МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Глеков Михаил Александрович**

Класс: **11**

Технический балл: **85**

Дата проведения: **20 марта 2021 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6	7
Оценка	15	15	15	5	15	5	85

Вариант 7

Задача 2. Чистовик 1.

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-y} + |y-9| = 4 \\ \sqrt{x^2-y-16} + |x-3| = 2. \end{cases}$$

Ответ: $(5;9)$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-y} = 4-|y-9| \geq 0 \\ \sqrt{x^2-y-16} = 2-|x-3| \geq 0 \end{cases}$$

$|x-3| \leq 2 \Rightarrow x \in [1;5]$

$|y-9| \leq 4 \Rightarrow y \in [5;13]$

$x^2-y-16 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq y+16 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ даже при $y=5$ $x^2 \geq 21 \Rightarrow x \geq \sqrt{21}$

$\Downarrow$

~~$x^2-y\geq 0 \Rightarrow y \leq x^2 \; ; \; x^2 \in [1;25]$~~

$|x-3|$ – с плюсом

$x^2-16 \geq y$; $x^2-16 \in [5;9]$

$x^2 \in [21;25]$ $\Rightarrow$

$\Downarrow$

$5 \leq y \leq 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow |y-9|$ – всегда с минусом.

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-y} = y-9+4 = y-5 \\ \sqrt{x^2-y-16} = 2-x+3 = 5-x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-y = y^2-10y+25 \\ x^2-y-16 = x^2-10x+25 \end{cases}$$

Вариант 7

Задача 2. Чистовик 1.

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-y} + |y-9| = 4 \\ \sqrt{x^2-y-16} + |x-3| = 2. \end{cases}$$

Ответ: $(5;9)$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-y} = 4 - |y-9| \geq 0 \\ \sqrt{x^2-y-16} = 2 - |x-3| \geq 0 \end{cases}$$

$|x-3| \leq 2 \Rightarrow x \in [1;5]$

$|y-9| \leq 4 \Rightarrow y \in [5;13]$

$x^2-y-16 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq y+16 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ даже при $y=5$ $x^2 \geq 21 \Rightarrow x \geq \sqrt{21}$

$\Downarrow$

~~$x^2 - y \geq 0 \Rightarrow y \leq x^2 ; x^2 \in [1;25]$~~

$|x-3|$ – с плюсом

$x^2-16 \geq y$; $x^2-16 \in [5;9]$

$x^2 \in [21;25]$ $\Rightarrow$

$\Downarrow$

$5 \leq y \leq 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow |y-9|$ – всегда с минусом.

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-y} = y-9+4 = y-5 \\ \sqrt{x^2-y-16} = 2-x+3 = 5-x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-y = y^2-10y+25 \\ x^2-y-16 = x^2-10x+25 \end{cases}$$

черновик 2

$$\begin{cases} x^2 = y^2 - 9y + 25 \\ 10x = y + 41 \end{cases}$$

$y = 10x - 41$

$x^2 = 100x^2 - 820x + 1681 - 90x + 369 + 25$

$99x^2 - 910x + 2075 = 0$

$x_1 = 5$

$x_2 = \frac{415}{99}$ сравним $\frac{415}{99} < \sqrt{21}$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$\approx 4,192 < 4,58$

$\Rightarrow$ x_2 – не входит в ограничение

$\Rightarrow$ $x = 5$ $\Rightarrow$ $y = 9$

Ответ: $(5;9)$

чистовик 2

$$\begin{cases} x^2 = y^2 - 9y + 25 \\ 10x = y + 41 \end{cases}$$

$y = 10x - 41$

$x^2 = 100x^2 - 820x + 1681 - 90x + 369 + 25$

$99x^2 - 910x + 2075 = 0$

$x_1 = 5$

$x_2 = \frac{415}{99}$ сравним $\frac{415}{99} < \sqrt{21}$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$\approx 4{,}192 < 4{,}58$$

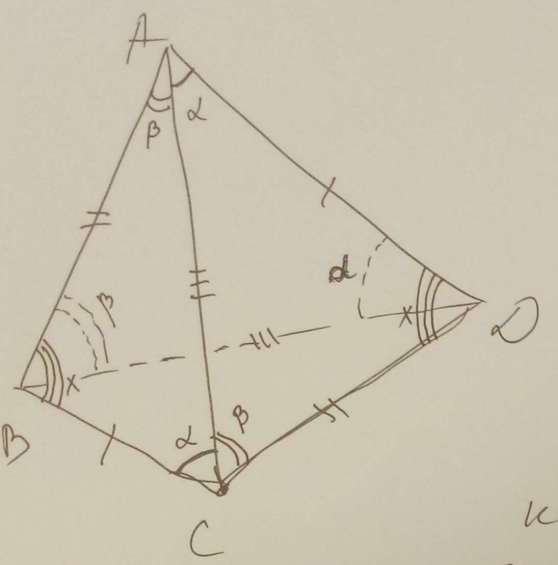
$\Rightarrow$ x_2 – не входит в ограничение

$\Rightarrow$ $x = 5 \Rightarrow y = 9$

Ответ: $(5; 9)$

Задание 6

чистовик 3



1). $\Delta ABC = \Delta ACD$, т.к.

$AB = CD$
$BC = AD$
AC – общая $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ треугольники равны и углы напротив равных сторон равны.

2) Пусть $\angle BAC = \angle DCA = \beta$
$\angle BCA = \angle DAC = \alpha$. $\Rightarrow \angle ABC = \angle ADC = x$

3) Сумма $\angle\alpha + \angle\beta + \angle x = 180^\circ \Rightarrow \angle BAD = x$.

4) Рассм ΔBAC, ΔADC, ΔADB:

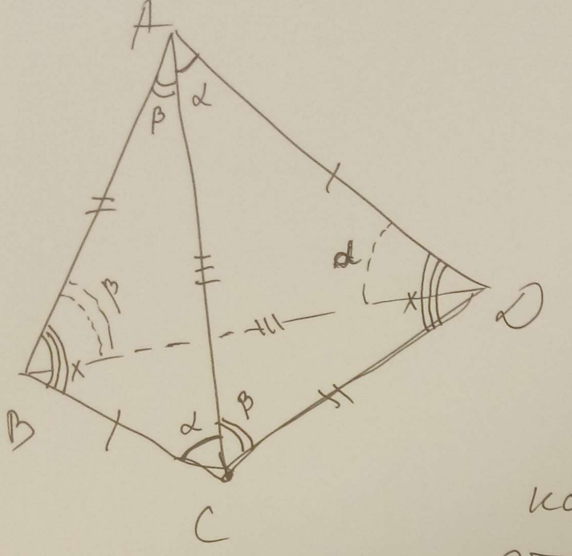
$\angle ABC = \angle ADC = \angle BAD = x$
$AB = DC = AB$ (AB-общая)
$BC = AD = AD$ (AD-общая)

$\Rightarrow$ эти треугольн. равны.

$\Rightarrow BD = AC$, к тому же напротив равных сторон в равных Δ будут равные углы $\Rightarrow \angle ABD = \beta$; $\angle ADB = \alpha$.

5) $\Delta BCD = \Delta ABC$ по трём сторонам $\Rightarrow$ все грани равны $\Rightarrow S_{ABC} = \frac{S}{4}$. Ответ $S/4$.

Задание 6 чистовик 3



1). $\triangle ABC = \triangle ACD$, т.к.

$AB = CD$
$BC = AD$
AC – общая $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ треугольники равны и углы напротив равных сторон равны.

2) Пусть $\angle BAC = \angle DCA = \beta$, $\angle BCA = \angle DAC = \alpha$. $\Rightarrow \angle ABC = \angle ADC = x$

3) Сумма $\angle\alpha + \angle\beta + \angle x = 180^\circ \Rightarrow \angle BAD = x$.

4) Рассм $\triangle BAC$, $\triangle ADC$, $\triangle ADB$:

$\angle ABC = \angle ADC = \angle BAD = x$
$AB = DC = AB$ (AB - общая)
$BC = AD = AD$ (AD - общая) $\Rightarrow$ эти треугольн. равны.

$\Rightarrow BD = AC$, к тому же напротив равных сторон в равных $\triangle$ будут равные углы $\Rightarrow \angle ABD = \beta$; $\angle ADB = \alpha$.

5) $\triangle BCD = \triangle ABC$ по трём сторонам

$\Rightarrow$ все грани равны $\Rightarrow S_{ABC} = \frac{S}{4}$. Ответ $S/4$.

Задание 1.

чистовик 4.

$$f(n)=4n^3-6n^2+4n+7.$$

$f(1)+\dots+f(12)=?$ обозначим за X.

$$\left.\begin{aligned} n_1&=1\\ n_2&=2\\ &\dots\\ n_{12}&=12.\end{aligned}\right\}\ \text{прогрессия с } d=1.$$

$$X=(4n_1^3-6n_1^2+4n_1+7)+(4n_2^3-6n_2^2+4n_2+7)+\dots$$

$$\dots+(4n_{12}^3-6n_{12}^2+4n_{12}+7)=$$

$$=7\cdot 12+4(n_1^3+n_2^3+\dots+n_{12}^3)-6(n_1^2+\dots+n_{12}^2)$$

$$+4(n_1+n_2+\dots+n_{12})=$$

$$1^3+\dots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4},$$

кол-во n

$$1^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1+\dots+n=\frac{(n+1)\cdot n}{2}$$

Задание 1. чистовик 4.

$$f(n) = 4n^3 - 6n^2 + 4n + 7.$$

$f(1) + \ldots + f(12) = ?$ обозначим за X.

$$\left.\begin{array}{l} n_1 = 1 \\ n_2 = 2 \\ \ldots \\ n_{12} = 12. \end{array}\right\} \text{ прогрессия с } d = 1.$$

$$X = (4n_1^3 - 6n_1^2 + 4n_1 + 7) + (4n_2^3 - 6n_2^2 + 4n_2 + 7) + \ldots$$

$$\ldots + (4n_{12}^3 - 6n_{12}^2 + 4n_{12} + 7) =$$

$$= 7 \cdot 12 + 4(n_1^3 + n_2^3 + \ldots + n_{12}^3) - 6(n_1^2 + \ldots + n_{12}^2)$$

$$+ 4(n_1 + n_2 + \ldots + n_{12}) =$$

$$1^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4},$$

кол-во n

$$1^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1 + \ldots + n = \frac{(n+1) \cdot n}{2}$$

чистовик 5.

$$\ominus\ 84+\cancel{4}\cdot\frac{12^2(12+1)^2}{\cancel{4}}-6\,\frac{12(12+1)(2\cdot12+1)}{6}+4\,\frac{(12+1)12}{2}$$

$$=84+144\cdot169-12\cdot13\cdot25+2\cdot12\cdot13.$$

$$=84+24336-3900+312=$$

$$=20832$$ Ответ 20832.

Задание №3

$x^2+bx+a=0$ $\quad x_1+x_2=-b \quad x_1\cdot x_2=a$

$x^2+cx+a=1.$ $\quad x_3+x_4=-c \quad x_3\cdot x_4=a-1.$

$x_1<-1 \quad x_2<-1 \quad x_3<-1 \quad x_4<-1.$

$x_1\cdot x_2>1 \Rightarrow a>1$

$x_3\cdot x_4>1 \Rightarrow a-1>1 \Rightarrow \underline{a>2.}$

$D_1=b^2-4a \Rightarrow x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4a}}{2}<-1$

$\Rightarrow$ больший $<-1 \Rightarrow \sqrt{b^2-4a}<b-2.$

$\Rightarrow \underline{b>2}\ ;\ \cancel{b^2}-4a<\cancel{b^2}-4b+4 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{a+1>b}$

$D_2=c^2-4(a-1) \Rightarrow x_{3,4}=\dfrac{-c\pm\sqrt{c^2-4(a-1)}}{2}<-1.$

чистовик 5.

$$\ominus\ 84 + \cancel{4} \cdot \frac{12^2(12+1)^2}{\cancel{4}} - 6\,\frac{12(12+1)(2\cdot 12+1)}{6} + 4\,\frac{(12+1)\,12}{2}$$

$$= 84 + 144 \cdot 169 - 12 \cdot 13 \cdot 25 + 2 \cdot 12 \cdot 13.$$

$$= 84 + 24\,336 - 3900 + 312 =$$

$$= 20832$$ Ответ 20832.

Задание №3

$x^2 + bx + a = 0 \qquad x_1 + x_2 = -b \qquad x_1 \cdot x_2 = a$

$x^2 + cx + a = 1. \qquad x_3 + x_4 = -c \qquad x_3 \cdot x_4 = a-1.$

$x_1 < -1 \quad x_2 < -1 \quad x_3 < -1 \quad x_4 < -1.$

$x_1 \cdot x_2 > 1 \Rightarrow a > 1$

$x_3 \cdot x_4 > 1 \Rightarrow a - 1 > 1 \Rightarrow \underline{a > 2.}$

$D_1 = b^2 - 4a \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4a}}{2} < -1$

$\Rightarrow$ больший $< -1 \Rightarrow \sqrt{b^2-4a} < b-2.$

$\Rightarrow \underline{b > 2}\ ;\ \cancel{b^2} - 4a < \cancel{b^2} - 4b + 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{a + 1 > b}$

$D_2 = c^2 - 4(a-1) \Rightarrow x_{3,4} = \dfrac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4(a-1)}}{2} < -1.$

Чистовик 6.

больший < -1.

$\sqrt{c^2-4(a-1)} < c-2 \Rightarrow$

$\Rightarrow c>2$; $\cancel{c^2}-4a+\cancel{4} < \cancel{c^2}-4c+\cancel{4}$

$\underline{a>c}$

D_1, D_2 – целые и квадраты чисел. ⇐ т.к. корни целые и $D_1>0$ $D_2>0$ т.к. корни различны.

$b=3 \Rightarrow b^2-4a=k^2$

$9-4a=k^2$; $4a$ – чётное $\Rightarrow$ k – нечётное.

$k^2 =$ 1.

$\Rightarrow k=1 \Rightarrow 4a=8 \Rightarrow a=2 < b=3$ не подходит.

$b=4 \Rightarrow 16-4a=k^2 \Rightarrow 4a$ - чётное $\Rightarrow$
$\Rightarrow k$ - чётное.

$k^2=4 \Rightarrow 4a=12 \Rightarrow a=3 < b=4$
не подходит

$b=5 \Rightarrow 25-4a=k^2 \Rightarrow k$ - нечётное

$\Rightarrow k^2=9$ или $1 \Rightarrow k=3 \Rightarrow 4a=16 \Rightarrow a=4$
$k=1 \Rightarrow 4a=24 \Rightarrow a=6$

т.к. $b<a+1 \Rightarrow a\neq 4$.

при $a=6$ $D_2=c^2-4\cdot(6-1)=c^2-20>0$

$\Rightarrow c\geq 5$, но $c<a \Rightarrow c<6 \Rightarrow c=5$.

но $25-20=5 \Rightarrow D_2$ - не квадрат.

Чистовик 6.

больший < -1.

$\sqrt{c^2-4(a-1)} < c-2 \Rightarrow$

$\Rightarrow c > 2$; $\cancel{c^2} - 4a + \cancel{4} < \cancel{c^2} - 4c + \cancel{4}$

$\underline{\underline{a > c}}$

D_1, D_2 – целые и квадраты чисел. т.к. корни целые и $D_1 > 0$ $D_2 > 0$ т.к. корни различны.

$b = 3 \Rightarrow b^2 - 4a = k^2$

$9 - 4a = k^2$; $4a$ – чётное $\Rightarrow$ k – нечётное.

$k^2 =$ 1.

$\Rightarrow k = 1 \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2 < b = 3$ не подходит.

$b = 4 \Rightarrow 16 - 4a = k^2 \Rightarrow 4a$ - чётное $\Rightarrow$ $\Rightarrow k$ - чётное.

$k^2 = 4 \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow a = 3 < b = 4$ не подходит

$b = 5 \Rightarrow 25 - 4a = k^2 \Rightarrow k$ - нечётное

$\Rightarrow k^2 = 9$ или $1 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow 4a = 16 \Rightarrow a = 4$

$k = 1 \Rightarrow 4a = 24 \Rightarrow a = 6$

т.к. $b < a + 1 \Rightarrow a \neq 4$.

При $a = 6$ $D_2 = c^2 - 4\cdot(6-1) = c^2 - 20 > 0$

$\Rightarrow c \geq 5$, но $c < a \Rightarrow c < 6 \Rightarrow c = 5$.

но $25 - 20 = 5 \Rightarrow D_2$ - не квадрат.

[чистовик]

$b=6$ $\quad D_1 = 36-4a = k^2$, $\Rightarrow k$ – чётное

$\Rightarrow k^2 = 16; 4 \quad \Rightarrow \quad k=4 \Rightarrow 4a=20 \Rightarrow a=5$

$k=2 \Rightarrow 4a=32 \Rightarrow a=8$

$b < a+1 \Rightarrow a \neq 5$. При $a=8$ найдём

c: $D_2 = c^2 - 4(8-1) = c^2 - 28 > 0 \Rightarrow c^2 > 28$

$\Rightarrow c \geq 6$, но $c < a \Rightarrow c \leq 7$.

$c=6 \quad D_2 = 36-28 = 8$ - не квадрат

$c=7 \quad D_2 = 49-28 = 21$ – не квадрат.

$b=7$ $\quad D_1 = 49-4a = k^2$; $\Rightarrow k$ – нечётное.

$k^2 = 25; 9; 1 \quad \Rightarrow \quad k=5 \Rightarrow a=6$

$k=3 \Rightarrow a=10$

$k=1 \Rightarrow a=12$.

$b < a+1 \Rightarrow a \neq 6$.

При $a=10$ $\quad D_2 = c^2 - 4\cdot 9 = c^2 - 36 > 0$

$\Rightarrow c \geq 7$, но $a > c \Rightarrow c \leq 9$

$D_2 = 49-36 = 13$ - не квадрат $\quad c=7$

$64-36 = 28$ - не квадрат $\quad c=8$

$81-36 = 45$ – не квадрат. $\quad c=9$

При $a=12$ $\quad D_2 = c^2 - 4.11 = c^2 - 44 > 0$

$\Rightarrow c \geq 7$, но $c < a \Rightarrow c \leq 11$.

$D_2 = 49-44$ – не квадрат; $c=7$

$64-44 = 20$ – не квадрат $c=8$

[чистовик]

$b=6$ $\quad D_1 = 36-4a = k^2$, $\Rightarrow k$ - чётное

$\Rightarrow k^2 = 16; 4 \quad \Rightarrow k=4 \Rightarrow 4a=20 \Rightarrow a=5$

$k=2 \Rightarrow 4a=32 \Rightarrow a=8$

$b < a+1 \Rightarrow a \neq 5$. При $a=8$ найдём

c: $D_2 = c^2 - 4(8-1) = c^2 - 28 > 0 \Rightarrow c^2 > 28$

$\Rightarrow c \geq 6$, но $c < a \Rightarrow c \leq 7$.

$c=6 \quad D_2 = 36-28 = 8$ - не квадрат

$c=7 \quad D_2 = 49-28 = 21$ - не квадрат.

$b=7$ $\quad D_1 = 49-4a = k^2$; $\Rightarrow k$ - нечётное.

$k^2 = 25; 9; 1 \quad \Rightarrow k=5 \Rightarrow a=6$

$k=3 \Rightarrow a=10$

$k=1 \Rightarrow a=12$.

$b < a+1 \Rightarrow a \neq 6$.

При $a=10 \quad D_2 = c^2 - 4\cdot 9 = c^2 - 36 > 0$

$\Rightarrow c \geq 7$, но $a > c \Rightarrow c \leq 9$

$D_2 = 49-36 = 13$ - не квадрат $\quad c=7$

$64-36 = 28$ - не квадрат $\quad c=8$

$81-36 = 45$ - не квадрат. $\quad c=9$

При $a=12 \quad D_2 = c^2 - 4.11 = c^2 - 44 > 0$

$\Rightarrow c \geq 7$, но $c < a \Rightarrow c \leq 11$.

$D_2 = 49-44$ - не квадрат; $c=7$

$64-44 = 20$ - не квадрат $c=8$

$D_2 = 81 - 44 = 37$ - не квадрат (c = 9) | Чистовик 8

$100 - 44 = 56$ - не квадрат (c=10)

~~...~~ $121 - 44 = 77$ - не квадрат (c=11)

$\Rightarrow b \neq 7$.

Теперь $b = 8 \Rightarrow D_1 = 64 - 4a = k^2$

k - чётное и $\Rightarrow k^2 = 36; 16; 4$.

$k = 6 \Rightarrow a = 7$ - не подходит $b < a + 1$

$k = 4 \Rightarrow \underline{a = 12} \Rightarrow D_2 = c^2 - 4 \cdot 11 = \underline{c^2 - 44}$

$k = 2 \Rightarrow a = 15$

И такое уже считали $\Rightarrow$ рассмотрим при $\underline{a = 15}$: $D_2 = c^2 - 56$

и $\Rightarrow c = 9$ - подойдёт.

$\Rightarrow x^2 + 8x + 15 = 0 \Rightarrow x_1 = -5 \quad x_2 = -3$

$x^2 + 9x + 14 = 0 \Rightarrow x_3 = -7 \quad x_4 = -2$.

Ответ: $a = 15$

$D_2 = 81 - 44 = 37$ - не квадрат (c = 9) **Чистовик 8**

$100 - 44 = 56$ - не квадрат (c=10)

~~...~~ $121 - 44 = 77$ - не квадрат (c=11)

$\Rightarrow b \neq 7$.

Теперь $b = 8 \Rightarrow D_1 = 64 - 4a = k^2$

k - чётное и $\Rightarrow k^2 = 36; 16; 4$.

$k = 6 \Rightarrow a = 7$ - не подходит $b < a+1$

$k = 4 \Rightarrow \underline{a = 12} \Rightarrow D_2 = c^2 - 4 \cdot 11 = \underline{c^2 - 44}$

$k = 2 \Rightarrow a = 15$

И такое уже считали $\Rightarrow$ расмотрим при $\underline{a = 15}$: $D_2 = c^2 - 56$

и $\Rightarrow c = 9$ - подойдёт.

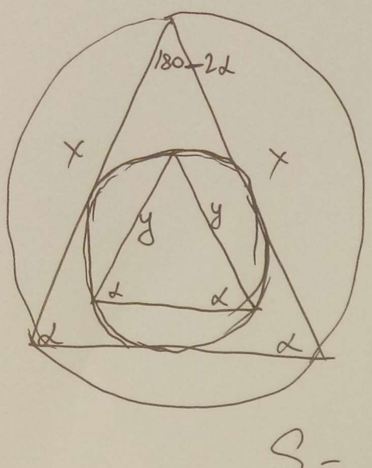
$\Rightarrow x^2 + 8x + 15 = 0 \Rightarrow x_1 = -5 \quad x_2 = -3$

$x^2 + 9x + 14 = 0 \Rightarrow x_3 = -7 \quad x_4 = -2$.

Ответ: $a = 15$

Задание 5.

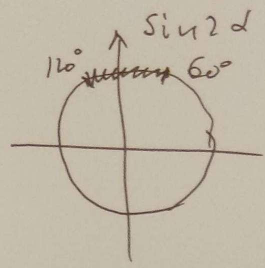
$\boxed{\text{Чистовик 9}}$



$30^\circ \le \alpha \le 60^\circ$

$60 \le 2\alpha \le 120^\circ$

$\frac{\sqrt{3}}{2} \le \sin 2\alpha \le 1$



Площадь не меняется; S=1.

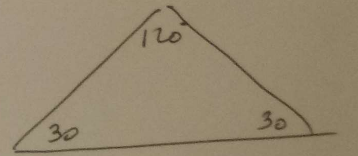
~~[illegible]~~ Пусть боковые = x.

$$S_1 = \frac{1}{2}\sin(180-2\alpha)\cdot x^2 = 1$$

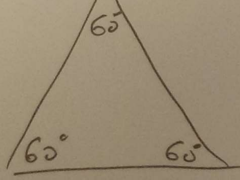
$$x^2 \cdot \sin 2\alpha = 2.$$

Основание равно $2x\cdot\cos\alpha$; высота $h = x\cdot\sin\alpha$

Форма Δ меняется от



до



1) при $\alpha = 60^\circ$ => $r = \frac{\sqrt{3}}{6}x$ — впис. для Δ_1 и описан для Δ_2 ; т.е. соотношение их радиусов описаных равно 1/2 => отношение площадей 1/4.

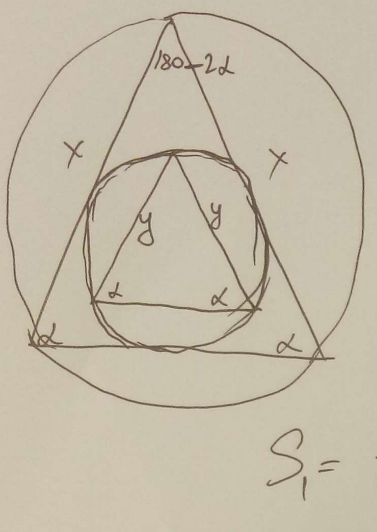
=> $S_2 = \frac{1}{4} = 0,25.$

2) при $\underline{\alpha = 45}$ Δ_1 — прямоугольн $180-2\alpha = 90^\circ$

$x^2 = \frac{2}{\sin 90}$ => $x = \sqrt{2}$, основание = 2.

Задание 5.

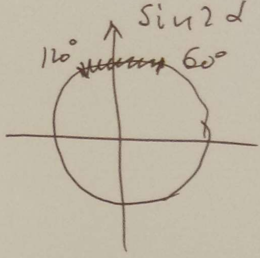
[чистовик 9]



$30^\circ \le \alpha \le 60^\circ$

$60 \le 2\alpha \le 120^\circ$

$\frac{\sqrt3}{2} \le \sin 2\alpha \le 1$



Площадь не меняется; $S=1$.

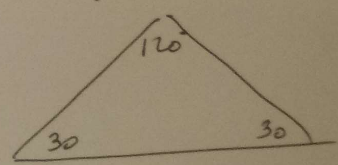
Пусть боковые $= x$.

$$S_1 = \frac12 \sin(180-2\alpha)\cdot x^2 = 1$$

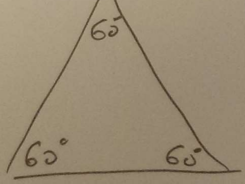
$$x^2 \cdot \sin 2\alpha = 2.$$

Основание равно $2x\cdot\cos\alpha$; высота $h = x\cdot\sin\alpha$

Форма Δ меняется от



до



1) при $\alpha = 60^\circ \Rightarrow r = \frac{\sqrt3}{6}x$ — впис. для Δ_1 и описан для Δ_2 ; т.е. V их соотношение радиусов описанных равно $1/2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ отношение площадей $1/4$.

$\Rightarrow S_2 = \frac{1}{4} = 0{,}25.$

2) при $\alpha = 45$ Δ_1 — прямоугольн $180-2\alpha = 90^\circ$

$x^2 = \frac{2}{\sin 90} \Rightarrow x = \sqrt2$, основание $= 2$.

$\Rightarrow S_1 = \frac{1}{2} r \cdot P_1 = 1$ | Чистовик 10 !

$$r = \frac{2}{(2+2\sqrt{2})} = \frac{1}{(1+\sqrt{2})}$$

Т.к. $\Delta_2 \sim \Delta_1 \Rightarrow r$ - радиус опис. окр для Δ_2, а т.к. он прямоуг $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ это радиус опис. окр. $= \frac{1}{2}$ его гипотенузы $\Rightarrow$ ~~$S_2 = \frac{1}{2}$~~ основание Δ_2 равно $\frac{2}{(1+\sqrt{2})}$ $\Rightarrow$ высота к гипотузе - это и медиана за счёт р/б и равна $\frac{1}{2}$ гипот. $\Rightarrow$

$$\Rightarrow S_2 = \frac{1}{\cancel{2}} \frac{\cancel{2}}{(1+\sqrt{2})} \cdot \frac{1}{(1+\sqrt{2})} = \frac{1}{(1+\sqrt{2})^2} \approx 0{,}17.$$

3) $\alpha = 30° \Rightarrow 180 - 2\alpha = 120°. \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}.$$

$$S_{\Delta_1} = \frac{1}{2} P_1 r \Rightarrow r = \frac{\sqrt[4]{3}}{2+\sqrt{3}}.$$

по т. sin: $\frac{y}{\sin 30} = 2R_{\Delta_2} \Rightarrow R_{\Delta_2} = \frac{\sqrt[4]{3}}{2+\sqrt{3}} = r_{\Delta_1}$.
в Δ_2.
~~[illegible]~~ $y = R_{\Delta_2}$.

$$S_{\Delta_2} = \frac{1}{2} \sin 120° \cdot R_{\Delta_2} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(\sqrt[4]{3})^2}{(2+\sqrt{3})^2} = \frac{3}{4 \cdot (2+\sqrt{3})^2}$$

$$\frac{3}{4 \cdot (2+\sqrt{3})^2} \approx 0{,}054.$$

$\Rightarrow S_1 = \frac{1}{2} r \cdot P_1 = 1$

Чистовик 10!

$$r = \frac{2}{(2+2\sqrt{2})} = \frac{1}{(1+\sqrt{2})}$$

Т.к. $\Delta_2 \sim \Delta_1 \Rightarrow$ r - радиус опис. окр для Δ_2, а т.к. он прямоуг $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ это радиус опис. окр. $= \frac{1}{2}$ его гипотенузы $\Rightarrow$ ~~$S_2 = \frac{1}{2}$~~ основание Δ_2 равно $\frac{2}{(1+\sqrt{2})}$ $\Rightarrow$ высота к гипотенузе и равна $\frac{1}{2}$ гипот. - это и медиана за счёт р/б $\Rightarrow$

$$\Rightarrow S_2 = \frac{1}{\cancel{2}} \frac{\cancel{2}}{(1+\sqrt{2})} \cdot \frac{1}{(1+\sqrt{2})} = \frac{1}{(1+\sqrt{2})^2} \approx 0{,}17.$$

3) $\alpha = 30^\circ \Rightarrow 180 - 2\alpha = 120^\circ. \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}.$$

$$S_{\Delta_1} = \frac{1}{2} P_1 r \Rightarrow r = \frac{\sqrt[4]{3}}{2+\sqrt{3}}.$$

по т. sin: $\frac{y}{\sin 30} = 2 R_{\Delta_2} \Rightarrow R_{\Delta_2} = \frac{\sqrt[4]{3}}{2+\sqrt{3}} = r_{\Delta_1}$.

в Δ_2. $y = R_{\Delta_2}$.

~~[illegible]~~

$$S_{\Delta_2} = \frac{1}{2} \sin 120^\circ \cdot R_{\Delta_2} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(\sqrt[4]{3})^2}{(2+\sqrt{3})^2} = \frac{3}{4 \cdot (2+\sqrt{3})^2}$$

$$\frac{3}{4 \cdot (2+\sqrt{3})^2} \approx 0{,}054.$$

(Чистовик 11)

Заметим, что уменьшая α Δ_1 вырождается в тупоугольный ~~Δ~~ с уменьшающей площадью $\to 0$ $\Rightarrow$ при $\alpha \in [30^\circ; 60^\circ]$ площадь меньшего варьируется

$S_2 \in \left[\frac{3}{4(2+\sqrt{3})^2}; \frac{1}{4}\right]$.

Ответ: $S_2 \in \left[\frac{3}{4(2+\sqrt{3})^2}; \frac{1}{4}\right]$

(чистовик 11)

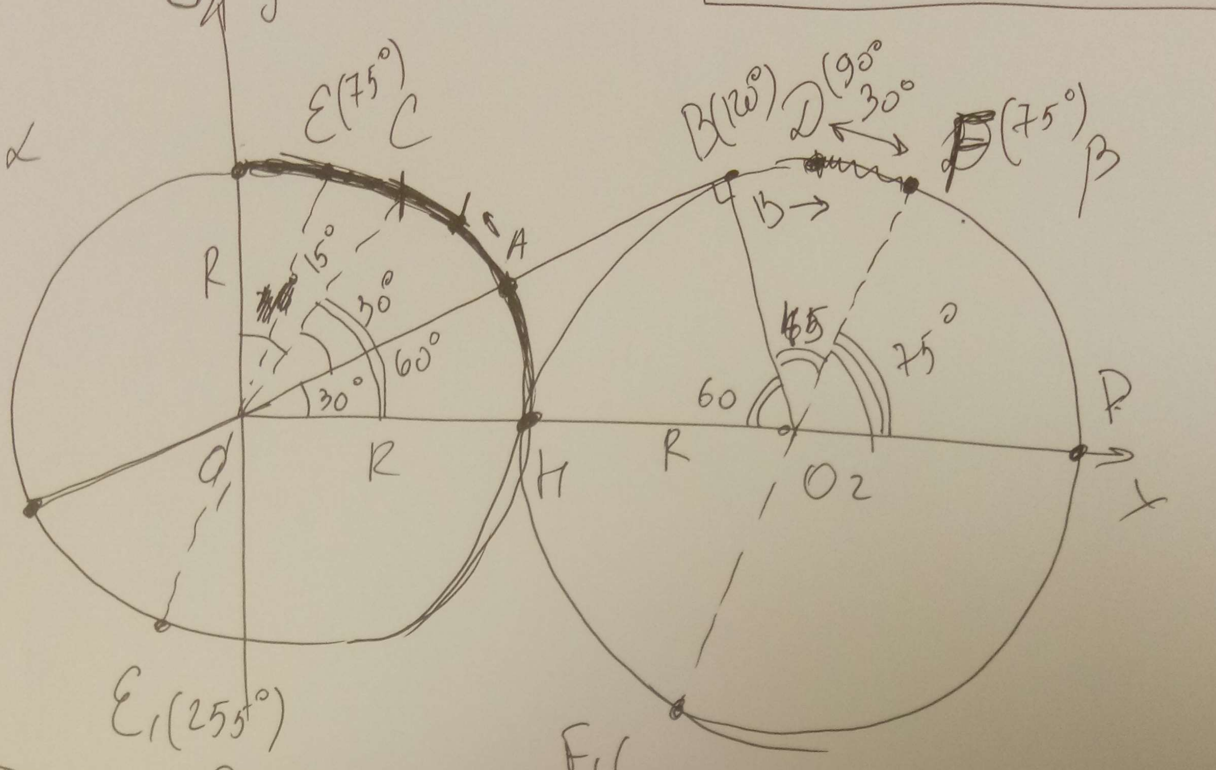
Заметим, что уменьшая α Δ_1 вырождается в тупоугольный с уменьшающей площадью $\to 0$ $\Rightarrow$ при $\alpha \in [30°; 60°]$

площадь меньшего варьируется

$S_2 \in \left[\frac{3}{4(2+\sqrt{3})^2}; \frac{1}{4}\right]$.

Ответ: $S_2 \in \left[\frac{3}{4(2+\sqrt{3})^2}; \frac{1}{4}\right]$

Зад. №4 | Гисковии. 12 |

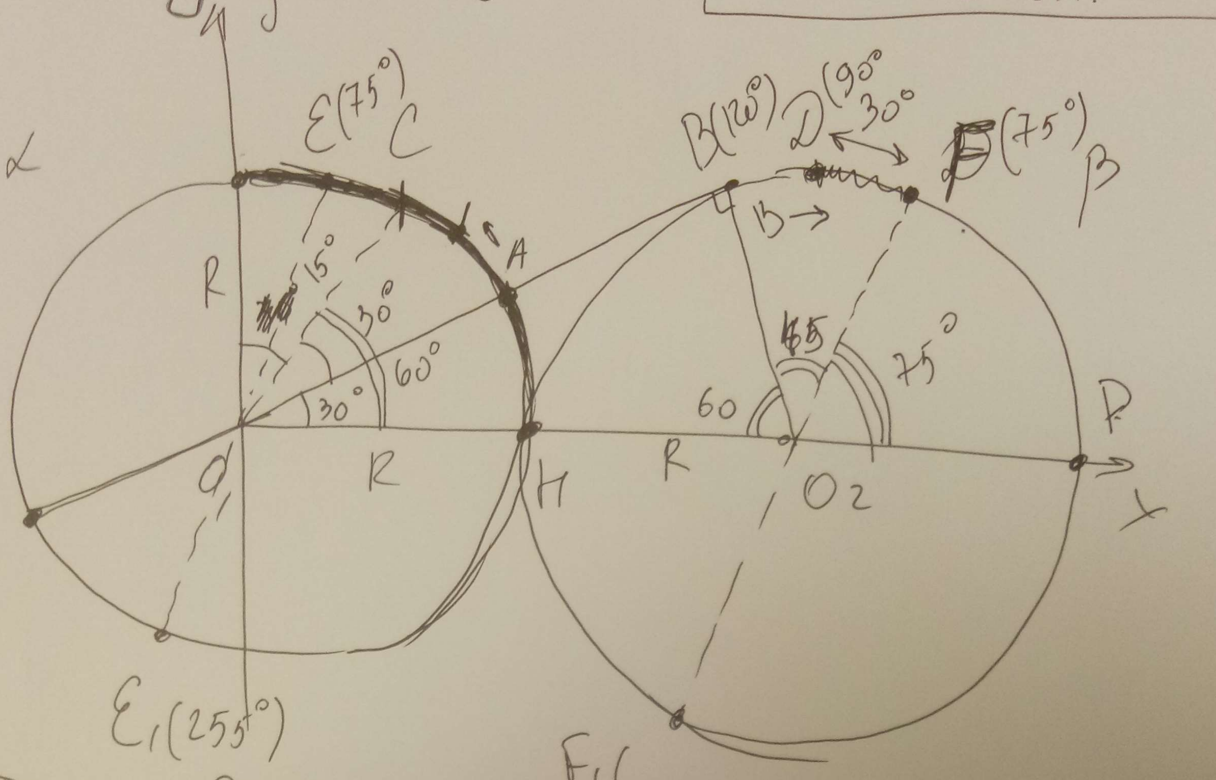


Пусть $O_1 O_2$ – центры кольцевых α и β соответств.; ~~...~~ P – диаметрально против. H. H – (.) касания. Чтобы A и B удалялись друг от друга, необход. чтобы они были по одну сторону от линии центров.

Очевидно, $BO_2 = O_2K = O_1H = R$.

Рассм. ΔO_1O_2B, т.к. O_1B – касат., то $O_2B \perp O_1B$. Гипотенуза O_1O_2, причём $O_1O_2 = 2R$, O_2B – катет $O_2B = R \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BO_1O_2 = 30^\circ$ и $\angle BO_2O = 60^\circ$.

Зад. № 4 | Чистовик. 12 |



Пусть O_1, O_2 – центры кольцевых α и β соответств.; ~~[illegible]~~ P – диаметрально противоп. H.

H – (.) касания. Чтобы A и B удалялись друг от друга, необход., чтобы они были по одну сторону от линии центров.

Очевидно, $BO_2 = O_2H = O_1H = R$.

Рассм. ΔO_1O_2B, т.к. O_1B – касат., то $O_2B \perp O_1B$. Гипотенуза O_1O_2, причём $O_1O_2 = 2R$, O_2B – катет $O_2B = R$ =>

=> $\angle BO_1O_2 = 30°$ и $\angle BO_2O = 60°$.

чистовик 13

Коорд. A изменяется как

$(R\cdot\cos(30^\circ+\omega); R\cdot\sin(30^\circ+\omega))$, ω – угловая скорость.

Коорд B изменяется как

$(2R+R\cos(60+\omega); R\sin(60+\omega))$

Тогда расстояние м/ду ними.

$$R\cdot\sqrt{4+4\cos(60+\omega)+\cos^2(60+\omega)-\cos^2(30+\omega)+\sin^2(60+\omega)-\sin^2(30+\omega)}$$

$$=R\cdot\sqrt{4+4\cos(60+\omega)}.$$

Но нетрудно видеть, если $V_1=V_2$

$\Rightarrow$ смещая ~~A~~ A на 30° против часовой он попадёт в C, $\cup HC=60^\circ$,

$\Rightarrow$ B по часовой попадёт в $(\cdot)$ D: $\cup PD=90^\circ$.

Сместим ещё на 15° $\Rightarrow$ A в $(\cdot)$ $\mathcal{E}$: $\breve{H}\mathcal{E}=75^\circ$.

B в $(\cdot)$ F : $\breve{P}F=75^\circ$, то есть $O_1C\parallel O_2F$.

$\Rightarrow$ $O_1\mathcal{E}FO_2$ – параллелограм, причём $\mathcal{E}F=O_1O_2=2R$. Двигая точки

| чистовик 13 |

Коорд. A изменяется как

$(R\cdot\cos(30^\circ+\omega); R\cdot\sin(30^\circ+\omega))$, ω – угловая скорость.

Коорд B изменяется как

$(2R+R\cos(60+\omega); R\sin(60+\omega))$

Тогда расстояние м/ду ними.

$$R\cdot\sqrt{4+4\cos(60+\omega)+\cos^2(60+\omega)-\cos^2(30+\omega)+\sin^2(60+\omega)-\sin^2(30+\omega)}$$

$$=R\cdot\sqrt{4+4\cos(60+\omega)}.$$

Но нетрудно видеть, если $V_1=V_2$ $\Rightarrow$ смещая A на 30° против часовой он попадёт в C, $\cup HC=60^\circ$, $\Rightarrow$ B по часовой попадёт в (·) D: $\cup PD=90^\circ$.

Сместим ещё на 15° $\Rightarrow$ A в (·) E: $\breve{H}E=75^\circ$.

B в (·) F: $\breve{P}F=75^\circ$, то есть $O_1C \parallel O_2F$.

$\Rightarrow$ O_1EFO_2 – параллелограм, причём $EF=O_1O_2=2R$. Двигая точки

|чистовик 14|

далее A против часовой, B по часовой, мы получим расстояние больше 2R.

$V_1 = V_2 = \frac{2\pi R}{2ч} = \pi R$ в час.

мы прошли 45° – это $\frac{1}{8}$ круга

$\Rightarrow \frac{2ч}{8} = 15$ минут.

Диаметрально противоположные точки E_1 и F_1 на α и β.

Дадут положение в 225° относительно H и P соответственно.

после этого момента расстояние между ними снова $\leq 2R$.

И так будет до начального положения, т.е. по времени ещё $\frac{3}{8}$ окружности $= 45$ минут.

Всего они были не дальше 2R по времени 1 час.

Ответ: 1 час.

|чистовик 14|

далее A против часовой, B по часовой, мы получим расстояние больше 2R.

$$V_1 = V_2 = \frac{2\pi R}{2ч} = \pi R \text{ в час.}$$

мы прошли $45°$ – это $\frac{1}{8}$ круга

$\Rightarrow \frac{2ч}{8} = 15$ минут.

Диаметрально противоположные точки E_1 и F_1 на α и β.

Дадут положение в $225°$ относительно H и P соответственно.

после этого момента расстояние между ними снова $\le 2R$.

И так будет до начального положения, т.е. по времени ещё $\frac{3}{8}$ окружности $= 45$ минут.

Всего они были не дальше 2R по времени 1 час.

Ответ: 1 час.

Чистовик 15

Задание 7.

$$(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^{2021!} \overset{?}{=} n\sqrt{3} + m\sqrt{5} + l\sqrt{3\cdot5\cdot7}$$

$\sqrt{3\cdot5\cdot7} = \sqrt{105}$.

$x=\sqrt{3}$; $y=\sqrt{5}$; $z=\sqrt{7}$

Р-м. $(x+y+z)^n$ для $n \bmod 2 = 1$.

а) $n=3$:

$$x^3+3x^2y+3x^2z+3xy^2+6xyz+3xz^2+$$
$$+y^3+3y^2z+3yz^2+z^3$$

$x^3 \to C_1 x$ $\qquad y^2 \to C_3$

$z^3 \to C_2 z$ $\qquad x^2 \to C_1$

$y^3 \to C_3 y$ $\qquad z^2 \to C_3$ $\quad \dots$

Тогда остаётся $n\cdot x + m\cdot y + k\cdot z + l\,xyz$,

где n, m, k, l — суммы констант.

Ф-ла в общем виде: если опустить константы:

$$\sum_{\substack{k+l+m=n \\ 0\le k\le n \\ 0\le l\le n \\ 0\le k+l\le n}} x^k y^l z^m \quad (\text{новые } k, l, m \text{ и } n)$$

$m = n-(k+l)$

Чистовик 15

Задание 7.

$$(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^{2021!} \overset{?}{=} n\sqrt{3}+m\sqrt{5}+l\sqrt{3\cdot5\cdot7}.$$

$\sqrt{3\cdot5\cdot7} = \sqrt{105}.$

$x=\sqrt{3}$; $y=\sqrt{5}$; $z=\sqrt{7}$

Р-м. $(x+y+z)^n$ для $n \bmod 2 = 1.$

а) $n=3$:

$x^3+3x^2y+3x^2z+3xy^2+6xyz+3xz^2+$
$+y^3+3y^2z+3yz^2+z^3.$

$x^3 \to c_1 x$ $\quad y^2 \to c_3$

$z^3 \to c_2 z$ $\quad x^2 \to c_1$

$y^3 \to c_3 y$ $\quad z^2 \to c_3$ ...

Тогда остаётся $n\cdot x+m\cdot y+k\cdot z+$
$+l\,xyz$,

где n, m, k, l - суммы констант.

Ф-ла в общем виде: если опустить константы:

$$\sum_{\substack{k+l+m=n \\ 0\le k\le n \\ 0\le l\le n \\ 0\le k+l\le n}} x^k y^l z^m \quad (\text{новые } k, l, m, n)$$

$, m = n-(k+l)$

Чистовик 16

n - всегда нечётн.

1) k - нечётн.

a) l - нечётн : m = неч - неч - неч = неч.

l - чётное : m = неч - неч - чёт = чётн.

для k - чётн, поменяется местами.

Аналогично для l и m.

Получим случаи:

$x^k \cdot y^l \cdot z^m$

а) k - неч; l - неч; m - нечётн =>

$\Rightarrow const \cdot x^k \cdot y^l \cdot z^m$

если степени > 2 => извлекаем из под корня и получаем $const \cdot x \cdot y \cdot z$

$\sim Const\sqrt{3 \cdot 5 \cdot 7}$

б) одно из чисел нечётное; остальные чёт.

k - неч. l - чётн. m - чётн → в константу, после извлеч.

если k > 2. - извлекаем корень => $n\sqrt{3}$, из условия

в) для l - нечёт : k - чётн, m - чётн

аналогично $Const \cdot y \sim m \cdot \sqrt{5}$. из условия

в

| чистовик 16 |

n - всегда нечётн.

1) k - нечётн.

а) l - нечётн : m = неч - неч - неч = неч.

l - чётное : m = неч - неч - чёт = чётн.

для k - чётн, поменяется местами.

Аналогично для l и m.

Получим случаи:

$x^k \cdot y^l \cdot z^m$

а) k - неч; l - неч; m - нечётн =>

=> $const \cdot x^k \cdot y^l \cdot z^m$

если степени > 2 => извлекаем из под корня и получаем $const \cdot x \cdot y \cdot z$

$\sim Const \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 7}$

б) одно из чисел нечётное; остальные неч.

k - неч. $\overline{l - \text{чётн.} \; m - \text{чётн}}$ в константу, после извлеч.

если k > 2. - извлекаем корень => n $\sqrt{3}$, из условие

в) для l - нечёт : k - чётн, m - чётн

аналогично $Const \cdot y \sim m \cdot \sqrt{5}$.
из условия

в

(чистовик / 7)

аналогично для m – нечётное
k, l – чётное.

$const \cdot 2 \sim k \cdot \sqrt{7}$ из условия k.

$\Rightarrow 2021 \mod 2 = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow (\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})^{2021} = n\sqrt{3} + m\sqrt{5} + k\sqrt{7} +$
$+ l \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 7}$

(чистовик 17)

аналогично для m - нечётное
k, l - чётное.

$const \cdot z \sim k \cdot \sqrt{7}$

из условия k.

$\Rightarrow 2021 \mod 2 = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow (\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})^{2021} = n\sqrt{3} + m\sqrt{5} + n\sqrt{7} + l \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 7}$$

Черновик 1.

$f(1) + f(2) + f(3) + \ldots + f(12)$ если $f(n) = 4n^3 - 6n^2 + 4n + 7$

$f(1) = 4 \cdot 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 + 7$

$f(2) = 4 \cdot 2^3 - 6 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 7$

$f(3) = 4 \cdot 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 + 7$

1) $4 - 6 + 4 + 7$

2) $+ \; 32 - 24 + 8 + 7$

3) $+ \; 108 - 54 + 12 + 7$

4) $+ \; 256 - 96 + 16 + 7$

5) $500 - 150 + 20 + 7$

$+7$

$+4$

$(n-1)+12$

$4 \cdot 7 \to 4 \cdot 19 \to 4 \cdot 37 \to 61 \cdot 4$

$+12 \quad +18 \quad +24$

$+30 + 36 \ldots$

$7 \cdot 12 + \int^{\frac{4+48}{2}} \cdot 12 - S$

$4 \cdot 16 \cdot 6 = 96$

$4^3 \cdot 4 = 256$

$6 \cdot 16 =$

$18 \to 30 \to 42$

$42 + 12 = 54$

$96 + 54 = 150$

$4 \cdot 125 =$

все f $+7$ вида

$108 - 32 = 76$; $76 : 4 = 19$

$256 - 108 = 148$; $148 : 4 = 37$

$500 - 256 = 244$; $244 : 4 = 61$

Черновик 1.

$f(1) + f(2) + f(3) + \ldots + f(12)$ если $f(n) = 4n^3 - 6n^2 + 4n + 7$

$f(1) = 4\cdot1^3 - 6\cdot1^2 + 4\cdot1 + 7$

$f(2) = 4\cdot2^3 - 6\cdot2^2 + 4\cdot2 + 7$

$f(3) = 4\cdot3^3 - 6\cdot3^2 + 4\cdot3 + 7$

1) $4 - 6 + 4 + 7$

2) $+\ 32 - 24 + 8 + 7$

3) $+\ 108 - 54 + 12 + 7$

4) $+\ 256 - 96 + 16 + 7$

5) $500 - 150 + 20 + 7$

$7\cdot12 + S\frac{4+48}{2}\cdot12 - S$

$+4$

$(n-1)+12$

$4\cdot7 \to 4\cdot19 \to 4\cdot37 \to 61\cdot4$

$+12 \quad +18 \quad +24$

$+30 + 36 \ldots$

$6\cdot16 =$

$18 \to 30 \to 42$

$42 + 12 = 54$

$96 + 54 = 150$

$4\cdot125 =$

$4^3\cdot4 = 256$

как f $+7$ вычр

$108 - 32 = 76$, $76 : 4 = 19$

$256 - 108 = 148$, $148 : 4 = 37$

$500 - 256 = 244$, $244 : 4 = 61$

Черновик 2.

4	6	4	7
32	24	8	7
108	54	12	7
256	96	16	7
500	150	20	7
⋮	⋮	⋮	⋮
1	1	1	1

$7\cdot 12$

$4+8+12+\dots$ → $S\ \frac{4+46}{2}\cdot 12$

$6+24+54+\dots$ −

$\frac{\times\ 52\ 6}{312}$

$7\cdot 12 = 84;\quad S\ \frac{4+48}{2}\cdot 12 = 52\cdot 6 = 312$

$84+312-$

$$\begin{cases}\sqrt{x^2-y}+|y-9|=4\\ \sqrt{x^2-y-16}+|x-3|=2 \quad |\cdot 2\end{cases}\qquad \begin{cases}\sqrt{x^2-y}+|y-9|=4\\ 2\sqrt{x^2-y-16}+2|x-3|=4\end{cases}$$

$$\sqrt{x^2-y}+|y-9| = 2\sqrt{x^2-y-16}+2|x-3|$$

$(x^2-y)=t \qquad \begin{cases}\sqrt{t}+|y-9|=4\\ 2\sqrt{t-16}+2|x-3|=4\end{cases}$

$$\begin{cases}\sqrt{x^2-y}+|y-9|=4\\ \sqrt{x^2-y-16}+|x-3|=2\end{cases}\qquad \sqrt{x^2-y}+|y-9| = 2\sqrt{x^2-y-16}+2|x-3|$$

Метод интервалов

$(x-3-2)(x-3+2)\le 0 \qquad |y-9|-4\le 0 \qquad (y-9-2)(y-9+2)\le 0$

$(x-5)(x-1)\le 0 \qquad (y-11)(y-7)\le 0$

$1 \quad 5 \qquad\qquad + \ - \ + \quad 7 \quad 11$

Черновик 2.

4	6	4	7
32	24	8	7
108	54	12	7
256	96	16	7
500	150	20	7
⋮	⋮	⋮	⋮
1	1	1	1

$7 \cdot 12$

$4 + 8 + 12 + \dots$

$S\frac{4+46}{2} \cdot 12$

$6 + 24 + 54 + \dots$

$52 \cdot 6 = 312$

$7 \cdot 12 = 84$; $S\frac{4+48}{2} \cdot 12 = 52 \cdot 6 = 312$

$84 + 312 -$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-y} + |y-9| = 4 \\ \sqrt{x^2-y-16} + |x-3| = 2 \;|\cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-y} + |y-9| = 4 \\ 4\sqrt{x^2-y-16} + 2|x-3| = 4 \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2-y} + |y-9| = 2\sqrt{x^2-y-16} + 2|x-3|$$

$(x^2-y) = t$

$$\begin{cases} \sqrt{t} + |y-9| = 4 \\ 2\sqrt{t-16} + 2|x-3| = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-y} + |y-9| = 4 \\ \sqrt{x^2-y-16} + |x-3| = 2 \end{cases}$$

$\sqrt{x^2-y} + |y-9| = 2\sqrt{x^2-y-16} + 2|x-3|$

Шулие функцшан

$(x-3-2)(x-3+2) \le 0$ $\quad |y-9|-4 \le 0$ $\quad (y-9-2)(y-9+2) \le 0$

$(x-5)(x-1) \le 0$ $\quad (y-11)(y-7) \le 0$

1 5

7 11

4 4

Черновик 2.

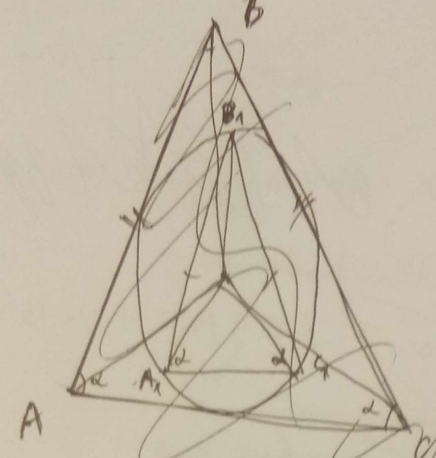
Черновик 3.

~~$S_{треуг}$ = max~~

$S_{\triangle A_1B_1C_1}$ – max

S(α) – ? max и min – ?

$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$



$30° \le \alpha \le 60°$

min из рассм. 2 случая

$\alpha = 30$ и $\alpha = 60$

при $\alpha = 60° \to \triangle ABC$ р/с.

$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC \Rightarrow$ т.к. $\angle B_1A_1C_1 = \angle BAC$

$\angle BCA = \angle B_1C_1A_1$

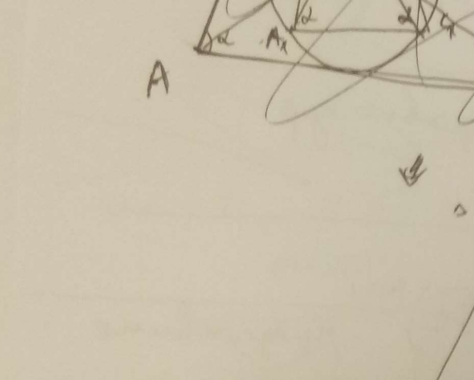
$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$

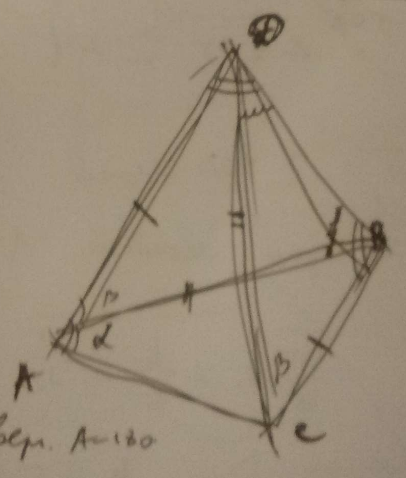
3 случая

$\alpha = 30°$ н/б

$\alpha = 45° \to$ прям.

$\alpha = 60°$ — р/сторонний





S(ABC) – ?

$S_{бок} = S$

AB = CD

AD = BC

Σ∠ при верш. A = 180

⇒ ∠DAC + ∠DAB + ∠BAC = 180°

~~Рассм~~ $S_{бок} = S_{ADC} + S_{ADB} + S_{DBC}$

$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot AC \cdot AD$; $S_{\triangle ADB} = \frac{1}{2}\sin\beta \cdot AD \cdot AB$

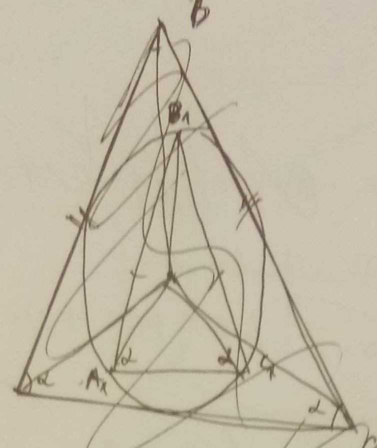
~~$S_{\triangle DBC}$ =~~

$\triangle DBC = \triangle ADB$; AB = CD; AD = BC

DB – общ.

Черновик 2.

Черновик 3.



$S_{треуг} = \max$

$S_{\Delta A_1B_1C_1}$ – max

$S(\alpha)$ – ? max и min – ?

$\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta ABC$

$30° \le \alpha \le 60°$

min и max рассм. 2 случая

$\alpha = 30$ и $\alpha = 60$

при $\alpha = 60° \to \Delta ABC$ р/с.

$\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta ABC \Rightarrow \angle A_1A_1C_1 = \angle BAC$

$\angle BCA = \angle B_1C_1A_1$

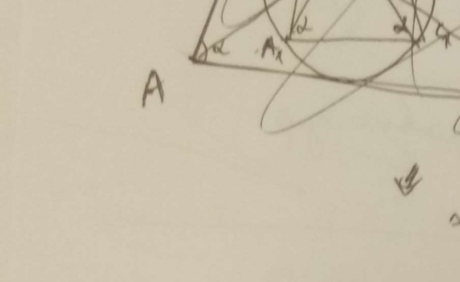
$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{AC_1}$

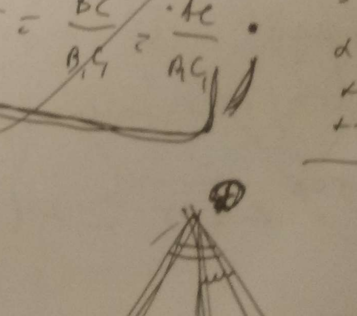
3 случая

$\alpha = 30°$ ...

$\alpha = 45° \to$ прям.

$\alpha = 60°$ — р/с





$S(ABC)$ – ?

$S_{пов} = S$

$AB = CD$

$AD = BC$

$\Sigma\angle$ при верш. $A = 180$

$\Rightarrow \angle DAC + \angle DAD + \angle BAC = 180°$

Рассм. $S_{пов} = S_{ADC} + S_{ABD} + S_{DBC}$

$S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot AC \cdot AD$; $S_{\Delta ADB} = \frac{1}{2}\sin\beta \cdot AD \cdot AB$

~~$S_{\Delta DBC} =$~~

$\Delta DBC = \Delta ADB$; $AB = CD$; $AD = BC$

AB – общ.