$, $A'D = BC = A''D$, при этом $AC = A''C$, значит $\triangle ABC \cong \triangle CDA''$ - по 3^м признаку, поэтому $\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$, $\angle ACB = \angle CA''D = \beta$, следовательно $\angle ABC = \angle CDA'' = 180^\circ - \alpha - \gamma = \beta$, значит $\triangle BA'D = \triangle ABC$ - по 2^м признаку и между ними, $\angle A'DC' = \angle DA'B$ - по 3^м признаку, следовательно и углы между ними $\Rightarrow \cancel{\triangle A'DC' \cong \triangle DA'B}$
- $\Rightarrow S_{\text{небольш}} = 4S$

$$\text{Ошибки: } S = u \cancel{S}$$

5

~5

числовик



$$\begin{aligned}
 1) \quad A'BC = x = B'C = A'C \Rightarrow \frac{B'C}{x} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} \Rightarrow A'C = x \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = A'B' \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{A'C}{C'B'} = \frac{\sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\sin x} \Rightarrow A'C = C'B' \cdot \frac{\cos(\frac{\alpha}{2})}{\sin(\alpha)} = \\
 = x \cdot \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2 \alpha} \\
 \frac{B'C}{x} = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow B'C = x \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow k = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} + \frac{\cos^2(\frac{\alpha}{2})}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} + \\
 + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} \quad \text{заметка} \\
 \cos \alpha = t \quad \text{m.k } \alpha \in [0^\circ; 30^\circ] \\
 \Rightarrow \frac{1}{2\cos \alpha} + \frac{1}{2 - 2\cos \alpha} = k(t) \quad \Rightarrow t \in [\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}] \\
 k'(t) = \frac{-1}{2\cos^2 \alpha} + \frac{1}{(2 - 2\cos \alpha)^2} = -\frac{1}{2\cos^2 \alpha} + \quad \text{m.k } 2 - 4t < 0 \\
 + \frac{1}{2 - 4t + 2\cos^2 \alpha} \\
 k'(t) > 0 \Rightarrow \min(k) \text{ при } t = \frac{1}{2} \\
 \max(k) \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

Ombrem: $\min k \text{ при } t = \frac{1}{2}$; $\max k \text{ при } t = \frac{\sqrt{2}}{2}$

④ Задача 3

шестовик

Оба уравнения - квадратные, тогда пусть
 x_1, x_2 - корни первого уравнения; x_3, x_4 -
корни второго уравнения. Воспользуемся
формулой Виетта:

$$\begin{cases} a+1 = x_1 \cdot x_2 \\ a = x_3 \cdot x_4 \end{cases}$$

Из симметрии получаем, что четвертая
сумма произведений корней различна тогда
оба из них нечетные, тогда минимальное
нечетное произведение это 15 (как произве-
дение двух минимальных различных нечетных
чисел больше 1; 3; 5)

Тогда $a = 3 \cdot 5 = 15$ (если рассматривать
второй вариант, то получим $a = 6, 9$
но это не будет минималь)

Ответ: 15

(3) Задание №2

математик

базацум 21.01.08

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

Две мого, умдн бтвое уравнение имено
длжимо имене, необходимо

$$x^2+y-1 \geq 0.$$

$$\text{значит } x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

Поставим это в первое уравнение

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+3| \geq 1 + |y+3|$$

$$1 \geq 1 + |y+3|$$

$$0 \geq |y+3|$$

но при этом можно $|y+3| \geq 0 \Rightarrow |y+3|=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-3$. Поставим это в первое уравнение

$$\sqrt{x^2-9} = 1$$

$$x^2 = 1+9=9$$

$$x = \pm 3$$

Проверим бтвое уравнение

если $x=-3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5$ - получится

если $x=3$, то $\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 11$ - не получится

Ответ: $x=-3, y=-3$

1

№ 4

чертёжник.

Пусть траектории окружности с $r=1$. Траектория находиться левее траектории B . Переидем в систему координат с центром траектории A .

(центр окружности A на оси Ox). Найдём ось Oy в сторону центра траектории B . Тогда между осями Ox и машины $A = \frac{\pi}{6}$. Тогда, уравнение окружности машины A , но траектории $A = (\cos(\frac{\pi}{6} + x), \sin(\frac{\pi}{6} + x))$

Теперь рассмотрим машину B . Обозначим центр окружности B за O_1 , тогда угол между O_1x и машиной B будет равен $\frac{2\pi}{3}$. Уравнение окружности машины B по траектории B

$$B = (\cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Но тк центр траектории B находится на расстоянии 2 от центра A , то в системе отсчета, связанный с O , уравнение окружности машины B будет выглядеть так

$$B = (2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x), \sin(\frac{2\pi}{3} - x))$$

Теперь мы можем записать формулу расстояние между машинами, которая будет зависеть только от x .

По условию это расстояние должно

быть не больше радиуса, т.е. $\Rightarrow x \geq 2$

(2) nu

натураль

$$|AB| = \sqrt{(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2}$$

≤ 4

Видаємо

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3} - x) - \cos(\frac{\pi}{6} + x))^2 + (\sin(\frac{2\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{6} + x))^2 \leq 4$$

$$(2 + \cos(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) - \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) - \cos(\frac{\pi}{6}) \cos(x) - \sin(\frac{\pi}{6}) \sin(x))^2 \leq 4$$

$$+ (\sin(\frac{2\pi}{3}) \cos(x) + \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(x) \cos^2(\frac{2\pi}{3}) - \sin(\frac{\pi}{6}) \cos(x) + \sin(\frac{\pi}{6}) \cos(x))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{1}{2} \cos(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x))^2 +$$

$$+ (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x) - \frac{1}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(x))^2 \leq 4$$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} (\sin(x) - \cos(x)))^2 \leq 4$$

Означення $\sin(x) - \cos(x) = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$

$$(2 - \frac{\sqrt{3}+1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 + (\frac{\sqrt{3}-1}{2} \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}))^2 \leq 4$$

$$4 - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}+1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + (\frac{\sqrt{3}-1}{2})^2 \cdot 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) \leq 4$$

$$2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4}) - 2(\sqrt{3}+1)\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4})(\sin(x - \frac{\pi}{4}) - (\sqrt{3}+1)\sqrt{2}) \leq 0$$

Замістимо, що $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq \sqrt{2} \leq \sqrt{3}+1$, та як

єдина $\cos(x) + \sin(x)$ максимальна, коли

они рівні. Тоді складка $(\sin(x - \frac{\pi}{4}) - (\sqrt{3}+1)\sqrt{2}) < 0$ буде

Останнє:

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) \leq 0$$

$$\sin(x) - \cos(x) \leq 0$$

Це відповідь до питанням якщо

якщо на початок криві. Значить,

якщо початку відстань від обох

меж дистанція між ними було ще

більше діаметра траекторії

Отвір: 60 мінут

вернуть

~2

$$\sqrt{x^2+y} + |y+8| = 1$$
$$\sqrt{x^2+y-1} + |x+8| = 5$$

OD 3

$$x^2+y-1 \geq 0$$

$$x^2+y \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y} \geq 1$$

$$1 = \sqrt{x^2+y} + |y+8| \geq 1 + |y+8|$$

$$1 \geq 1 + |y+8|$$

$$0 \geq |y+8|$$

$$y = -8$$

$$\sqrt{x^2-8} = 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x_1 = -3$$

$$9 + (-3) - 1 + 3 + 8 = 5$$

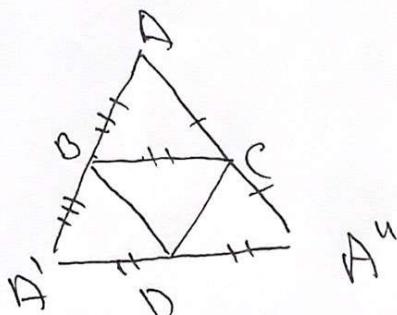
~~$$x_2 = 3$$~~

~~$$9 - 3 - 1 = 5$$~~

$$3 + 8 = 11$$

№ 6

чертёж



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$A'D = A''D = DC$$

$$AC = A''C$$

$$\Delta ABC = \Delta CDA'' - \text{no}^3$$

смежные

$$\angle BAC = \angle CDA'' = \alpha$$

$$\Delta BAC' = \Delta CA'D = \alpha$$

$$\angle ACB = \angle CA'D = \alpha$$

2^н смежные
и между ними

$$\angle ABC = \angle DA'B = 180^\circ - \alpha - \beta = \beta$$

$$\Delta BCD = \Delta DA'B - \text{но } 3\text{^н смежные}$$

$$S = 4\$$$

Уральск

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(12), \text{ where } f(n) =$$

$$= 4n^3 - 6n^2 + 4n + 7 \quad 2n(2n^2 - 3n + 2) + 7$$

$$z(1) = \cancel{+3} - 9 - 6 + 4 + 7 = 11 - 6 + 4 = 15 - 6 = 9$$

$$\begin{array}{r} f(2) = 32 - 24 + 8 + 7 = 23 \\ f(3) = 40 - 54 + 12 + 7 = 73 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{121}{6} + (12) = 6912 - 364 + 62 + 7 = \\ \hline 274 \\ \hline 108 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$f(u) = 256 - 96 + 16 + 7 \equiv 137$$

$$f(s) = 500 - 110t + 20t^2 = \frac{5}{96} s^2 - \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ \underline{\times 4} \\ \hline 532^4 \end{array} \quad = \quad 417$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c}
 \frac{121}{11} = 679 \\
 \frac{121}{1331} f(7) = 1372 - 284 + 28 + 7 = 1113 \\
 \frac{1372}{294} = 1113 \\
 \frac{1078}{35} = 1113
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \frac{5}{343} \overline{)648119} \\
 \frac{49}{500} \\
 \frac{10}{137} \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \frac{3}{64} \overline{)294} \\
 \frac{192}{125} \\
 \frac{100}{500} \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \frac{3}{90} \\
 \frac{90}{0} \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \frac{25}{6} \\
 \frac{110}{0} \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \frac{144}{112} \\
 \frac{288}{144} \\
 \frac{144}{0} \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \frac{1}{3} \\
 \frac{1}{728} \\
 \cdot 4 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \frac{6912}{144} \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1113 \\
 2 \overline{)648} \quad 512 \overline{)24} \\
 334 \overline{)40} \\
 \hline
 f(8) = 2916 - 286 + 36 + 7 = 2473
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1604 \\
 2 \overline{)32} + 32 + 7 = 1703 \\
 \hline
 1703 \\
 \hline
 679 \\
 1 \overline{)50} \\
 50 \overline{)3} \\
 \hline
 3 \\
 \hline
 110 \\
 110 \\
 \hline
 0 \\
 \hline
 144 \\
 144 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 864 \\
 5324 \\
 5324 \\
 \hline
 11 - 68 \\
 \hline
 4845
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4098 \\
 3324 \\
 \hline
 3712 \\
 3751 \\
 \hline
 229 \\
 1664 \\
 \hline
 339 \\
 303 \\
 \hline
 3442 \\
 3442 \\
 \hline
 2916 \\
 2916 \\
 \hline
 2430 \\
 2430 \\
 \hline
 993
 \end{array}$$

чертежник

$$\begin{aligned} & \text{1} \quad 9 + 23 + 73 + 157 + 417 + 679 + 1113 + 1703 + 2473 + \\ & + 3447 + 4649 + 5993 = 105 + 1233 + 5289 + 14039 = \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 23 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ 1703 \\ 2473 \\ \hline 5289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3447 \\ 4649 \\ 5993 \\ \hline 14039 \end{array}$$

$$= 1338 + 19378 =$$

$$= 20716$$

$$\begin{array}{r} 1337 \\ 467 \\ 679 \\ \hline 1233 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1233 \\ 105 \\ \hline 1338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5289 \\ 14039 \\ 5289 \\ \hline 19378 \end{array}$$

$$1338$$

$$\begin{array}{r} 1338 \\ 19378 \\ 1338 \\ \hline 23716 \end{array}$$

1) 2

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \cdot D \cdot 3 \\ x^2+y > 0 \\ x^2+y-1 > 0 \end{cases}$$

$$y+3 \geq 0$$

$$y+3 < 0$$

$$y \geq -3$$

$$y < -3$$

$$(x^2+y)^{\frac{1}{2}} + y+3 = 1$$

$$x\sqrt{y} + y+3 = 1$$

$$x^2 + t^2 + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 3 = 1$$

$$t^2 + xt + 2 = 0$$

$$D = x^2 - 4 \cdot t = x^2 - 2 \cdot 2 = x^2 - 4$$

$$\sqrt{x^2+y} + y+3 = 1$$

$$\sqrt{x^2+y} - y-3 = 1$$

$$9+7$$

$$-10 = 1$$

$$10-10 = 1$$

негаючий

$$\sqrt{t^2} + y+3$$

$$\sqrt{t^2+1}$$

$$1 + + y+3 = 1$$

$$\text{нуль} \quad x^2+y = t^2+1$$

$$\sqrt{t}$$

$$\sqrt{t-1}$$

$$x^2 =$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, -3] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ (-3, 1) \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [1, +\infty) \end{array}$$

$$\sqrt{y} = t$$

$$x\sqrt{y}$$

$$\cancel{x}$$

$$(x^2)^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ (-\infty, 0] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [0, 2] \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ [2, +\infty) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+3 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ y+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \sqrt{x^2+y-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ -x-2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ -y-5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ 9+1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{3}{2}}+3 = 1 \end{array}$$

$$10-1$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ x+y^{\frac{3}{2}}+3 = 1 \end{array}$$