МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Моторина Анастасия Дмитриевна**

Класс: **11**

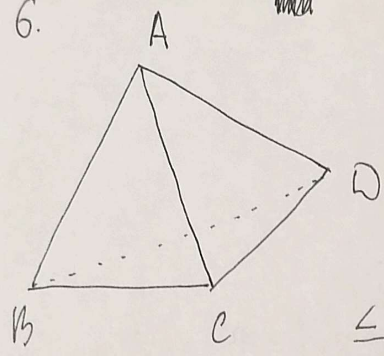
Технический балл: **85**

Дата проведения: **21 марта 2021 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6	7
Оценка	15	15	10	15	0	15	15

6.



чистовик

$\angle CAD + \angle DAB + \angle BAC = \angle CBA + \angle CBD + \angle DBA$

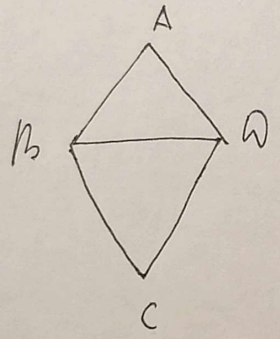
При C и D таких. $S_{ABC} + S_{ACD} = S$

$S_{\text{пов.}}$ – ?

$\angle CAD + \angle DAB + \angle BAC + \angle ACD + \angle BCA + \angle BCD = \angle CBA + \angle CBD + \angle DBA + \angle ADB + \angle ADC + \angle CDB$

$\pi - \angle ADC + \angle DAB + \pi - \angle ABC + \angle BCD = \angle CBA + \pi - \angle BCD + \pi - \angle DAB + \angle ADC \Rightarrow 2\angle DAB + 2\angle BCD = 2\angle CBA + 2\angle ADC.$

$\angle DAB + \angle BCD = \angle CBA + \angle ADC$



$\angle CAD + \angle DAB + \angle BAC + \angle ADB + \angle ADC + \angle CDB = \angle CBA + \angle CBD + \angle DBA + \angle ACD + \angle BCA + \angle BCD$

Отсюда следует, что $\pi - \angle ACD + \pi - \angle ABD + \pi - \angle BAC + \pi - \angle BDC + \angle DBA + \angle BAC + \angle CDB = \pi - \angle BAC + \pi - \angle BDC + \angle DBA + \angle ACD$

$\Rightarrow \angle BAC + \angle BDC = \angle DBA + \angle ACD \Rightarrow \angle CAD + \angle CBD = \angle ACB + \angle ADB$

$\angle DAB + \angle BCD = \angle CBA + \angle ADC$

$S_{ABC} + S_{ACD} = S$

$\begin{cases} \angle BAC - \angle ACD = \angle DBA - \angle BDC \\ \angle CBA + \angle ADC = \angle DAB + \angle BCD \\ \angle CAD - \angle ACB = \angle ADB - \angle CBD \end{cases}$ Суммируем:

$\pi - 2\angle ACB + \pi - 2\angle ACD = \pi - (\pi - \angle BCD) + \angle BCD$

Вариант 210210 1

чистовик

1. $f(x)=x^2+18x+81=(x+9)^2-9$

При каких x $f(x)=0$? ← скажем, что $f(t)=0$, где $t=f(f(f(x)))$

$$(x+9)^2-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+9=3 \\ x+9=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-6 \\ x=-12 \end{array}\right.$$

Однако:

Получается, что $f(f(x))$ должно:

$$\left[\begin{array}{l} (x+9)^2-9=-6 \\ (x+9)^2-9=-12 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x+9)^2=3 \\ (x+9)^2=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

не подходит, т.к. меньше 0.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+9=\sqrt{3} \\ x+9=-\sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{3}-9 \\ x=-\sqrt{3}-9 \end{array}\right.$$

Посмотрим на $f(f(x))$:

$$\left[\begin{array}{l} (x+9)^2-9=-\sqrt{3}-9 \leftarrow \text{не подходит.} \\ (x+9)^2-9=\sqrt{3}-9 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x+9)^2=\sqrt{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+9=-\sqrt[4]{3} \\ x+9=+\sqrt[4]{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-9-\sqrt[4]{3} \\ x=-9+\sqrt[4]{3} \end{array}\right.$$

И $f(x)$:

$$\left[\begin{array}{l} (x+9)^2-9=-\sqrt[4]{3}-9 \\ (x+9)^2-9=+\sqrt[4]{3}-9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x+9)^2=-\sqrt[4]{3} \leftarrow \text{не подход.} \\ (x+9)^2=\sqrt[4]{3} \end{array}\right.$$

$$\Updownarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} x+9=\sqrt[8]{3} \\ x+9=-\sqrt[8]{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt[8]{3}-9 \\ x=-\sqrt[8]{3}-9 \end{array}\right.$$

Ответ: $x \in \{\sqrt[8]{3}-9;\ -\sqrt[8]{3}-9\}$

10

7.

Первым ходом Таня забирает 2 камня из дм. кучи. Чистовик

И делает число камней равным в ~~...~~ обеих кучах.

Теперь если на каком-то ходе после Таниного осталось n и m камней, и Коля выбирает m из какой-то кучи, то Таня может выбросить столько же из другой. Так как $n \vdots m \Rightarrow (n-m) \vdots m$. А если $m = n$, то останется ситуация: ~~...~~ 0 и n. И Таня забирает остаток.

Ответ: Таня победит

4

3. $P(x) = x^5 + Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E.$ Чистовик

$P(1) = 21$ и $P(-1) = 9$

$$\begin{cases} 1 + A + B + C + D + E = 21 \\ -1 + A - B + C - D + E = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A + B + C + D + E = 20 \\ 2A + 2C + 2E = 30 \end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} A + B + C + D + E = 20 \\ A + C + E = 15 \end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} B + D = 5 \\ A + C + E = 15 \end{cases}$$

$A, B, C, D, E > 0$
$\Uparrow$
$\mathbb{N}$

Количество способов выбрать B и $D = 4$

Количество способов выбрать $A, C, E = C_{15}^{2}$ (по методу перегородок)

$$= \frac{15 \cdot 14}{2} = 15 \cdot 7$$

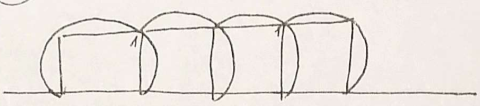
Ответ: $4 \cdot 15 \cdot 7 = 420$ способов.

3

5.

чистовик

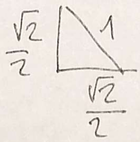
①



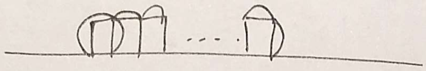
в первом случае при перевороте у нас остаются следующие след.: 6 одинаковых сегмента + S квадр =

$= 6S + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6S + 2$

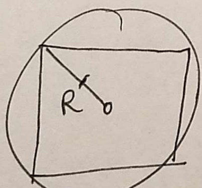
(*)



②



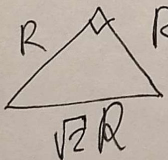
во втором случае остаются 27 сегмента + S квадр. Периметр. квадратов равен 1, поэтому сторона равна $\frac{1}{4}$: $S_{кв.} = \frac{1}{4} \cdot 25 \cdot \frac{1}{4} = \frac{25}{16}$ (**)



Если R, то площадь сегментов - это

$\pi R^2 - S_{квадрата} = \pi R^2 - 2R^2 =$

$= R^2(\pi - 2)$



Один сегмент $= \frac{1}{4} R^2(\pi - 2)$

(*) $6S = \frac{6 \cdot (\pi - 2)\left(\frac{1}{2}\right)^2}{4} = \frac{\frac{3}{2}(\pi - 2)}{4} = \frac{3}{8}(\pi - 2)$

(**) $R = \frac{1}{4\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{27 \cdot (\pi - 2) \cdot \left(\frac{1}{4\sqrt{2}}\right)^2}{4} = \frac{27(\pi - 2) \cdot \frac{1}{32}}{4} =$

$= \frac{27(\pi - 2)}{128}$

$S_1 - S_2 = \frac{3}{8}(\pi - 2) + 2 - \frac{25}{16} - \frac{27(\pi - 2)}{128} =$

$= \frac{7}{16} + (\pi - 2)\left(\frac{3 \cdot 2^4 - 27}{128}\right)$

5

№ 2. Чистовик

$$x = 2^{-1} + \ldots + 2^{-2021} = 1 - \frac{1}{2^{2021}} = 1 - 2^{-2021}$$

Посмотрим на выражение под корнем:

$$2x \pm 2\sqrt{2x-1} = 2 - \frac{1}{2^{2020}} \pm 2\cdot\sqrt{1 - \frac{1}{2^{2020}}}$$

Обозначим $1 - \frac{1}{2^{2020}}$ за t, тогда выражение перепишется, как:

$$1 + t \pm 2\sqrt{t} = \left(\sqrt{t} \pm 1\right)^2$$

А потому получается, что $\sqrt{2x+2\sqrt{2x-1}} + \sqrt{2x-2\sqrt{2x-1}} =$

$$= \cancel{\sqrt{1 - \frac{1}{2^{2020}}} + 1 + \sqrt{1 - \frac{1}{2^{2020}}} - 1 = 2\sqrt{1 - \frac{1}{2^{2020}}}} =$$

$$= 1 - \sqrt{t} + 1 + \sqrt{t} = 2, \text{ т.к. } 1 > \sqrt{t}, \text{ т.к. } t < 1.$$

Ответ: 2

7

Чистовик

4. v_1 – мотоцик.

v_0 – велосипед.

$v_1 > v_0$: Пусть ребята двигаются в одном напр.
Пусть они пересеклись в т. X, следующая встреча т. Y.

Отношение скоростей: $\frac{55}{32} < \frac{v_1}{v_0} < 2$. Следующее пересеч. происходит, если $t \cdot v_1 - t v_0 = l$, где l – длина трассы.
Тогда: $t = \frac{l}{v_1 - v_0}$. Точка Y сдвинется по трассе от X на

$$t \cdot v_0 = \frac{l v_0}{v_1 - v_0} = \frac{l}{\frac{v_1}{v_0} - 1}.$$

$$\frac{23}{55} < \frac{v_1}{v_0} - 1 < 1 \text{ (из условия)}$$

$$1 < \frac{1}{\frac{v_1}{v_0} - 1} < \frac{55}{23}.$$ Т.е они встретились

после 1 круга. Т.е. сегмент $\frac{l v_0}{v_1 - v_0} - l$ соответствует хорде 4022 метра.

Если в разные стороны, то пересечение будет до прохода круга.

Т.е. $t = \frac{l}{v_1 + v_0}$ и $\frac{l \cdot v_0}{v_1 + v_0}$ соотв. хорде 4022 метра

$$\frac{l v_0}{v_1 - v_0} - l = \frac{l v_0}{v_1 + v_0}; \quad \frac{v_0}{v_1 - v_0} - 1 = \frac{v_0}{v_1 + v_0}$$

8

Чистовик

$$\frac{2v_0 - v_1}{v_1 - v_0} = \frac{v_0}{v_1 + v_0}$$

$$(2v_0 - v_1)(v_1 + v_0) = v_0(v_1 - v_0)$$

$$\cancel{2v_0v_1} - v_1^2 + 2v_0^2 - \cancel{v_1v_0} = \cancel{v_0v_1} - v_0^2$$

$$3v_0^2 = v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{3}\, v_0$$

$$\frac{l v_0}{v_1 + v_0} = \frac{l}{1+\sqrt{3}}$$ соотв. дуги 4022м.

$l = 2\pi R$, поэтому $\alpha = \frac{2\pi}{1+\sqrt{3}}$

длина хорды $C = 2R \sin\frac{\pi}{1+\sqrt{3}} \Rightarrow R = \frac{2011}{\sin\frac{\pi}{1+\sqrt{3}}}$

9

Чистовик

$2\pi - 2\angle ACB - 2\angle AC\omega = 2\angle BC\omega$

$\pi = \angle ACB + \angle AC\omega + \angle BC\omega$

$\Downarrow$

Сумма плоск. углов при ω тоже π. Аналогично сумма плоск. углов при верш. A и B (в силу симметрии).

По известной задаче сумма плоск. углов при A, B, C, ω равны π, тогда и т.т., когда $ABC\omega$ – равногранный.

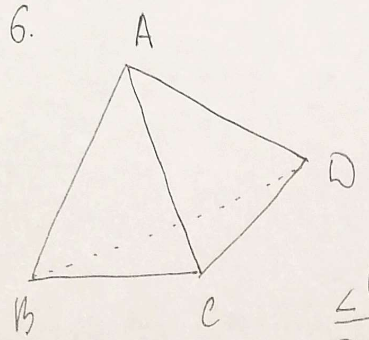
$S_{\text{каждой грани}} = \frac{S}{2}$

$S_{\text{поверх.}} = 2S$

Ответ: $2S$

Чистовик

6.



$\angle CAD + \angle DAB + \angle BAC = \angle CBA + \angle CBD + \angle DBA$

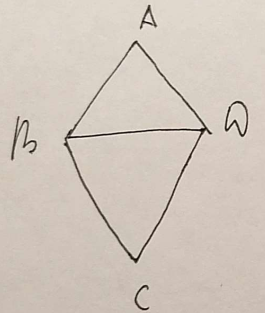
При C и D такие. $S_{ABC} + S_{ACD} = S$

$S_{нов.}$ – ?

$\angle CAD + \angle DAB + \angle BAC + \angle ACD + \angle BCA + \angle BCD = \angle CBA + \angle CBD + \angle DBA + \angle ADB + \angle ADC + \angle CDB$

$\angle CBA + \pi - \angle BCD + \pi - \angle ADC + \angle DAB + \pi - \angle ABC + \angle BCD = \angle CBA + \pi - \angle ABC + \angle DAB + \angle ADC \Rightarrow 2\angle DAB + 2\angle BCD = 2\angle CBA + 2\angle ADC.$

$\angle DAB + \angle BCD = \angle CBA + \angle ADC$



$\angle CAD + \angle DAB + \angle BAC + \angle ADB + \angle ADC + \angle CDB = \angle CBA + \angle CBD + \angle DBA + \angle ACD + \angle BCA + \angle BCD$

Отсюда следует, что $\pi - \angle ACD + \pi - \angle ABD + \angle BAC + \angle CDB = \pi - \angle BAC + \pi - \angle BDC + \angle DBA + \angle ACD$

$\Rightarrow \angle BAC + \angle BDC = \angle DBA + \angle ACD \Rightarrow \angle CAD + \angle CBD = \angle ACB + \angle ADB$

$\angle DAB + \angle BCD = \angle CBA + \angle ADC$

$S_{ABC} + S_{ACD} = S$:

$$\begin{cases} \angle BAC - \angle ACD = \angle DBA - \angle BDC \\ \angle CBA + \angle ADC = \angle DAB + \angle BCD \\ \angle CAD - \angle ACB = \angle ADB - \angle CBD \end{cases}$$

Суммируем:

$\pi - 2\angle ACB + \pi - 2\angle ACD = \pi - (\pi - \angle BCD) + \angle BCD$

1

~~Чистовик~~

Чистовик

$$S_1 - S_2 = \frac{7}{16} + (\pi - 2) \cdot \left(\frac{21}{128} \right) =$$

$$= \frac{\pi \cdot 21}{128} + \frac{7}{16} - \frac{21}{64} =$$

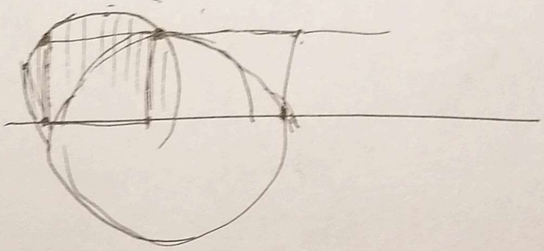
$$= \frac{\pi \cdot 21}{128} + \frac{7}{64} =$$

$$= \frac{14 + 21\pi}{128}.$$

Ответ: $\frac{14 + 21\pi}{128}$.

6

~~[illegible]~~



$\frac{7}{16}$

2^3 8

16 4

32 5

64 6

128 7

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1 \\ \times\,16 \\ 3 \\ \hline 48 \\ -\,27 \\ \hline 21 \end{array}$$

$7 \cdot 4 = 28$

128

~~Читтовит~~

2. 666 34

$x = 2^{-1} + \ldots + 2^{-2021} = \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{2^{2021}} = \cancel{\frac{1+2+\ldots+2^{2020}}{2^{2021}}}\ \frac{1/2\left(1-\frac{1}{2^{2021}}\right)}{1/2} =$

$1 - \frac{1}{2^{2020}} = 2\left(1 - \frac{1}{2^{2021}}\right) = \cancel{\frac{2^{2021}-1}{2^{2021}}}$

Тогда $2x - 1 = 2 - \frac{1}{2^{2020}} - 1 = \underbrace{1 - \frac{1}{2^{2020}}} = \frac{2^{2020}-1}{2^{2020}}$

$\sqrt{2x-1} = \frac{\sqrt{2^{2020}-1}}{2^{1010}}$

$\sqrt{2x + 2\sqrt{2x-1}} = \sqrt{2 - \frac{1}{2^{2020}} + \frac{\sqrt{2^{2020}-1}}{2^{1009}}} =$

$= \sqrt{2 - \frac{1 + 2^{1011}\cdot\sqrt{2^{2020}-1}}{2^{2020}}} = \sqrt{\frac{2^{2021} - 1 + 2^{1011}\sqrt{2^{2020}-1}}{2^{2020}}} =$

$2x-1 = t$

$2 - \frac{1}{2^{2020}} + 2\cdot\underbrace{\sqrt{1 - \frac{1}{2^{2020}}}}_{t}$

$x\ v_1$ v_0

1 $\frac{55}{32} = 0{,}71875$

$\underline{\underline{\sqrt{t + 2\sqrt{t} + 1}}} + \sqrt{1 + t - 2\sqrt{t}}$

$(\sqrt{t} + 1)^2$

$1 - \frac{1}{2^{2020}} = \sqrt{\frac{2^{2020}-1}{2^{1010}}}$

?

$1.\ (\sqrt[8]{3})^2 = \sqrt[4]{3} - 9$

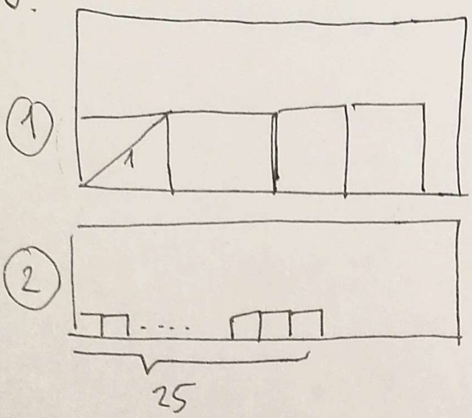
$(\sqrt[2]{3})^2 - 9$

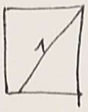
2

$\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{0}} - 1$

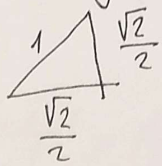
5.

~~Чистовик~~





Стороны у квадрата с диаг. 1:



$: \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4}\cdot 2 = 1 = 1^2$

Поэтому площадь в первом случае: $S_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 4\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 2$

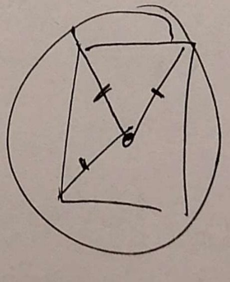
Во втором же случае: периметр равен сумме 4 одинак. сторон: $4x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$

$S_2 = \frac{1}{4}\cdot\left(25\cdot\frac{1}{4}\right) = \frac{25}{16} = 1\frac{9}{16}$

$S_1 - S_2 = 2 - 1\frac{9}{16} = \frac{7}{16}$

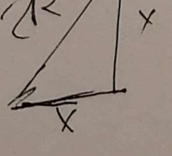
Черновик

Ответ: на $\frac{7}{16}$



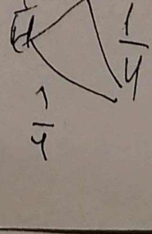
$2x^2 = 4R^2$

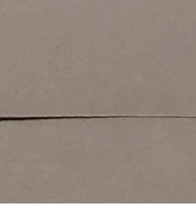
$x = \sqrt{2}R$



$S_{\text{кв. по диаг.}} : 2R^2$

R





$R = \frac{1}{4\sqrt{}}\ \frac{1}{4} = \sqrt{2}R$

$\cancel{x^2+18x+72=0}$ $\quad$ $\underline{x^2+18x+81}$

$\underline{(x+9)^2-9=0}$ $\quad$ $81-72=9$

$(x+9)^2=x^2+2\cdot 9x+\underset{81}{9^2}-9$

$(x+9)^2=9=\underline{\underline{3}}^2$

$x+9=\pm 3$

$x \to \underline{\underline{-6}}$

$x \to \underline{\underline{-12}}$

$(x+9-3)(x+9+3)$

$\cancel{x^2-y^2=(x+y)(x-y)}$

$\underline{\underline{(x+6)(x+12)}}=0$

$((x+9)^2-9)^2+18(\dots)+72$

$\underline{(x+9)^2-9}=-6 \to (x+9)^2=3$

$=-12 \to (x+9)^2=-3$ ⊗

$f(f(f(f(x))))=0$

$\downarrow$

$f(f(f(x)))=\downarrow$

$\sqrt{x^{\frac{1}{4}}}$

①

$x = 2^{-1} + \ldots + 2^{-2021}$

$\sqrt{2}$

~~P(x)~~ $P(-1) = 9$ - Лемма Безу

~~(x+1)~~

$P(x) - 9 \vdots (x+1)$

$P(x) - 21 \vdots (x-1)$

$$\begin{array}{l|l} x^5 + Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E & x+1 \\ \hline -x^5 - x^4 & x^4 + (A-1) \end{array}$$

Длина хорды: $2l \sin \frac{\pi}{1+\sqrt{3}} \Rightarrow R = \frac{2011}{\sin\left(\frac{\pi}{1+\sqrt{3}}\right)}$ м

если по дуге 4022 : ответ: $\frac{2\pi R}{1+\sqrt{3}} = 4022$

$R = \frac{2011}{\pi \cdot (1+\sqrt{3})}$

$\sqrt{}$

длина хорда

$2R \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$

$\alpha = \frac{2\pi}{1+\sqrt{3}}$

$$P(x) = x^5 + Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$$

$$P(-1) = 9, \quad P(1) = 21$$

$$f(f(f(f(x)))) = 0 \qquad f(x) = x^2 + 18x + 72 = 0$$

$$D = 18^2 + 4 \cdot 72 =$$

$$= 9^2 \cdot 2 + 4 \cdot 9 \cdot 8 =$$

$$= 9 \cdot 2(9 + 16) =$$

$$= 9 \cdot 2 \cdot 25$$

$$x_{1/2} = \frac{-18 \pm 3 \cdot 5\sqrt{2}}{2} = -9 \pm \frac{15}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2x + 2\sqrt{2x-1}} + \sqrt{2x - 2\sqrt{2x-1}}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{\dots} + \frac{1}{2^{2020}} = \frac{2^{2019} +}{}$$

$$1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^{2020}}$$

$$x = 2^{-1} + \dots + 2^{-2021}$$

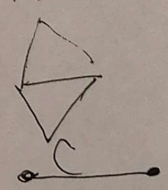
$$2^{-1} + \dots + 2^{-2020}$$

$$\times \frac{15}{7}$$

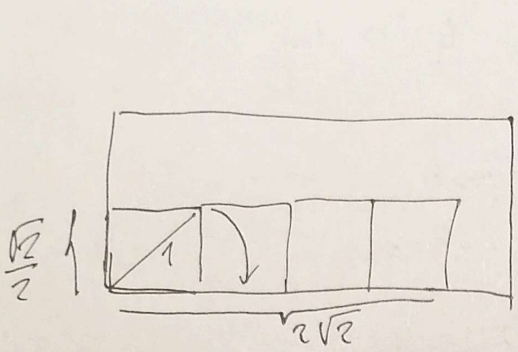
$$420$$

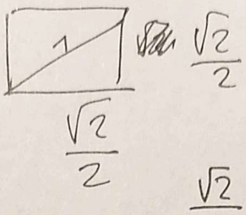
$$\sqrt{2^0 + \dots + 2^{-2020} + 2\sqrt{2^{-1} + \dots + 2^{-2020}}} +$$

$$+ \sqrt{2^0 + \dots + 2^{-2020} - 2\sqrt{\dots}}$$

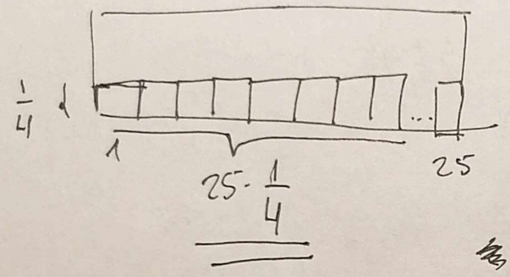


$$\cancel{f(x) = 2x + 2f(x)}$$





$2^{-1} + 2^{-2}$



$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4^{2}$

$\frac{b(1-q^n)}{1-q} =$

$4x = 1$

$x = \frac{1}{4}$

$= \frac{1(1-2^{2020})}{1-2}$

Лемма Безу:

$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2\sqrt{2} = 2$

$1 + \dots + 2^{2020} =$

$\frac{1}{4} \cdot 25 \cdot \frac{1}{4} = \frac{25}{16}$

$25 - 16 = 9$ =

1011

$55 - 32 = 23$

$16 - 9 = 7$

$x^5 + Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$

$P(-1) = 9$ $\vdots (x+1)$

$P(1) = 27$

$\frac{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2^{2021}}\right)}{1 - \frac{1}{2}} =$

$x = 2^{-1} + \dots + 2^{-2021}$

$= \frac{\frac{1}{2}\left(1 - 1\right.}{\frac{1}{2}}$

$\frac{\cdot}{2}\left(1 - 2^{-2}\right) = 1 - \frac{1}{4} =$

т.е сигнал $\dfrac{l v_0}{v_1 - v_0} - l$ соотв. хорде 4022 метра.

Если в разные стороны, то пересеч. до прохождения одного круга.

$$t = \frac{l}{v_1 + v_0} \quad и \quad \frac{l \cdot v_0}{v_1 + v_0}$$ соотв. хорде 4022 метра

т.е

$$\frac{l v_0}{v_1 - v_0} - l = \frac{l \cdot v_0}{v_1 + v_0}$$

$$\frac{v_0}{v_1 - v_0} - 1 = \frac{v_0}{v_1 + v_0}$$

$\cancel{2v_0 v_1} - v_1^2 + \cancel{2v_0 v_1} +$

$+ 2v_0^2 \cancel{- v_1 v_0} =$

$= \cancel{v_0 v_1} - v_0^2$

~~итого~~

$$\frac{2v_0 - v_1}{v_1 - v_0} = \frac{v_0}{v_1 + v_0}$$

$$(2v_0 - v_1)(v_1 + v_0) = v_0(v_1 - v_0)$$

$y_0 < x < y_1$

$$\frac{1}{y_1} < \frac{1}{x} < \frac{1}{y_0}$$

длина дуги

$$v_1 = \sqrt{3}\, v_0$$

$$\frac{l v_0}{v_1 + v_0} = \frac{l}{1 + \sqrt{3}}$$ соотв. [illegible] дуге 4022 м.

$$l = 2\pi R$$

угол. $\alpha = \dfrac{2\pi}{1 + \sqrt{3}}$