МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Минибаев Эдгар Дамирович**

Класс: **11**

Технический балл: **65**

Дата проведения: **20 марта 2021 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6	7
Оценка	15	15	15	0	0	15	5

Вариант 210104.

Задача 1.

$f(1)+f(2)+\ldots+f(11)=(4\cdot1^3+6\cdot1^2+4\cdot1+9)+(4\cdot2^3+6\cdot2^2+4\cdot2+9)+\ldots+(4\cdot11^3+6\cdot11^2+4\cdot11+9)=$

$=4(1^3+2^3+3^3+\ldots+11^3)+6(1^2+2^2+3^2+\ldots+11^2)+4(1+2+3+\ldots+11)+9\cdot11=4(1+2+3+\ldots+11)^2+$

$+6\cdot\frac{11(11+1)(2\cdot11+1)}{6}\cancel{+9\cdot11+4\left(\frac{12\cdot11}{2}\right)^2+}4(1+2+3+\ldots+11)+9\cdot11=$

$=4\cdot\left(\frac{12\cdot11}{2}\right)^2+6\cdot\frac{11\cdot12\cdot23}{6}+4\cdot\frac{12\cdot11}{2}+9\cdot11=4\cdot66^2+11\cdot12\cdot23+4\cdot6\cdot11+9\cdot11=$

$=11(66\cdot24+12\cdot23+24+9)=11(33+1584+276)=11\cdot1893=20823.$

$$\begin{array}{r} 66\\ \times\ 24\\ \hline 264\\ +132\ \ \\ \hline 1584 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1893\\ \times\ 11\\ \hline 1893\\ +1893\ \ \\ \hline 20823 \end{array}$$

Ответ: 20823

Задача 3. $\begin{cases} x^2+bx+a=0 & \text{(I)}\\ x^2+cx+a=1 & \text{(II)}\end{cases}$ Пусть x_1, x_2 - корни уравнения I, x_3, x_4 - корни уравнения II.

По теореме Виета $a=x_1x_2 \Rightarrow a$ - целое, причем $\begin{cases}x_1<-1\\x_2<-1\end{cases} \Rightarrow a$ - натуральное

$a=|x_1|\cdot|x_2|$, а $\begin{matrix}|x_1|>1\\|x_2|>1\end{matrix} \Rightarrow a>1$

$a\neq1$

$a\neq2$, так как $2=1\cdot2$ (в виде произведения двух натуральных единственным образом, простое число)

$a\neq3$, так как $3=1\cdot3$ - простое

$a=4$. $\begin{cases}4=1\cdot4 - \text{не уд.}\\4=2\cdot2\end{cases}$ проверим $a=4$, тогда $\begin{cases}x_1=-2\\x_2=-2\end{cases}$

Во II уравнении $x^2+cx+(a-1)=0$

$a-1=x_3x_4 \Rightarrow (a-1)$ - так же не может быть простым

при $a=4$, $a-1=3$ - не уд.

$a\neq5$ не уд.

$a=6$ - не уд. $(a-1=5)$

$a=7$ - не уд.

$a=8$ - не уд $(a-1=7)$

$a=9$ $a-1=8$

Проверим $a=9$. При $a=9$ $\begin{cases}x_1=-3\\x_2=-3\end{cases}$

Тогда в I уравнении $b=3+3=6$ и имеет вид: $x^2+6x+9=0$

Во II уравнении $a-1=8 \Rightarrow \begin{cases}x_3=-4\\x_4=-2\end{cases}$, а $c=4+2=6$

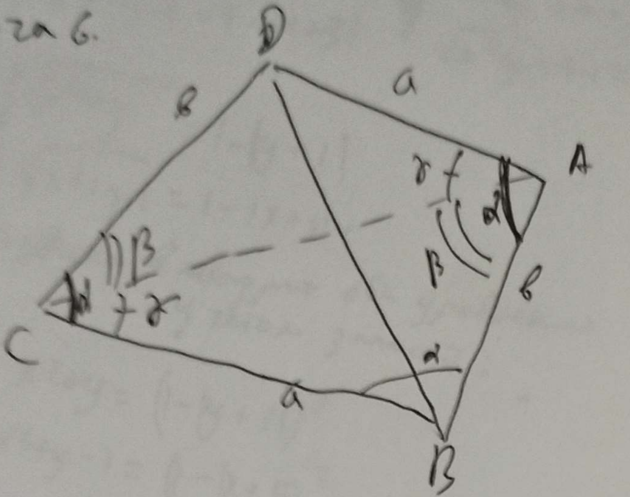
уравнение II имеет вид: $x^2+6x+8=0$. (по условию: $x^2+6x+9=1$)

Значит, $a=9$ - минимальное уд. значение.

Ответ: $a_{min}=9$.

Чистовик. Страница 1.

Задача 6.



Пусть $\angle DAB = \alpha$,
$\angle DAC = \gamma$, $(\alpha + \gamma + \beta = 180^\circ)$ по условию
$\angle BAC = \beta$.

Очевидно, что $\triangle ADB = \triangle CBD$ по трем сторонам

$\left.\begin{aligned} AD &= CB \\ AB &= CD \end{aligned}\right\}$ - по усл.

DB - общая

Значит, $\angle DCB = \alpha$

и $S_{ADB} = S_{DBC}$ (1)

$\triangle ADC = \triangle CBA$ - по трем сторонам

$\left\{\begin{aligned} AD &= BC \\ AB &= CD \end{aligned}\right.$ - по усл.

AC - общая

Значит, $\angle DCA = \angle CAB = \beta$

$\angle ACB = \angle DAC = \gamma$

и $S_{ADC} = S_{CBA}$ (2)

Пусть $AD = BC = a$,
$AB = CD = b$.

В $\triangle ABC$
$\angle ABC = 180^\circ - \angle CAB - \angle ACB = 180^\circ - \beta - \gamma = \alpha$ (3)

Имеем:

$S = S_{ADB} + S_{DBC} + S_{ADC} + S_{CBA}$

Из (1) и (2): $S = 2(S_{ABC} + S_{CBD})$

$\frac{S}{2} = S_{ABC} + S_{CBD}$

Из (3): $\frac{S}{2} = \frac{1}{2}\sin\angle ABC \cdot AB \cdot BC + \frac{1}{2}\sin\angle DCB \cdot CD \cdot CB$

$\frac{S}{2} = \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot ab + \frac{1}{2}\sin\alpha\, ab$

$\frac{S}{2} = \sin\alpha\, ab$

$\frac{S}{2} = 2 S_{CBD}$

$\frac{S}{4} = S_{CBD}$

Ответ: $S_{CBD} = \frac{S}{4}$.

Задача 2

$$\begin{cases}\sqrt{x^2+y}+|y+3|=1,\\ \sqrt{x^2+y-1}+|x+3|=1.\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sqrt{x^2+y}=1-|y+3|,\\ \sqrt{x^2+y-1}=1-|x+3|.\end{cases}$$

$\sqrt{x^2+y}\geq 0 \Rightarrow 1-|y+3|\geq 0$

$\sqrt{x^2+y-1}\geq 0 \Rightarrow 1-|x+3|\geq 0$

$$\begin{cases}|y+3|\leq 1\\ |x+3|\leq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y\in[-4;-2]\\ x\in[-4;-2]\end{cases}$$

$\sqrt{x^2+y}\geq 0 \Rightarrow x^2+y\geq 0$

$x^2\geq -y$

$\sqrt{x^2+y-1}\geq 0 \Rightarrow x^2+y-1\geq 0$

$x^2\geq 1-y$

$$\begin{cases}\sqrt{x^2+y}=1-|y+3|,\\ \sqrt{x^2+y-1}=1-|x+3|,\end{cases}$$

Возведём в квадрат оба уравнения, с учетом записей:

$$\begin{cases}x^2+y=(1-|y+3|)^2,\\ x^2+y-1=(1-|x+3|)^2.\end{cases}$$

I сл. $y\geq -3$, $x\geq -3$:

$$\begin{cases}x^2+y=(1-y-3)^2,\\ x^2+y-1=(1-x-3)^2.\end{cases}\quad \begin{cases}x^2+y=y^2+4y+4,\\ x^2+y-1=x^2+4x+4.\end{cases}\quad \begin{cases}x^2=y^2+3y+4 \quad (1)\\ x=\frac{y-5}{4} \quad (2)\end{cases}$$

(2) в (1): $\left(\frac{y-5}{4}\right)^2=y^2-5y+4$

$y^2+25-10y=16y^2+48y+64$

$15y^2+58y+39=0$

$D=58^2-4\cdot 39\cdot 15=4(29^2-39\cdot 15)=4(841-585)=4\cdot 256=32^2$

$y=\frac{-58\pm 32}{15\cdot 2}$ $\left[\begin{array}{l}y=-\frac{13}{15}>-2 \text{ - не уд.}\\ y=-3 \text{ - уд.}\end{array}\right.$

$y=-3$: $x=\frac{-3-5}{4}$

$x=-2$ - уд.

$(-2;-3)$

$(-2)^2\geq 3$ - уд.

$(-2)^2\geq 1-(-3)$ - уд.

II сл. $y<-3$, $x<-3$:

$$\begin{cases}x^2+y=(1+y+3)^2\\ x^2+y-1=(1+x+3)^2\end{cases}\quad \begin{cases}x^2+y=y^2+8y+16\\ x^2+y-1=x^2+8x+16\end{cases}\quad \begin{cases}x^2=y^2+7y+16 \quad (3)\\ x=\frac{y-17}{8} \quad (4)\end{cases}$$

(4) в (3): $\left(\frac{y-17}{8}\right)^2=y^2+7y+16$

$y^2+289-34y=64y^2+448y+1024$

$63y^2+482y+735=0$

$D=482^2-4\cdot 63\cdot 735=4(241^2-63\cdot 735)=4(58081-46305)=4\cdot 11776=4\cdot 8\cdot 1472=$

$=4\cdot 8\cdot 8\cdot 184=$

$=4\cdot 8\cdot 8\cdot 8\cdot 23=$

$=2^{11}\cdot 23=(32\sqrt{46})^2$

241×241: 241, 964, 482, 58081

735×63: 2205, 4410, 46305

$58081-46305=11776$

$11776 : 8 = 1472$ (-8, 37, -32, 57, -56, 16, -16, 0)

$1472 : 8 = 184$ (-8, 67, -64, 32, -32, 0)

Чистовик | Страница 3

$y = \frac{-482 \pm 32\sqrt{46}}{63 \cdot 2}$; $y = \frac{-241 \pm 16\sqrt{46}}{63}$

$\frac{-241-16\sqrt{46}}{63} \vee -3$

$-241-16\sqrt{46} \vee -189$

$-52 \not< 16\sqrt{46}$ - уд.

$\frac{-241-16\sqrt{46}}{63} \vee -4$

$-241-16\sqrt{46} \vee -252$

$11 \not< 16\sqrt{46}$ - не уд.

$\frac{-241+16\sqrt{46}}{63} \vee -3$

$-241+16\sqrt{46} \vee -189$

$-52 \vee -16\sqrt{46}$

$52 \wedge 16\sqrt{46}$

$13 \wedge 4\sqrt{46}$

$169 \not< 16 \cdot 46 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{-241+16\sqrt{46}}{63} > -3$ - не уд.

III сл.: $y < -3,\ x \geq -3$:

$\begin{cases} x^2+y = (1+y+3)^2 \\ x^2+y-1 = (1-x-3)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y = y^2+8y+16 \\ x^2+y-1 = x^2+4x+4 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = y^2+7y+16 & (5) \\ x = \frac{y-5}{4} & (6) \end{cases}$

(6) в (5): $\left(\frac{y-5}{4}\right)^2 = y^2+7y+16$

$y^2+25-10y = 16y^2+112y+256$

$15y^2+122y+231 = 0$

$D = 122^2 - 4 \cdot 231 \cdot 15 = 4(61^2 - 231 \cdot 15) = 4(3721-3465) = 4 \cdot 256 = (32)^2$

$61^2 = 60^2+60+61 = 3600+121 = 3721$

$231 \cdot 15 = 60 \cdot 57 + 3 \cdot 15 = 3420+45 = 3465$

$y = \frac{-122 \pm 32}{2 \cdot 15}$ $\left[\begin{array}{l} y = -\frac{62}{15} < -4 \text{ - не уд.} \\ y = -3 \text{ - не уд.} \end{array}\right.$

IV сл.: $y \geq -3,\ x < -3$:

$\begin{cases} x^2+y = (1-y-3)^2 \\ x^2+y-1 = (1+x+3)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y = y^2+4y+4 \\ x^2+y-1 = x^2+8x+16 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = y^2+3y+4 & (7) \\ x = \frac{y-17}{8} & (8) \end{cases}$

(8) в (7): $\left(\frac{y-17}{8}\right)^2 = y^2+3y+4$

$y^2+289-34y = 64y^2+192y+256$

$\cancel{y^2 - 58y}$

$63y^2+226y-33 = 0$

$D = 226^2+4 \cdot 63 \cdot 33 = 4(113^2+63 \cdot 33) = 4(12869+2079) = 4 \cdot 14948 = 4 \cdot 4 \cdot 3737 =$
$= 4 \cdot 4 \cdot 37 \cdot 101 = 4\sqrt{3737}$

113×113: 339, 113, 113 → 12869

63×33: 189, 189 → 2079

12869 + 2079 = 14948

14948 : 4 = 3737 (−12, 29, −28, 14, −12, 28, −28, 0)

$y = \frac{-226 \pm 4\sqrt{3737}}{2 \cdot 63} \Leftrightarrow y = \frac{-113 \pm 2\sqrt{3737}}{2 \cdot 63}$

−1

Чистовик | Страница 4

$\frac{-113-2\sqrt{3737}}{126} \vee -3$

$\begin{array}{r} 265 \\ \times 265 \\ \hline 1325 \\ +1590 \\ 530 \\ \hline 70225 \end{array}$ $\begin{array}{r} 3737 \\ \times 4 \\ \hline 14948 \end{array}$ $\begin{array}{r} 139 \\ \times 139 \\ \hline 1251 \\ +417 \\ 139 \\ \hline 19321 \end{array}$

$-113-2\sqrt{3737} \vee -378$

$265 \vee 2\sqrt{3737}$

$70225 > 14948$ - уд.

$\frac{-113-2\sqrt{3737}}{126} \vee -2$

$-113-2\sqrt{3737} \vee -252$

$139 \vee 2\sqrt{3737}$

$19321 > 14948$ - не уд.

$\frac{-113+2\sqrt{3737}}{126} > \frac{-113-2\sqrt{3737}}{126} > -2$ - не уд.

$\varnothing$

В итоге:

I: $(-2;-3)$

II: $\varnothing$

III: $\varnothing$

IV: $\varnothing$

Ответ: $(-2;-3)$

Задача 7.

$(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^3 = (\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^1(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^2 = (\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})(15+2\sqrt{3\cdot5}+2\sqrt{3\cdot7}+2\sqrt{7\cdot5}) =$

$= 15\sqrt{3}+6\sqrt{5}+2\sqrt{7\cdot5\cdot3}+6\sqrt{7}+15\sqrt{5}+10\sqrt{3}+10\sqrt{7}+2\sqrt{5\cdot3\cdot7}+15\sqrt{7}+14\sqrt{3}+14\sqrt{5}+2\sqrt{7\cdot3\cdot5} =$

$= 39\sqrt{3}+35\sqrt{5}+31\sqrt{7}+6\sqrt{3\cdot5\cdot7}$

$(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^{2\alpha+1} = (\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^{2\alpha-1}(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^2 = n\sqrt{3}+m\sqrt{5}+k\sqrt{7}+l\sqrt{3\cdot5\cdot7}$

при всех натуральных α.

При $\alpha=1$ - работает (выше доказательство). Допустим, что для $\alpha=k$ работает

тогда при $\alpha=k+1$: $(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^{2k+1}(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^2$ снова дадут

$(n_0\sqrt{3}+m_0\sqrt{5}+k_0\sqrt{7}+l_0\sqrt{3\cdot5\cdot7})$

этот вид, т.к. $(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^2 = 15+2\sqrt{3\cdot5}+2\sqrt{3\cdot7}+2\sqrt{7\cdot5}$

15 - не меняет ситуации

$2\sqrt{3\cdot5}\cdot n_0\sqrt{3} = (6n_0)\sqrt{5}$ натур.

$2\sqrt{3\cdot5}\cdot m_0\sqrt{5} = (10m_0)\sqrt{3}$ натур.

$2\sqrt{3\cdot5}\cdot k_0\sqrt{7} = (2k_0)\sqrt{3\cdot5\cdot7}$ натур.

$2\sqrt{3\cdot5}\cdot l_0\sqrt{3\cdot5\cdot7} = (30l_0)\sqrt{7}$ натур.

Аналогично и $2\sqrt{3\cdot7}$, $2\sqrt{7\cdot5}$ дают все 4 типа слагаемых из выра. $(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^{2021}$, здесь 2021 - нечетная степень $\Rightarrow$

$\Rightarrow (\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^{2021} = (\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^{2020}$ представимо в виде $n\sqrt{3}+m\sqrt{5}+k\sqrt{7}+l\sqrt{3\cdot5\cdot7}$

ч.т.д.

$f(n) = 4n^3+6n^2+4n+9 = \cancel{(2n+3)^2}$

$a^3+b^3+\ldots+c^3 = (a+b+c)^2$

$4n^3+6n^2+4n+9 = 0$

$\cancel{\frac{(2n+3)^3}{2}}$

$4n^3+6n^2+4n+9 =$

$\cancel{= 4n(n^2+1)}$

a^2b^2

$\cancel{2n(n^2+3n)}$

$2n^2(2n+3)+4n+9$

$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\sqrt{x^2+y} = a$

$\begin{cases} \sqrt{x^2+y} + |y+y| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 1 \end{cases}$

$f(11)+f(1)$

x^2+y+

$4n^3+6n^2+4n+9+4(12-n)^3+6(12-n)^2+4(12-n)+9 =$

$\sqrt{a}$ $\cancel{+|y+3| = 1}$

$\sqrt{a-1} + |x+3|$

$= 4n^3+6n^2+4n+9+12^3\cdot 4 - 12^3 n + 12^2 n - 4n^3 +$

$+ 6\cdot 12^2 + 6n^2 - 6\cdot 24n + 48 - 4n + 9 =$

$f(1) = 23$

$f(2) = 32+24+8+9 = 73$

$f(11) = 4\cdot 1331 + 6\cdot 121 + 4\cdot 11 + 9 = 5324 + 726 + 44 + 9 =$

6103

$= 735 + 5324 + 44 =$

$f(10) = 4000 + 600 + 40 + 9 = 4649$

$= 779 + 5324 =$

$$\begin{array}{r} 5324 \\ +\ 779 \\ \hline 6103 \end{array}$$

$f(9) = 4\cdot 729 + 6\cdot 81 + 4\cdot$

$4(1^3+2^3+3^3+4^3+\ldots+11^3) + 6(1^2+2^2+\ldots+11^2) + 4(1+\ldots+11) + 9\cdot 11 =$

$1 \quad 8 \quad 27 \quad 64$

$= 4(1+2+\ldots+11)^2 + 6\left(\frac{11(12)(23)}{6}\right) + 4\cdot 6\cdot 11 + 9\cdot 11 =$

$= 4\cdot 66^2 + 11\cdot 12\cdot 23 + 4\cdot 66 + 99 = 11(66\cdot 24 + 12\cdot 23 + 24 + 9) =$

$= 11(33 + 66\cdot 24 + 12\cdot 23) = 11(33 + 1584 + 276) = 11(33 + 1860) = 11\cdot 1893 =$

$12\cdot 23 = 12\cdot 24 - 12 = 12^2\cdot 2 - 12 = 288 - 12 = 276$

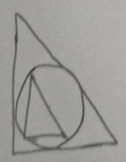
$$\begin{array}{r} 66 \\ \times\ 24 \\ \hline 264 \\ 132 \\ \hline 1584 \end{array}$$

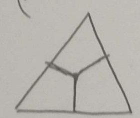
$$\begin{array}{r} 1893 \\ \times\ 11 \\ \hline 1893 \\ 1893 \\ \hline 20823 \end{array}$$

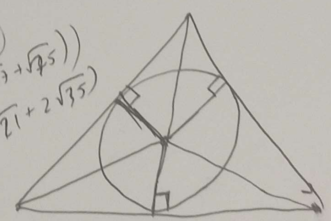
20823

$(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^2 = (3+5+7+2(\sqrt{15}+\sqrt{3\cdot 7}+\sqrt{35}))$

$(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^3 = (15+2\sqrt{15}+2\sqrt{21}+2\sqrt{35})$

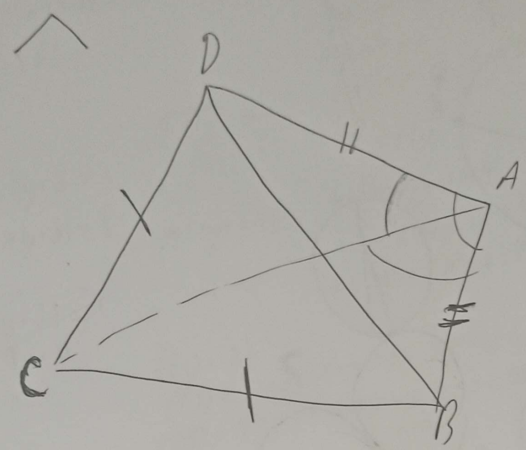


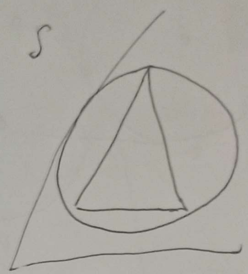


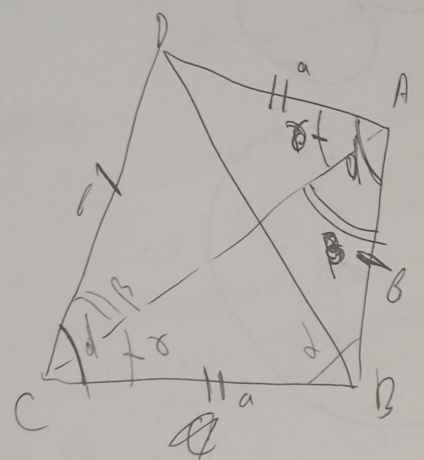


Страница 6

$\Sigma A = 180°$







$ADB = DBC$ по трём сторонам

$S = S_{ADB} + S_{DB} + S_{ADC} + S_{ACB}$

~~$S = 2S_{ADB} + S_{ADC}$~~

~~$\frac{1}{2}\sin\gamma \cdot AD \cdot AC + 2 \cdot \frac{1}{2}\sin\alpha$~~

$S = \frac{1}{2}\sin\gamma\, a \cdot AC + \frac{1}{2} \cdot 2\sin\alpha\, ab +$
$+ \frac{1}{2} \sin(\gamma+\alpha)\, AC \cdot b$

~~$\frac{1}{2}AC(\sin\gamma \sin\gamma$~~ $\frac{1}{2}AC(a\sin\gamma + b\sin(\gamma+\alpha)) + \frac{\sin\alpha\, ab}{2x} = S$

$S_{BCD} = \frac{1}{2}ab\sin\alpha$ $2x + \frac{1}{2}AC(a\sin\gamma + b\sin$

Страница 7

$\sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1$ $\qquad$ 1234567 + +

$\sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 1$

$\sqrt{x^2+y} + |y+3| = |x+3| + \sqrt{x^2+y-1}$

$\sqrt{x^2+y} - \sqrt{x^2+y-1} = |x+3| - |y+3|$

$3 > -4$

$9 < 16$

$x_1 < -1$

$-x_1 > 1$

$x_1^2 < 1$

$\begin{cases} D_1 = b^2 - 4 \cdot a = b^2 - 4a \geq 0 \\ D_2 = c^2 - 4(a-1) = c^2 - 4a + 4 \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} b^2 \geq 4a \\ c^2 - 4 \geq 4a \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{b^2}{4} \geq a \\ \frac{c^2-4}{4} \geq a \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{(-x_1 - x_2)^2}{4} \geq a \\ \frac{(-x_3 - x_4)^2 - 4}{4} \geq a \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{(x_1 + x_2)^2}{4} \geq a \\ \frac{(x_3 + x_4)^2}{4} \geq a \end{cases}$

$(\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})^{2021}$

$x^2 + bx + a = 0$ $\qquad x_1, x_2$

$x^2 + cx + (a-1) = 0$ $\qquad x_3, x_4$

$x^2 + bx + a = 0$

$\begin{cases} a = x_1 x_2 \\ b = -x_1 - x_2 \\ a - 1 = x_3 x_4 \\ c = -x_3 - x_4 \end{cases}$

$x_1 x_2 = 1 + x_3 x_4$

$(-3-4)^2 = 49$

$(3+4)^2 = 49$

$(-3-4)^2 = 3^2 + 4^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4 =$

$a = x_1 x_2 > 1$ $\qquad -5$

$x_1 < -1$

$x_2 < -1$

a-целое $\Rightarrow$

9

$x_1 = -1$

$x_2 = -2$

$x^2 + 3x + 2 = 0$

$(x+2)(x+1) = 0$

$a = 2$, $a = 3$ - неуд

$a = 4$

$x^2 + cx + 2 = 0$

$x^2 + cx + 1 = 0$

неуд

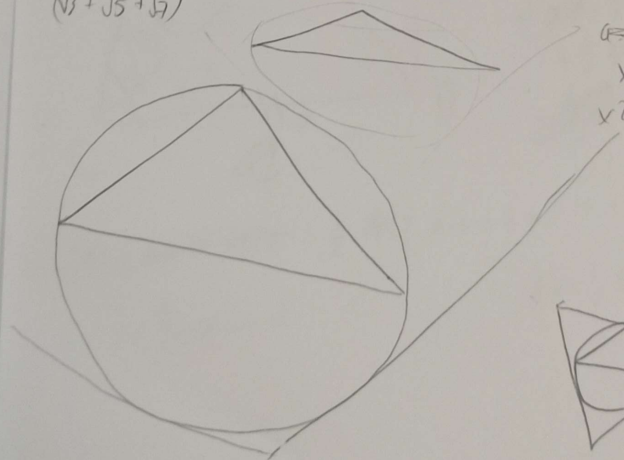
$x^2 + 4x + 4 = 0$

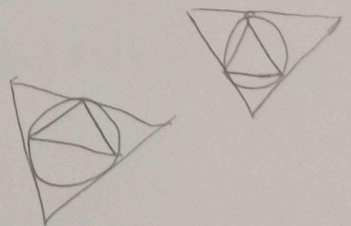
$x^2 + cx + 3 = 0$

$a = 8$:

$x^2 + 6x + 9 = 0$

$x^2 + 6x + 8 = 0$





Страница 8

$S = \frac{1}{2}\sin\gamma\, a\, AC + \underbrace{\sin\alpha\, ab}_{2x} + \frac{1}{2}\sin(\gamma+\alpha)\, AC\cdot b$

$S = 2x + \frac{1}{2}AC\,(a\cdot\sin\gamma + \sin(\gamma+\alpha)\cdot b)$

$S \begin{cases} S_{BCD} = \frac{1}{2}\sin\alpha\cdot ab \\ S_{ACB} = \frac{1}{2}AC\,\sin\beta\cdot b \\ S_{ADC} = \frac{1}{2}\sin\gamma\, a\cdot AC \\ S_{ABD} = \frac{1}{2}\sin\alpha\cdot ab \end{cases}$

$S_{BCD} = S_{ABD} \rightarrow$

$S_{ADC} = S_{ACB} = \frac{1}{2}\sin\beta\cdot b\, AC$

$\sin\beta\, b\cdot AC + \sin\alpha\, ab = S$

$b(\sin\beta\cdot AC + \sin\alpha\, a) = S$

$\frac{S}{2} = S_{ABD} + S_{ABC} = \sin\alpha\cdot ab$

$\frac{1}{2}\sin\alpha\, ab = \frac{S}{4}$

Страница 9

$$\begin{cases}\sqrt{x^2+y} + |y+3| = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + |x+3| = 1\end{cases}$$

~~$y \geq -3$: $\sqrt{x^2+y} + y+3 = 1$~~

$y \geq -3,\ x \geq -3$: $\begin{cases}\sqrt{x^2+y} + y+3 = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} + x+3 = 1\end{cases}$ $\begin{cases}\sqrt{x^2+y} = \overset{\geq 0}{-2-y} \\ \sqrt{x^2+y-1} = \overset{\geq 0}{-2-x}\end{cases}$ $-2-y \geq 0$, $-2 \geq y$, $-2 \geq x$

$\begin{cases}-2 \geq y \geq -3 \\ -2 \geq x \geq -3\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+y = 4+y^2+4y \\ x^2+y-1 = 4+\cancel{x^2}+4x\end{cases}$ $\begin{cases}x^2 = y^2+3y+4 \\ y = 5+4x\end{cases}$

~~x^2~~ $x = \frac{y-5}{4}$

$\frac{y^2+25-10y}{16} = y^2+3y+4$

$y^2+25-10y = 16y^2+48y+64$

$15y^2+58y+39=0$

$D = 58^2-4\cdot39\cdot15 = 4(29^2-39\cdot15) = 4(841-585) = 4\cdot256 = (2\cdot16)^2$

$\times\begin{array}{r}29\\29\end{array}$ $\quad \times\begin{array}{r}39\\15\end{array}$ $\quad 40\cdot15-15 = 600-15 = 585$

$+\begin{array}{r}261\\58\end{array}$ $\;841$

$y = \frac{-58 \pm 32}{15\cdot2}$ $\begin{cases}y = -\frac{13}{15} \text{ – не уд.} \\ y = -3 \text{ – уд.}\end{cases}$ $x = \frac{-3-5}{4} = -2$ – уд.

$(-2; -3)$

$y \leq -3,\ x \leq -3$: $\begin{cases}\sqrt{x^2+y} - y - 3 = 1 \\ \sqrt{x^2+y-1} - x - 3 = 1\end{cases}$ $\begin{cases}\sqrt{x^2+y} = y+4 \quad (y \geq -4) \\ \sqrt{x^2+y-1} = x+4 \quad (x \geq -4)\end{cases}$ $\begin{cases}-3 \geq y \geq -4 \\ -3 \geq x \geq -4\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+y = y^2+16+8y \\ x^2+y-1 = x^2+16+8x\end{cases}$ $\begin{cases}x^2 = y^2+7y+16 \\ y = 17+8x\end{cases}$ $\begin{cases}x = \frac{y-17}{8} \\ \frac{y^2+289-34y}{64} = y^2+7y+16\end{cases}$

$y^2+289-34y = 64y^2+448y+1024$

$63y^2+482y+735=0$ $\quad y = \frac{-482 \pm 32\sqrt{46}}{2\cdot63}$

$D = (482)^2-4\cdot735\cdot63 = 482^2 - 252\cdot735 = 4(241^2-63\cdot735) =$

$= 4(58081-46305) = 4\cdot11776 = 4\cdot1472\cdot8 =$

$= 4\cdot184\cdot8\cdot8 =$

$= 4\cdot8\cdot8\cdot8\cdot23 =$

$= 2^{11}\cdot23 =$

$= 32\sqrt{46}$

$\times\begin{array}{r}241\\241\end{array}$ $\quad \times\begin{array}{r}735\\63\end{array}$ $\quad -\begin{array}{r}58081\\46305\end{array}$ $\;11776$

$+\begin{array}{r}241\\964\\482\end{array}$ $\;58081$ $\quad +\begin{array}{r}2205\\4410\end{array}$ $\;46305$

$11776 : 8 = 1472$; $\quad 1472 : 8 = 184$

Страница 10