МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Никонов Иван Васильевич**

Класс: **11**

Технический балл: **100**

Дата проведения: **21 марта 2021 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6	7
Оценка	15	15	15	15	15	15	100

Чистовик 1

Задача 1

$f(x)=x^2+14x+42$; $x^2+14x+42=0 \Rightarrow x^2+14x+49=7 \Rightarrow (x+7)^2=7 \Rightarrow x=-7\pm\sqrt{7}$

$f(-7\pm\sqrt{7})=0$; $f(x,\ x\neq-7\pm\sqrt{7})\neq0$

$f(f(f(f(x))))=0 \Rightarrow f(f(f(x)))=-7\pm\sqrt{7}$

$D(f)$: $x^2+14x+42=(x+7)^2-7 \Rightarrow f(x)\geqslant-7\ \forall x \Rightarrow -7-\sqrt{7}$ - посторон. корень

$f(f(f(x)))=-7+\sqrt{7}$; $x^2+14x+42=-7+\sqrt{7} \Rightarrow x^2+14x+49=\sqrt{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow (x+7)^2=\sqrt{7} \Rightarrow x=-7\pm\sqrt[4]{7} \Rightarrow f(f(x))=-7\pm\sqrt[4]{7}$; из $D(f)$

$-7-\sqrt[4]{7}<-7 \Rightarrow$ посторонний корень

$f(f(x))=-7+\sqrt[4]{7}$: $x^2+14x+42=-7+\sqrt[4]{7} \Rightarrow (x+7)^2=\sqrt[4]{7} \Rightarrow x=-7\pm\sqrt[8]{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x)=-7\pm\sqrt[8]{7}$; $-7-\sqrt[8]{7}<-7$ - пост. корень.

$f(x)=-7+\sqrt[8]{7} \Rightarrow x^2+14x+42=-7+\sqrt[8]{7} \Rightarrow (x+7)^2=\sqrt[8]{7} \Rightarrow x=-7\pm\sqrt[16]{7}$

Ответ: $x=-7\pm\sqrt[16]{7}$

Задача 2

$x=2^1+2^0+2^{-1}+\ldots+2^{-2021}=2\cdot\dfrac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2023}}{1-\frac{1}{2}}=4-\dfrac{1}{2^{2021}}<4$;

$f(x)=\sqrt{2x+4\sqrt{2x-4}}+\sqrt{2x-4\sqrt{2x-4}}=\sqrt{(\sqrt{2x-4}+2)^2}+\sqrt{(\sqrt{2x-4}-2)^2}=$

$=|\sqrt{2x-4}+2|+|\sqrt{2x-4}-2|$; $3<x<4 \Rightarrow 2<2x-4<4 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{2}<\sqrt{2x-4}<2 \Rightarrow$ первый модуль „+"; второй „−" $\Rightarrow$

$\Rightarrow f(x)=\sqrt{2x-4}+2-\sqrt{2x-4}+2=4$

Ответ: 4

Чистовик 1

Задача 1

$f(x)=x^2+14x+42$; $x^2+14x+42=0 \Rightarrow x^2+14x+49=7 \Rightarrow (x+7)^2=7 \Rightarrow x=-7\pm\sqrt{7}$

$f(-7\pm\sqrt{7})=0$; $f(x, x\neq-7\pm\sqrt{7})\neq 0$

$f(f(f(f(x))))=0 \Rightarrow f(f(f(x)))=-7\pm\sqrt{7}$

$D(f)$: $x^2+14x+42=(x+7)^2-7 \Rightarrow f(x)\geqslant -7\ \forall x \Rightarrow -7-\sqrt{7}$ - посторон. корень

$f(f(f(x)))=-7+\sqrt{7}$; $x^2+14x+42=-7+\sqrt{7} \Rightarrow x^2+14x+49=\sqrt{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow (x+7)^2=\sqrt{7} \Rightarrow x=-7\pm\sqrt[4]{7} \Rightarrow f(f(x))=-7\pm\sqrt[4]{7}$; из $D(f)$

$-7-\sqrt[4]{7}<-7 \Rightarrow$ посторонний корень

$f(f(x))=-7+\sqrt[4]{7}$: $x^2+14x+42=-7+\sqrt[4]{7} \Rightarrow (x+7)^2=\sqrt[4]{7} \Rightarrow x=-7\pm\sqrt[8]{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x)=-7\pm\sqrt[8]{7}$; $-7-\sqrt[8]{7}<-7$ - пост. корень.

$f(x)=-7\pm\sqrt[8]{7} \Rightarrow x^2+14x+42=-7+\sqrt[8]{7} \Rightarrow (x+7)^2=\sqrt[8]{7} \Rightarrow x=-7\pm\sqrt[16]{7}$

Ответ: $x=-7\pm\sqrt[16]{7}$

Задача 2

$$x=2^1+2^0+2^{-1}+\ldots+2^{-2021}=2\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2023}}{1-\frac{1}{2}}=4-\frac{1}{2^{2021}}<4;$$

$$f(x)=\sqrt{2x+4\sqrt{2x-4}}+\sqrt{2x-4\sqrt{2x-4}}=\sqrt{(\sqrt{2x-4}+2)^2}+\sqrt{(\sqrt{2x-4}-2)^2}=$$

$=|\sqrt{2x-4}+2|+|\sqrt{2x-4}-2|$; $3<x<4 \Rightarrow 2<2x-4<4 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{2}<\sqrt{2x-4}<2 \Rightarrow$ первый модуль „+"; второй „–" $\Rightarrow$

$\Rightarrow f(x)=\sqrt{2x-4}+2-\sqrt{2x-4}+2=4$

Ответ: 4

Чистовик 2

Задача 3

$P(x)=x^5+Ax^4+Bx^3+Cx^2+Dx+E$

$P(-1)=-1+A-B+C-D+E=10 \Rightarrow A+C+E-(B+D)=11$

$P(1)=1+A+B+C+D+E=22 \Rightarrow A+C+E+(B+D)=21$ $-$

$2(B+D)=10 \Rightarrow B+D=5 \Rightarrow A+C+E=21-5=16$

т.к. все целые положительные $\Rightarrow$ для $B+D$ 4 варианта: $1+4$; $2+3$; $3+2$; $4+1$. Для $A+C+E$ рассмотрим переосмысление задачи в виде шариков и перегородок: Пусть есть 16 шариков, 2 перегородки; сколько шариков левее 1-й число A; сколько между 1-й и 2-й число C; правее 2-й число E. Так как $A, C, E > 0 \Rightarrow$ можно ставить перегородки только на 15 позиций между шариками без повторений, а это $C_{15}^{2}=\frac{15\cdot 14}{2}=105$ способов $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ всего $4\cdot 105=420$ таких многочленов.

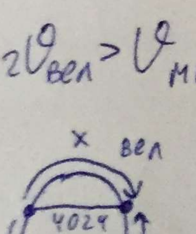
Ответ: 420

Задача 4

Обозначим $\vartheta_{вел}$ и $\vartheta_{мот}$ скорости велосипедиста и мотоциклиста; S - длину круга; скорости в $\frac{м}{мин}$; расстояние в метрах. Тогда по условию $\vartheta_{мот}=\frac{S}{34}$; $\frac{S}{68}<\vartheta_{вел}<\frac{S}{58} \Rightarrow$

$\Rightarrow 58\vartheta_{вел}<S<68\vartheta_{вел}$; $S=34\vartheta_{мот} \Rightarrow 58\vartheta_{вел}<34\vartheta_{мот}<68\vartheta_{вел} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\vartheta_{вел}>\vartheta_{мот}>\frac{29}{17}\vartheta_{вел}$. Рассмотрим движение навстречу:



Пусть велосипедист проехал x; мотоциклист $S-x$. Тогда $\frac{x}{\vartheta_{вел}}=\frac{S-x}{\vartheta_{мот}}$, т.к. выехали и встретились они одновременно.

Чистовик 2

Задача 3

$P(x) = x^5 + Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$

$P(-1) = -1 + A - B + C - D + E = 10 \Rightarrow A + C + E - (B + D) = 11$

$P(1) = 1 + A + B + C + D + E = 22 \Rightarrow A + C + E + (B + D) = 21$

$2(B + D) = 10 \Rightarrow B + D = 5 \Rightarrow A + C + E = 21 - 5 = 16$

т.к. все целые положительные $\Rightarrow$ для $B+D$ 4 варианта: $1+4$; $2+3$; $3+2$; $4+1$. Для $A+C+E$ рассмотрим переосмысление задачи в виде шариков и перегородок: Пусть есть 16 шариков, 2 перегородки; сколько шариков левее 1-й число A; сколько между 1-й и 2-й число C; правее 2-й число E. Так как $A, C, E > 0 \Rightarrow$ можно ставить перегородки только на 15 позиций между шариками без повторений, а это $C_{15}^2 = \frac{15 \cdot 14}{2} = 105$ способов $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ всего $4 \cdot 105 = 420$ таких многочленов.

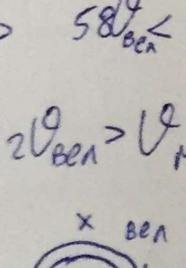
Ответ: 420

Задача 4

Обозначим $\vartheta_{вел}$ и $\vartheta_{мот}$ скорости велосипедиста и мотоциклиста; S - длину круга; скорости в $\frac{м}{мин}$; расстояние в метрах. Тогда по условию $\vartheta_{мот} = \frac{S}{34}$; $\frac{S}{68} < \vartheta_{вел} < \frac{S}{58} \Rightarrow$

$\Rightarrow 58\vartheta_{вел} < S < 68\vartheta_{вел}$; $S = 34\vartheta_{мот} \Rightarrow 58\vartheta_{вел} < 34\vartheta_{мот} < 68\vartheta_{вел} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\vartheta_{вел} > \vartheta_{мот} > \frac{29}{17}\vartheta_{вел}$. Рассмотрим движение навстречу:

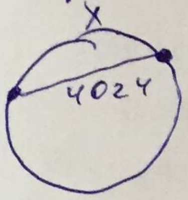


Пусть велосипедист проехал x; мотоциклист $S - x$. Тогда $\frac{x}{\vartheta_{вел}} = \frac{S - x}{\vartheta_{мот}}$, т.к. выехали и встретились они одновременно.

Чистовик 3

задача 4 продолжение.

Теперь рассмотрим движение в одном направлении.
Т.к. $v_{мот} < 2v_{вел}$ => когда велосипедист проедет круг, мотоциклист проедет меньше 2-х и ещё не обгонит. Т.к. $v_{мот} > \frac{29}{17} v_{вел}$ => к моменту, когда велосипедист проедет 1,5 круга, мотоциклист проедет минимум $\frac{29}{17} \cdot 1,5 = \frac{87}{34} = 2\frac{19}{34} > 2,5$ => точно обгонит => => встреча произойдёт в первой половине круга:



Т.к. окружности равны => длины меньших дуг, стягиваемых одинаковыми хордами тоже равны => велосипедист проедет $S+x$; мотоциклист $2S+x$ => $\frac{S+x}{v_{вел}} = \frac{2S+x}{v_{мот}}$, т.к. одно время.

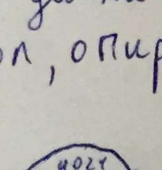
Заменим $v_{мот} = \frac{S}{34}$: $\begin{cases} \frac{x}{v_{вел}} = \frac{S-x}{\frac{S}{34}} \\ \frac{S+x}{v_{вел}} = \frac{2S+x}{\frac{S}{34}} \end{cases}$ => $\begin{cases} v_{вел} = \frac{Sx}{34(S-x)} \\ v_{вел} = \frac{S(S+x)}{34(2S+x)} \end{cases}$ =>

=> $\frac{\cancel{S}x}{34(S-x)} = \frac{\cancel{S}(S+x)}{34(2S+x)}$ => $x(2S+x) = (S+x)(S-x)$ =>

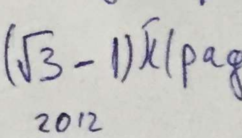
=> $2x^2 + 2Sx - S^2 = 0$; $D = 4S^2 + 8S^2 = 12S^2$ => $x_{1,2} = \frac{-2S \pm 2\sqrt{3}S}{4} =$

$= \frac{-S \pm \sqrt{3}S}{2} = \frac{\sqrt{3}S - S}{2}$, т.к. $\frac{-S-\sqrt{3}S}{2} < 0$, а $x > 0$ (расстояние)

Т.к. длина окружности S, а дуга $x = S \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ => центральный угол, опирающийся на неё $\frac{S \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{2}}{S} \cdot 2\pi = (\sqrt{3}-1)\pi$ (радиан)



Рассмотрим равнобедр. треугольник:



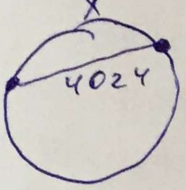
$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{2012}{r}$ => $r = \frac{2012}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{2012}{\sin(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\pi)}$

Ответ: $r = \frac{2012}{\sin(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\pi)}$

Чистовик 3

задача 4 продолжение.

Теперь рассмотрим движение в одном направлении. Т.к. $v_{мот} < 2v_{вел}$ => когда велосипедист проедет круг, мотоциклист проедет меньше 2-х и ещё не обгонит. Т.к. $v_{мот} > \frac{29}{17}v_{вел}$ => к моменту, когда велосипедист проедет 1,5 круга, мотоциклист проедет минимум $\frac{29}{17}\cdot 1,5 = \frac{87}{34} = 2\frac{19}{34} > 2,5$ => точно обгонит => => встреча произойдёт в первой половине круга:



Т.к. окружности равны => длины меньших дуг, стягиваемых одинаковыми хордами тоже равны => велосипедист проедет $S+x$; мотоциклист $2S+x$ => $\frac{S+x}{v_{вел}} = \frac{2S+x}{v_{мот}}$, т.к. одно время.

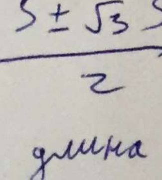
Заменим $v_{мот} = \frac{S}{34}$: $\begin{cases} \frac{x}{v_{вел}} = \frac{S-x}{\frac{S}{34}} \\ \frac{S+x}{v_{вел}} = \frac{2S+x}{\frac{S}{34}} \end{cases}$ => $\begin{cases} v_{вел} = \frac{Sx}{34(S-x)} \\ v_{вел} = \frac{S(S+x)}{34(2S+x)} \end{cases}$ =>

=> $\frac{\cancel{S}x}{34(S-x)} = \frac{\cancel{S}(S+x)}{34(2S+x)}$ => $x(2S+x) = (S+x)(S-x)$ =>

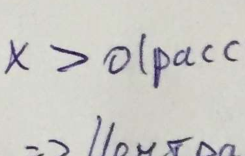
=> $2x^2 + 2Sx - S^2 = 0$; $D = 4S^2 + 8S^2 = 12S^2$ => $x_{1,2} = \frac{-2S \pm 2\sqrt{3}S}{4} =$

$= \frac{-S \pm \sqrt{3}S}{2} = \frac{\sqrt{3}S - S}{2}$, т.к. $\frac{-S-\sqrt{3}S}{2} < 0$, а $x > 0$ (расстояние)

Т.к. длина окружности S, а дуга $x = S\cdot\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ => Центральный угол, опирающийся на неё $\frac{S\cdot\frac{\sqrt{3}-1}{2}}{S}\cdot 2\pi = (\sqrt{3}-1)\pi$ (радиан)



Рассмотрим равнобедр. треугольник:



$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{2012}{r}$ => $r = \frac{2012}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{2012}{\sin(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\pi)}$

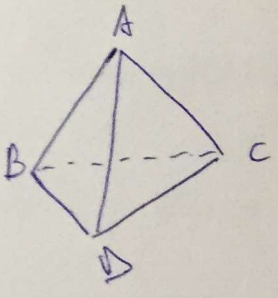
Ответ: $r = \frac{2012}{\sin(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\pi)}$

Н... 0 Г чистовик 4

Задача 7

Победу может обеспечить Вова:
Заметим, что все делители нечётного числа – нечётны => Первым ходом Катя уберёт нечётное число камней и станет чётное число одного цвета и нечётное другого. Тогда если чётное число оказалось 0, Вова может удалить всю оставшуюся кучу и выиграть, если же нет, то он может забрать из неё 1 камень и перед Катей снова будет 2 нечётных кучи. Поскольку игра конечна, Катя рано или поздно будет вынуждена закончить один из цветов и проиграет следующим ходом Вовы
Ответ: Вова.

Задача 6



Дано: $\angle BAC+\angle BAD+\angle CAD=\angle ABD+\angle ABC+\angle CBD$

$\angle BDC+\angle ADC+\angle ADB=\angle ACD+\angle ACB+\angle BCD$

$S_{ABD}+S_{ACD}=S$; $S_{пп}$ – ?

Решение:

$=180°-\angle ABD$

1) Сложим равенства: $\angle BAC+\angle BAD+\angle CAD+\angle BDC+\angle ADC+\angle ADB=$

$=180°-\angle ACD$

$=\angle ABD+\angle ABC+\angle CBD+\angle ACD+\angle ACB+\angle BCD$

$=180°-\angle BDC$

$=180°-\angle BAC$

Получаем: $\angle BAC+180°-\angle ABD+180°-\angle ACD+\angle BDC=\angle ABD+180°-$
$-\angle BAC+180°-\angle BDC+\angle ACD$

$\cancel{2\angle BAC}\ 2\angle BAC+2\angle BDC=2\angle ABD+2\angle ACD \ |:2$

$\angle BAC+\angle BDC=\angle ABD+\angle ACD$

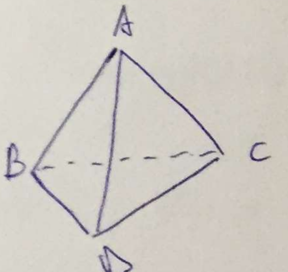
2) Из $\triangle ABC$ и $\triangle BCD$ построим 4-угольник $BACD_{(1)}$ с диаг. BC.

Н... чистовик 4

Задача 7

Победу может обеспечить Вова:
Заметим, что все делители нечётного числа — нечётны => Первым ходом Катя уберёт нечётное число камней и станет чётное число одного цвета и нечётное другого. Тогда если чётное число оказалось 0, Вова может удалить всю оставшуюся кучу и выиграть, если же нет, то он может забрать из неё 1 камень и перед Катей снова будет 2 нечётных кучи. Поскольку игра конечна, Катя рано или поздно будет вынуждена закончить один из цветов и проиграет следующим ходом Вовы
Ответ: Вова.

Задача 6



Дано: $\angle BAC + \angle BAD + \angle CAD = \angle ABD + \angle ABC + \angle CBD$
$\angle BDC + \angle ADC + \angle ADB = \angle ACD + \angle ACB + \angle BCD$

$S_{ABD} + S_{ACD} = S$; $S_{пп}$ — ?

Решение:

$= 180° - \angle ABD$

1) Сложим равенства: $\angle BAC + \angle BAD + \angle CAD + \angle BDC + \angle ADC + \angle ADB =$

$= 180° - \angle ACD$

$= \angle ABD + \angle ABC + \angle CBD + \angle ACD + \angle ACB + \angle BCD$

$= 180° - \angle BDC$

$= 180° - \angle BAC$

Получаем: $\angle BAC + 180° - \angle ABD + 180° - \angle ACD + \angle BDC = \angle ABD + 180° - \angle BAC + 180° - \angle BDC + \angle ACD$

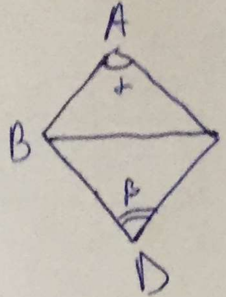
$2\angle BAC + 2\angle BDC = 2\angle ABD + 2\angle ACD \quad | : 2$

$\angle BAC + \angle BDC = \angle ABD + \angle ACD$

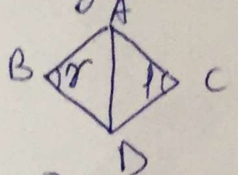
2) Из $\triangle ABC$ и $\triangle BCD$ построим 4-угольник $BACD$(1) с диаг. BC.

Чистовик 5

Задача 7 продолжение



3) Из $\triangle BAD$ и $\triangle ADC$ построим 4-угольник $BACD_{(2)}$, диагональ AD



4) Заметим из (1): $\alpha + \beta = \gamma + \varphi$ - противоположные углы 4-угольников. Кроме того у них равны все стороны (а значит и периметры)

5) По формуле $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d) - abcd\cos^2\frac{\alpha+\beta}{2}}$;

где p - полупериметр; α и β - противоположные углы;

но тогда т.к. $p_1 = p_2$; $a_1 = a_2$; $b_1 = b_2$; $c_1 = c_2$; $d_1 = d_2$; $\frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{\gamma+\varphi}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{BACD(1)} = S_{BACD(2)}$, $S_{BACD} = S_{BAD} + S_{ACD} = S$ (по условию)

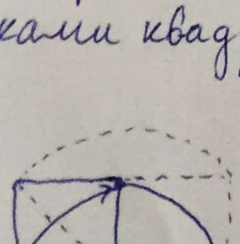
Значит $S_{п.п.} = S + S = 2S$

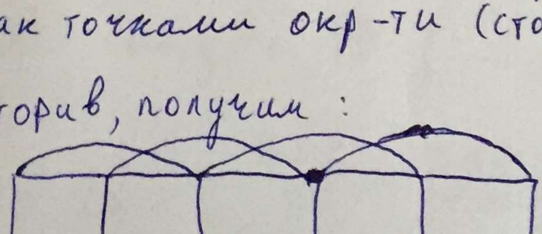
Ответ: $S_{п.п.} = 2S$.

Задача 5

1) Рассмотрим, как будет выглядеть окрашенная часть: проведём окр-ти с центрами в точке, около которой вращаем и точками квадрата как точками окр-ти (стороны останутся между):

Повторив, получим:



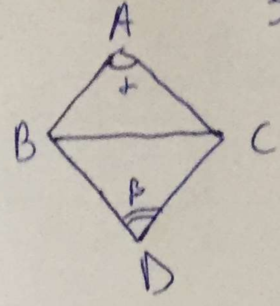


Необходимо найти площадь фигуры.

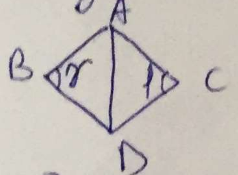
2) Пусть сторона квадрата x, тогда радиусы $x\sqrt{2}$ (т.к. диагонали квадрата). Для удобства расчётов возьмём 2:

Чистовик 5

Задача 7 продолжение



3) Из $\triangle$ BAD и $\triangle$ ADC построим 4-угольник BACD(2), диагональ AD



4) Заметим из (1): $\alpha + \beta = \gamma + \varphi$ - противоположные углы 4-угольников. Кроме того у них равны все стороны (а значит и периметры)

5) По формуле $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d) - abcd\cos^2\frac{\alpha+\beta}{2}}$,

где p - полупериметр; α и β - противоположные углы;

но тогда т.к. $p_1 = p_2$; $a_1 = a_2$; $b_1 = b_2$; $c_1 = c_2$; $d_1 = d_2$; $\frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{\gamma+\varphi}{2} \Rightarrow$

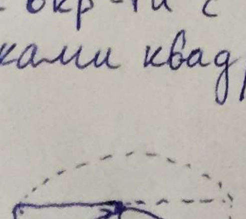
$\Rightarrow S_{BACD(1)} = S_{BACD(2)}$, $S_{BACD} = S_{BAD} + S_{ACD} = S$ (по условию)

Значит $S_{п.п.} = S + S = 2S$

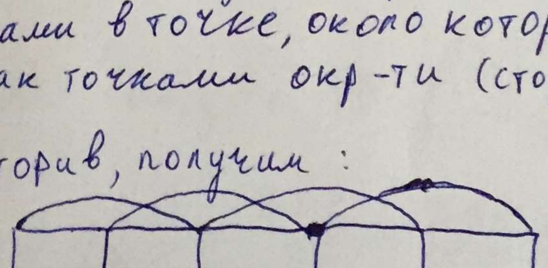
Ответ: $S_{п.п.} = 2S$.

Задача 5

1) Рассмотрим, как будет выглядеть окрашенная часть: проведём окр-ти с центрами в точке, около которой вращаем и точками квадрата как точками окр-ти (стороны останутся между):



Повторив, получим:

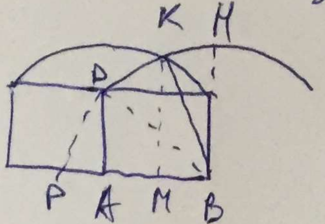


Необходимо найти площадь фигуры.

2) Пусть сторона квадрата x, тогда радиусы $x\sqrt{2}$ (т.к. диагонали квадрата). Для удобства расчётов возьмём 2:

Чистовик 6

Задача 5 прод.



3) Из симметрии $AM = MB = \frac{x}{2}$

4) $S_{окр} = \frac{\pi r^2}{2} = \pi x^2$; $\angle DBA = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{BDD} = \frac{1}{8} S_{окр} = \frac{\pi x^2}{8}$; $S_{\Delta APB} = \frac{x^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{APD} = \frac{\pi x^2}{8} - \frac{x^2}{2}$

5) В ΔBMK $\cos\angle KBM = \frac{\frac{x}{2}}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \angle KBM = \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle HBM = 90^\circ - \angle KBM = \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

6) $S_{BKH} = \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{S_{окр}}{2\pi} = \frac{x^2 \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}{2}$

7) $S_{BHKM} = S_{BMK} + S_{BKH} = \frac{x^2\sqrt{7}}{8} + \frac{x^2 \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}{2}$

8) $S_{HBP} = \frac{1}{4} S_{окр} = \frac{\pi x^2}{4} \Rightarrow S_{BHDA} = \frac{\pi x^2}{4} - \left(\frac{\pi x^2}{8} - \frac{x^2}{2}\right) = \frac{\pi x^2}{8} + \frac{x^2}{2}$

9) Заметим, что при k поворотах $2(k-1)$ первых и 2 вторых фигуры по краям.

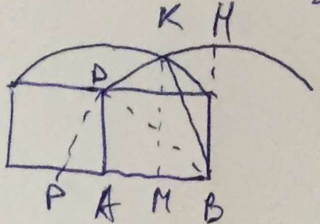
10) В 1-м случае $S_{общ} = 2 \cdot 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{7}}{8} + \frac{\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}{2}\right) + 2 \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}$

11) Во 2-м случае $S_{общ} = 2 \cdot 48 \cdot \left(\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2\sqrt{7}}{8} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2 \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}{2}\right) + 2 \cdot \frac{\pi \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2}{8} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{2} \Rightarrow \Delta S = \frac{3\sqrt{7}}{8} + \frac{3\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{1}{1} -$

$- \frac{3\sqrt{7}}{8} - \frac{3\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}{2} - \frac{\pi}{32} - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} + \frac{15}{32}\pi$

Ответ: $\frac{15}{16} + \frac{15}{32}\pi$

Чистовик 6
Задача 5 прод.



3) Из симметрии $AM = MB = \frac{x}{2}$

4) $S_{окр} = \frac{\pi r^2}{2} = \pi x^2$; $\angle DBA = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{BDP} = \frac{1}{8} S_{окр} = \frac{\pi x^2}{8}$; $S_{\Delta APB} = \frac{x^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{APD} = \frac{\pi x^2}{8} - \frac{x^2}{2}$

5) В ΔBMK $\cos \angle KBM = \frac{\frac{x}{2}}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \angle KBM = \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle HBM = 90^\circ - \angle KBM = \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

6) $S_{BKH} = \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{S_{окр}}{2\pi} = \frac{x^2 \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}{2}$

7) $S_{BHKM} = S_{BMK} + S_{BKH} = \frac{x^2\sqrt{7}}{8} + \frac{x^2 \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}{2}$

8) $S_{HBP} = \frac{1}{4} S_{окр} = \frac{\pi x^2}{4} \Rightarrow S_{BHDA} = \frac{\pi x^2}{4} - \left(\frac{\pi x^2}{8} - \frac{x^2}{2}\right) = \frac{\pi x^2}{8} + \frac{x^2}{2}$

9) Заметим, что при k поворотах $2(k-1)$ первых и 2 вторых фигуры по краям.

10) В 1-м случае $S_{общ} = 2 \cdot 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{7}}{8} + \frac{\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}{2}\right) + 2 \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}$

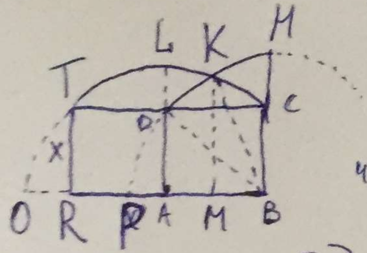
11) Во 2-м случае $S_{общ} = 2 \cdot 48 \cdot \left(\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2\sqrt{7}}{8} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2 \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}{2}\right) + 2 \cdot \frac{\pi \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2}{8} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{2} \Rightarrow \Delta S = \frac{3\sqrt{7}}{8} + \frac{3\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}{2} + \frac{\pi}{\cancel{2}} + \frac{1}{\cancel{1}} -$

$- \frac{3\sqrt{7}}{8} - \frac{3\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}{2} - \frac{\pi}{32} - \frac{1}{\cancel{1}6} = \frac{15}{16} + \frac{15}{32}\pi$

Ответ: $\frac{15}{16} + \frac{15}{32}\pi$

Черновик

Задача 5 продолжение.



3) В силу симметрии $AM = MB = \frac{x}{2}$;

4) $S_{окр} = \cancel{\ldots} = \pi\cdot\frac{(x\sqrt{2})^2}{2} = \cancel{\ldots}\,\pi x^2$; $\angle DBA = 45^\circ$ (BD-диаг.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{PDB} = \frac{1}{8}\cdot S_{окр} = \frac{\pi x^2}{4}$; $S_{\Delta ADB} = \frac{x^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{PDA} = \frac{\pi x^2}{4} - \frac{x^2}{2}$; 5) Рассмотрим ΔBMK:

$\cos\angle KBM = \frac{BM}{BK} = \frac{\frac{x}{2}}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow S_{KBP} = \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{S_{окр}}{2\pi} =$

$= \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{x^2}{2}$; $S_{\Delta KBM}$: $KM^2 = KB^2 - BM^2 = 2x^2 - \frac{x^2}{4} \Rightarrow KM = \frac{x\sqrt{7}}{2}$

$S_{\Delta KBM} = \frac{1}{2}\cdot\frac{x\sqrt{7}}{2}\cdot\frac{x}{2} = \frac{x^2\sqrt{7}}{8} \Rightarrow S_{KMAD} = S_{KBP} - S_{\Delta KBM} - S_{PDA} =$

$= \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot x\sqrt{2} - \frac{x^2\sqrt{7}}{8} - \left(\frac{\pi x\sqrt{2}}{4} - \frac{x^2}{2}\right) = \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot x\sqrt{2} + \frac{x^2}{2} - \frac{x^2\sqrt{7}}{8} - \frac{\pi x\sqrt{2}}{4}$.

6) $S_{ALO} = \frac{1}{4}S_{окр} = \frac{\pi x\sqrt{2}}{2}$; $S_{ORT} = S_{PDA} = \frac{\pi x\sqrt{2}}{4} - \frac{x^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ALTR} = S_{ALO} - S_{ORT} = \frac{\pi x\sqrt{2}}{2} - \left(\frac{\pi x\sqrt{2}}{4} - \frac{x^2}{2}\right) = \frac{\pi x\sqrt{2}}{4} + \frac{x^2}{2}$

~~7) Заметим, что если было произведено k поворотов, у нас будет 2(k+1) фигур вида~~

7) Рассмотрим $\angle KBH = 90^\circ - \angle KBM = \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$. Тогда $S_{BKH} = \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{S_{окр}}{2\pi} = \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot x\sqrt{2}$

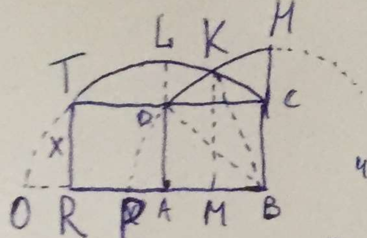
$S_{BMKH} = S_{BKH} + S_{\Delta BKM} = \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot x\sqrt{2} + \frac{x^2\sqrt{7}}{8}$

8) Заметим, что если било произведено k поворотов, будет $2(k-1)$ фигур вида BMKH и 2 по краям вида ALTR.

9) Тогда в 1-м случае: $x = 1$; $k = 4 \Rightarrow S_{общ} = 2\cdot 3\cdot\left(\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot x\sqrt{2} + \frac{x^2\sqrt{7}}{8}\right) + 2\cdot\left(\frac{\pi x\sqrt{2}}{4} + \frac{x^2}{2}\right)$

Черновик

Задача 5 продолжение.



3) В силу симметрии $AM = MB = \frac{x}{2}$;

4) $S_{окр} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi\cdot(x\sqrt{2})^2}{2} = \pi x^2$; $\angle DBA = 45^\circ$ (BD - диаг.) =>

$\Rightarrow S_{PDB} = \frac{1}{8}\cdot S_{окр} = \frac{\pi x^2}{\cancel{4}}$; $S_{\Delta ADB} = \frac{x^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{PDA} = \frac{\pi x^2}{\cancel{4}} - \frac{x^2}{2}$; 5) Рассмотрим ΔBMK:

$\cos\angle KBM = \frac{BM}{BK} = \frac{\frac{x}{2}}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow S_{KBP} = \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{S_{окр}}{2\pi} =$

$= \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{x^2}{2}$; $S_{\Delta KBM}$: $KM^2 = KB^2 - BM^2 = 2x^2 - \frac{x^2}{4} \Rightarrow KM = \frac{x\sqrt{7}}{2}$

$S_{\Delta KBM} = \frac{1}{2}\cdot\frac{x\sqrt{7}}{2}\cdot\frac{x}{2} = \frac{x^2\sqrt{7}}{8} \Rightarrow S_{KMAD} = S_{KBP} - S_{\Delta KBM} - S_{PDA} =$

$= \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot x\sqrt{2} - \frac{x^2\sqrt{7}}{8} - \left(\frac{\pi x\sqrt{2}}{4} - \frac{x^2}{2}\right) = \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot x\sqrt{2} +$

$+ \frac{x^2}{2} - \frac{x^2\sqrt{7}}{8} - \frac{\pi x\sqrt{2}}{4}$.

6) $S_{ALO} = \frac{1}{4}S_{окр} = \frac{\pi x\sqrt{2}}{2}$; $S_{ORT} = S_{PDA} = \frac{\pi x\sqrt{2}}{4} - \frac{x^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ALTR} = S_{ALO} - S_{ORT} = \frac{\pi x\sqrt{2}}{2} - \left(\frac{\pi x\sqrt{2}}{4} - \frac{x^2}{2}\right) = \frac{\pi x\sqrt{2}}{4} + \frac{x^2}{2}$

~~7) Заметим, что если было произведено k поворотов, у нас будет 2(k-1) фигур вида~~

7) Рассмотрим $\angle KBH = 90^\circ - \angle KBM = \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) =$

$= \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$. Тогда $S_{BKH} = \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{S_{окр}}{2\pi} = \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot x\sqrt{2}$

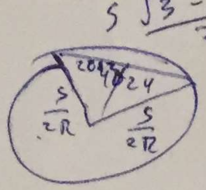
$S_{BMKH} = S_{BKH} + S_{\Delta BKM} = \arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot x\sqrt{2} + \frac{x^2\sqrt{7}}{8}$

8) Заметим, что если было произведено k поворотов, будет 2(k-1) фигур вида BMKH и 2 по краям вида ALTR.

9) Тогда в 1-м случае: $x = 1$; $k = 4 \Rightarrow S_{общ} = 2\cdot 3\cdot\left(\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot x\sqrt{2} + \frac{x^2\sqrt{7}}{8}\right) + 2\cdot\left(\frac{\pi x\sqrt{2}}{4} + \frac{x^2}{2}\right)$

$2\pi r = S \Rightarrow r = \frac{S}{2\pi}$

Черн



$x^2 = \frac{S^2}{4\pi^2} - 2012^2$

$2R \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{2} =$

$R(\sqrt{3}-1)$

2021

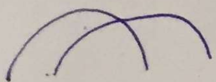
2021

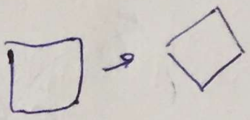
2021

2023

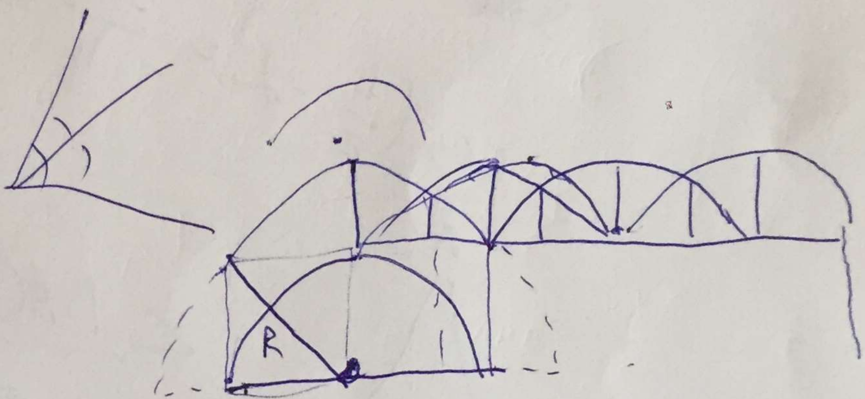
2022

2021

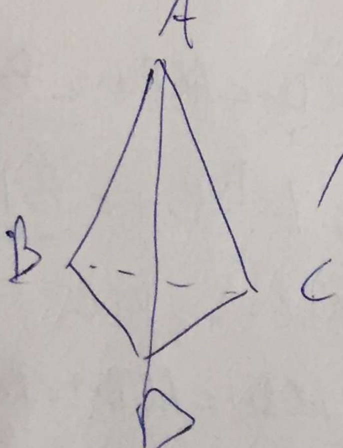


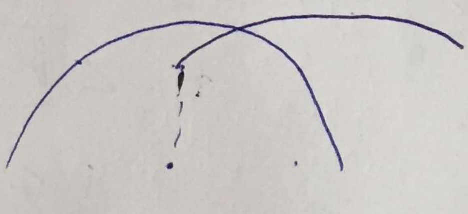


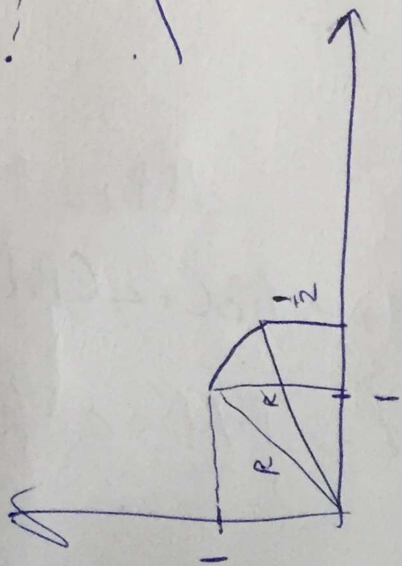
$\sqrt{2}$



$\sqrt{n}$



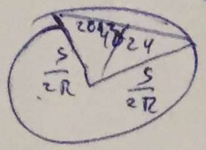




$2\pi r = S \Rightarrow r = \frac{S}{2\pi}$

Черн

$S\,\frac{\sqrt{3}-1}{2}$



$x^2 = \frac{S^2}{4\pi^2} - 2012^2$

$2R \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{2} =$

$R(\sqrt{3}-1)$

2021

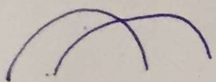
2021

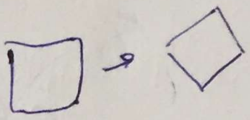
2021

2023

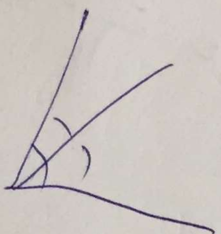
$\underline{2022}$

2021

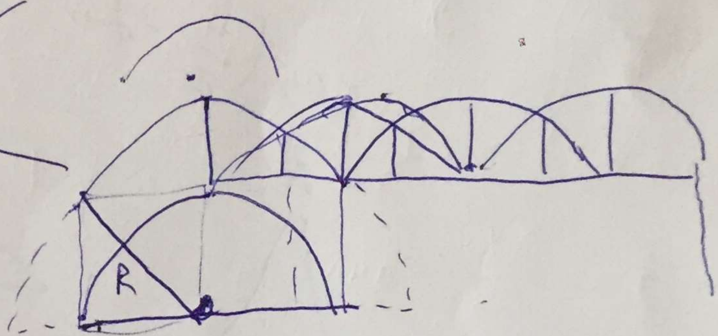


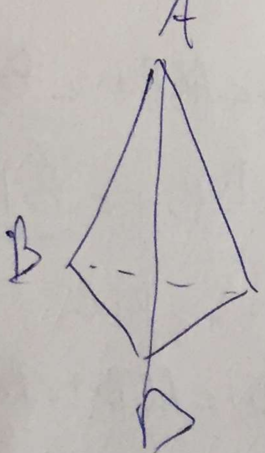


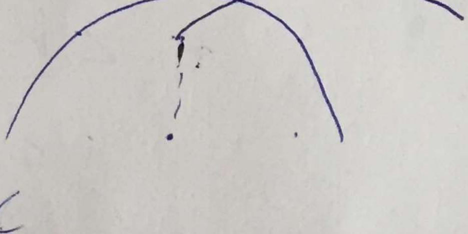
$\sqrt{2}$

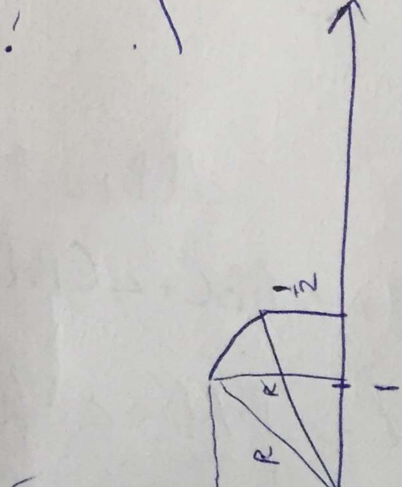


$\sqrt{n}$



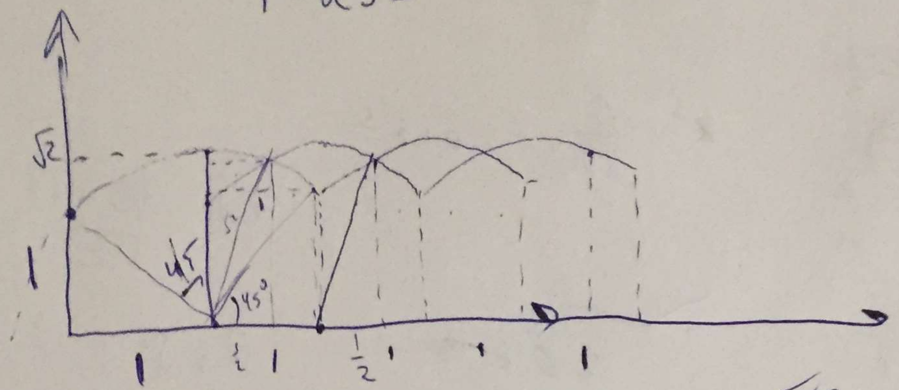






$2\pi \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{a\pi\sqrt{2}}{4}$ Черн

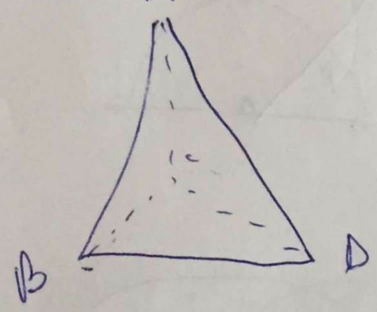
$r = a\sqrt{2}$



$\frac{1}{8} \Big\} 0$

$\cos\alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \to \sin\alpha = \frac{\sqrt{14}}{4}$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{14}}{4}$



$\angle BAC + \angle BAD + \angle CAD =$

$= \angle \boxed{ABD} + \angle ABC + \angle CBD$

$\angle \boxed{ACD} + \angle ACB + \angle BCD = \angle ADC +$

$+ \angle ADB + \angle BDC$

$\angle ABD + \angle ACD = \angle BAC + \angle BDC$

$\angle ABD + \angle ABC + \angle CBD + \angle ACD + \angle ACB + \angle BCD =$

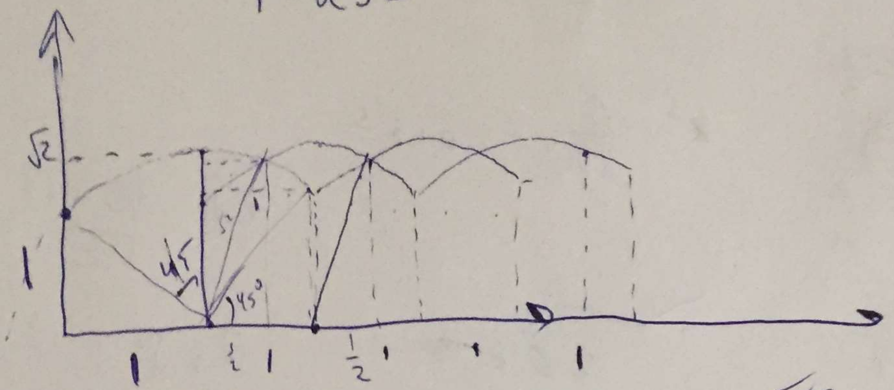
$= \angle BAC + \angle BAD + \angle CAD + \angle BDC + \angle ADB + \angle ADC$

$180° - \angle ACD$

$180° - \angle ABD$

$r = a\sqrt{2}$

$2\pi \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{a\pi\sqrt{2}}{4}$ Черн

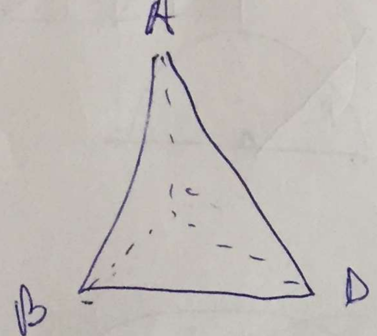


$\left.\frac{1}{8}\right\} \sigma$

$\cos\alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{14}}{4}$

~~sin~~

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{14}}{4}$



$\angle BAC + \angle BAD + \angle CAD =$

$= \angle \boxed{ABD} + \angle ABC + \angle CBD$

$\angle \boxed{ACD} + \angle ACB + \angle BCD = \angle ADC +$

$+ \angle ADB + \angle BDC$

$\angle ABD + \angle ACD = \angle BAC + \angle BDC$

$\angle ABD + \angle ABC + \angle CBD + \angle ACD + \angle ACB + \angle BCD =$

$= \angle BAC + \angle BAD + \angle CAD + \angle BDC + \angle ADB + \angle ADC$

$180° - \angle ACD$

$180° - \angle ABD$

черновик

$P(x) = x^5 + Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$

$P(-1) = -1 + A - B + C - D + E = 10 \Rightarrow A - B + C - D + E = 11$

$P(1) = 1 + A + B + C + D + E = 22 \Rightarrow A + B + C + D + E = 21$

$- \quad +$

$2B + 2D = 10 \Leftrightarrow B + D = 5 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} B=1;\ D=4 \\ B=2;\ D=3 \\ B=3;\ D=2 \\ B=4;\ D=1 \end{array}\right.$

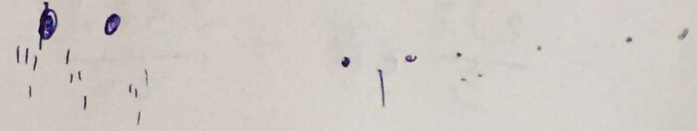
$2A + 2C + 2E = 32 \Rightarrow A + C + E = 16$

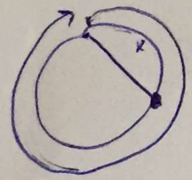
420

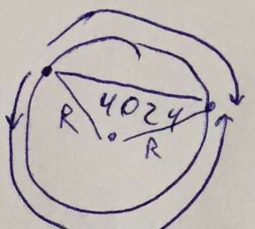
$A' + C' + E' = 13$

$\overline{C}_{14}^{2} = C_{15}^{2} = \frac{15 \cdot 14}{2} = 105$

$\overline{C}_{3}^{2} = C_{4}^{2} = 6$







$\frac{4(S+x)}{34(2S+x)} = \frac{8x}{34(S-x)}$

S

$\frac{S}{68} < \vartheta_{вел} < \frac{S}{58}$

$S^2 - x^2 = 2Sx + x^2$

$S^2 - 2Sx - 2x^2 = 0$

$\vartheta_{мот} = \frac{S}{34}$

$2x^2 + 2Sx - S^2 = 0$

$D = 4S^2 + 8S^2 = 12S^2$

$1{,}5\vartheta_{вел} < \vartheta_{мот} < 2\vartheta_{вел}$

$x_{1,2} = \frac{-2S \pm 2\sqrt{3}S}{4} = \frac{-S \pm \sqrt{3}S}{2}$

$\frac{S+x}{\vartheta_{вел}} = \frac{2S+x}{\vartheta_{мот}} = \frac{34(2S+x)}{S}$

$S\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$\frac{x}{\vartheta_{вел}} = \frac{S-x}{\vartheta_{мот}} = \frac{34(S-x)}{S}$

Черновик

$P(x) = x^5 + Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$

$P(-1) = -1 + A - B + C - D + E = 10 \Rightarrow A - B + C - D + E = 11$

$P(1) = 1 + A + B + C + D + E = 22 \Rightarrow A + B + C + D + E = 21$

$-$ $+$

$2B + 2D = 10 \Leftrightarrow B + D = 5 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} B=1;\ D=4 \\ B=2;\ D=3 \\ B=3;\ D=2 \\ B=4;\ D=1 \end{array}\right.$

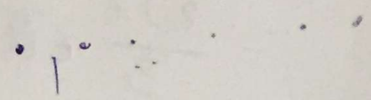
$2A + 2C + 2E = 32 \Rightarrow A + C + E = 16$

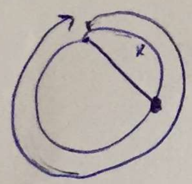
420

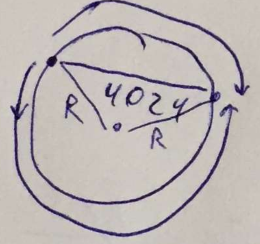
$A' + C' + E' = 13$

$\overline{C}_{14}^{2} = C_{15}^{2} = \frac{15 \cdot 14}{2} = 105$

$\overline{C}_3^2 = C_4^2 = 6$







$\frac{\cancel{3}(S+x)}{34(2S+x)} = \frac{8x}{34(S-x)}$

S

$\frac{S}{68} < \vartheta_{вел} < \frac{S}{58}$

$S^2 - x^2 = 2Sx + x^2$

$S^2 - 2Sx - 2x^2 = 0$

$\vartheta_{мот} = \frac{S}{34}$

$2x^2 + 2Sx - S^2 = 0$

$D = 4S^2 + 8S^2 = 12S^2$

$1{,}5\vartheta_{вел} < \vartheta_{мот} < 2\vartheta_{вел}$

$x_{1,2} = \frac{-2S \pm 2\sqrt{3}\,S}{4} = \frac{-S \pm \sqrt{3}\,S}{2}$

$\frac{S+x}{\vartheta_{вел}} = \frac{2S+x}{\vartheta_{мот}} = \frac{34(2S+x)}{S}$

$S\,\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$\frac{x}{\vartheta_{вел}} = \frac{S-x}{\vartheta_{мот}} = \frac{34(S-x)}{S}$

Черн

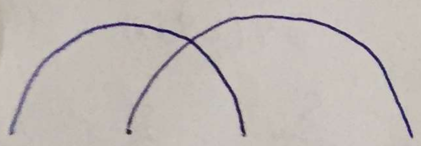
$$p = 1 = 12x \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

$$48 \cdot 2 \cdot \cancel{\pi} \left(\frac{\sqrt{2}}{12} \arccos \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2 \cdot 12^2} - \frac{\sqrt{7}}{8 \cdot 12^2} - \frac{\pi\sqrt{2}}{48} \right) -$$

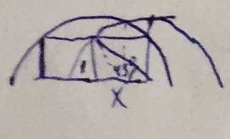
$$+ 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot \sqrt{2}}{48} + \frac{1}{2 \cdot 12^2} \right) = 8\sqrt{2} \arccos \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{7}}{12} - 2\pi\sqrt{2} +$$

$$+ \frac{\pi\sqrt{2}}{24} + \frac{1}{144} + \pi\sqrt{2} - 4 - 6\sqrt{2} \arccos \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{3\sqrt{7}}{4} =$$

$$= \frac{2\sqrt{7}}{3} \cancel{\pi} - \frac{23\pi\sqrt{2}}{24} + 2\sqrt{2}\, \text{arc}$$



$$\frac{1}{8} \cdot 2\pi \cdot x\sqrt{2} = \frac{\pi x \sqrt{2}}{4}$$



$$\boxed{S_1 = \frac{\pi x \sqrt{2}}{4} - \frac{x^2}{2}}$$

Черг

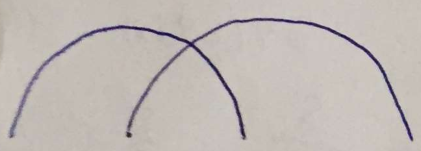
$$p = 1 = 12x \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

$$48\cdot 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{12}\arccos\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\cdot 12^2} - \frac{\sqrt{7}}{8\cdot 12^2} - \frac{\pi\sqrt{2}}{48}\right) -$$

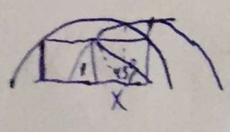
$$+ 2\cdot\left(\frac{\pi\cdot\sqrt{2}}{48} + \frac{1}{2\cdot 12^2}\right) = 8\sqrt{2}\arccos\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{7}}{12} - 2\pi\sqrt{2} +$$

$$+ \frac{\pi\sqrt{2}}{24} + \frac{1}{144} + \pi\sqrt{2} - 4 - 6\sqrt{2}\arccos\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{3\sqrt{7}}{4} =$$

$$= \frac{2\sqrt{7}}{3} - \frac{23\pi\sqrt{2}}{24} + 2\sqrt{2}\,\mathrm{arc}$$



$$\frac{1}{8}\cdot 2\pi\cdot x\sqrt{2} = \frac{\pi x\sqrt{2}}{4}$$



$$\boxed{S_1 = \frac{\pi x\sqrt{2}}{4} - \frac{x^2}{2}}$$

Черновик

Задача 5 продолжение

$$S_{общ} = 6\sqrt{2}\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + \frac{3\sqrt{7}}{4} + \frac{\pi\sqrt{2}}{4} + 1$$

10) Во 2-м случае: $k=49$; $x=\frac{1}{4}$ (у квадрата 4 стороны)

$$S_{общ} = 2\cdot 48\cdot\left(\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{1}{4}\cdot\sqrt{2} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot\sqrt{7}}{8}\right) + 2\cdot\left(\frac{\pi\cdot\frac{1}{4}\sqrt{2}}{4} + \left(\frac{\frac{1}{4}}{2}\right)^2\right) =$$

$$= 24\sqrt{2}\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$$

Черновик

Задача 5 продолжение

$$S_{общ} = 6\sqrt{2}\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + \frac{3\sqrt{7}}{4} + \frac{\pi\sqrt{2}}{4} + 1$$

10) Во 2-м случае: $k = 49$; $x = \frac{1}{4}$ (у квадрата 4 стороны)

$$S_{общ} = 2 \cdot 48 \cdot \left(\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{1}{4} \cdot \sqrt{2} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \sqrt{7}}{8}\right) + 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot \frac{1}{4}\sqrt{2}}{4} + \left(\frac{\frac{1}{4}}{2}\right)^2\right) =$$

$$= 24\sqrt{2}\arcsin\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$$

Черновик

$f(x) = x^2 + 14x + 42 = (x+7)^2 - 7 = 0 \Rightarrow (x+7)^2 = 7 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+7=\sqrt{7} \\ x+7=-\sqrt{7} \end{array}\right.$

$x = -7 \pm \sqrt{7}$

$f(f(f(f(x)))) = 0$

$f(-7 \pm \sqrt{7}) = 0$

$\left[\begin{array}{l} f(f(f(x))) = -7+\sqrt{2} \\ \qquad = -7-\sqrt{7} \ \varnothing \end{array}\right.$

$x^2 + 14x + 42 = -7 + \sqrt{7}$

$x^2 + 14x + 49 = \sqrt{7}$

$(x+7)^2 = \sqrt{7}$ $\quad x = -7 \pm \sqrt[4]{7}$

$\frac{29}{17} \cdot \frac{3}{2} = \frac{87}{34} = 2\frac{19}{34} > 2,5$ $\quad -7 + \sqrt[8]{7} \quad -7 + \sqrt[16]{7}$

$$x = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{2021}} = 2 \cdot \frac{1 - \frac{1}{2^{2023}}}{1 - \frac{1}{2}} =$$

$$= 4 - \frac{1}{2^{2022}}$$

$$\sqrt{8 - \frac{1}{2^{2021}} + 4\sqrt{4 - \frac{1}{2^{2021}}}}$$

$$t^2 = 2x + 4\sqrt{2x-4} + 2x - 4\sqrt{2x-4} + 2\sqrt{4x^2 - 32x + 64} =$$

$$= 4x + 4\sqrt{x^2 - 8x + 16} = 4x + 4|x-4|; \ x < 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow = 4x + 16 - 4x = 16 \Rightarrow t = \pm 4 \Rightarrow t = 4$$

$$\sqrt{6 + 4\sqrt{2}} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$$

$2\sqrt{}$

$2; \sqrt{2}$

$$2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 4$$

$$\left(\sqrt{2x-4} + 2\right)^2$$

$2 + 1 + \frac{1}{2}$

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d) - 4abcd\cos^2\frac{\alpha+\beta}{2}}$$

$$2 \cdot \frac{1 - \frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{7}{2}$$

Черновик

$f(x) = x^2+14x+42 = (x+7)^2-7 = 0 \Rightarrow (x+7)^2 = 7 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+7=\sqrt{7} \\ x+7=-\sqrt{7} \end{array}\right.$

$x = -7 \pm \sqrt{7}$

$f(f(f(f(x)))) = 0$

$f(-7 \pm \sqrt{7}) = 0$

$\left[\begin{array}{l} f(f(f(x))) = -7+\sqrt{2} \\ \quad = -7-\sqrt{7} \ \varnothing \end{array}\right.$

$x^2+14x+42 = -7+\sqrt{7}$

$x^2+14x+49 = \sqrt{7}$

$(x+7)^2 = \sqrt{7}$ $x = -7 \pm \sqrt[4]{7}$

$\frac{29}{17} \cdot \frac{3}{2} = \frac{87}{34} = 2\frac{19}{34} > 2,5$ $-7+\sqrt[8]{7}$ $-7+\sqrt[16]{7}$

$x = 2+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2^{2021}} = 2 \cdot \frac{1-\frac{1}{2^{2023}}}{1-\frac{1}{2}} =$

$= 4 - \frac{1}{2^{2022}}$

$\sqrt{8-\frac{1}{2^{2021}}+4\sqrt{4-\frac{1}{2^{2021}}}}$

$t^2 = 2x+4\sqrt{2x-4}+2x-4\sqrt{2x-4}+2\sqrt{4x^2-32x+64} =$

$= 4x+4\sqrt{x^2-8x+16} = 4x+4|x-4|; \ x<4 \Rightarrow$

$\Rightarrow = 4x+16-4x = 16 \Rightarrow t = \pm 4 \Rightarrow t = 4$

$\sqrt{6+4\sqrt{2}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}$

2π

$2; \sqrt{2}$

$2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2} = 4$

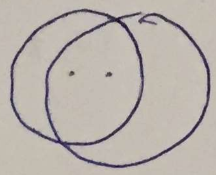
$\left(\sqrt{2x-4}+2\right)^2$

$2+1+\frac{1}{2}$

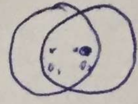
$2 \cdot \frac{1-\frac{1}{8}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{7}{2}$

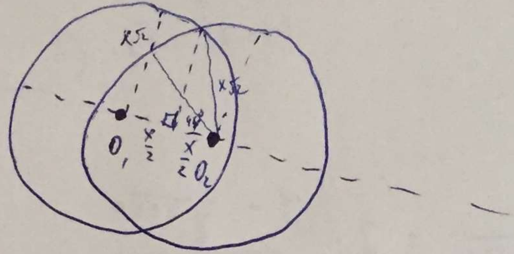
$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)-4abcd\cos^2\frac{\alpha+\beta}{2}}$

Черновик



$$2x^2 - \frac{x^2}{4} = \frac{7x^2}{4}$$





$$x^2+y^2=r^2$$

$$y=\sqrt{r^2-x^2}$$

$$\int_0^{\frac{r}{2\sqrt2}} \sqrt{r^2-x^2}\,dx$$

$$S_1 = \frac{2R\cdot x\sqrt2}{8} = \frac{Rx\sqrt2}{4}$$

~~tg α~~ $\cos\alpha = \frac{1}{2\sqrt2}$

$$\frac{2Rx\sqrt2}{4}=\frac{Rx\sqrt2}{2}$$

$$\boxed{\frac{Rx\sqrt2}{4}-\frac{x^2}{2}}$$

$$\frac{\arccos\frac{1}{2\sqrt2}}{2\pi}\cdot 2R\cdot x\sqrt2 - \frac{x}{2}\cdot \frac{x\sqrt7}{2}\cdot\frac12 - \frac{Rx\sqrt2}{4}+\frac{x^2}{2} =$$

$$= x\sqrt2\cdot\arccos\frac{1}{2\sqrt2}+\frac{x^2}{2}-\frac{x^2\sqrt7}{8}-\frac{Rx\sqrt2}{4}$$

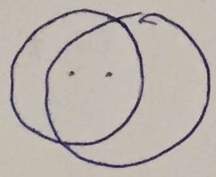
$$2\left(\underbrace{\frac{Rx\sqrt2}{2}-\frac{Rx\sqrt2}{4}}_{\frac{Rx\sqrt2}{4}}+\frac{x^2}{2}\right)+6\cdot\left(\arccos\frac{1}{2\sqrt2}\cdot x\sqrt2+\frac{x^2}{2}-\frac{x^2\sqrt7}{8}-\frac{Rx\sqrt2}{4}\right)=$$

$$-Rx\sqrt2$$

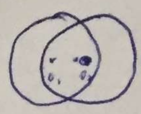
$$=\frac{Rx\sqrt2}{2}-\frac{3Rx\sqrt2}{2}+4x^2+6\arccos\frac{1}{2\sqrt2}\cdot x\sqrt2-\frac{3x^2\sqrt7}{4}$$

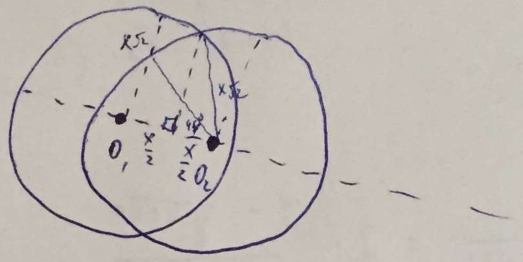
$$\frac{R\sqrt2}{2}-\frac{3R\sqrt2}{2}\quad \boxed{-R\sqrt2+4+6\sqrt2\arccos\frac{1}{2\sqrt2}-\frac{3\sqrt7}{4}}$$

Черновик



$2x^2 - \frac{x^2}{4} = \frac{7x^2}{4}$





$x^2 + y^2 = r^2$

$y = \sqrt{r^2 - x^2}$

$\int_0^{\frac{r}{2\sqrt2}} \sqrt{r^2 - x^2}\, dx$

$S_1 = \frac{2R\cdot x\sqrt2}{8} = \frac{Rx\sqrt2}{4}$ ~~tg α~~ $\cos\alpha = \frac{1}{2\sqrt2}$

$\frac{2Rx\sqrt2}{4} = \frac{Rx\sqrt2}{2}$

$\boxed{\frac{Rx\sqrt2}{4} - \frac{x^2}{2}}$

$\arccos\frac{1}{2\sqrt2}\cdot x\sqrt2 - \frac{x}{2}\cdot \cancel{x\sqrt2}\,\frac{x\sqrt7}{2}\cdot\frac{1}{2} - \frac{Rx\sqrt2}{4} + \frac{x^2}{2} =$

$\frac{\quad}{2\pi}\cdot 2R$

$= x\sqrt2\cdot\arccos\frac{1}{2\sqrt2} + \frac{x^2}{2} - \frac{x^2\sqrt7}{8} - \frac{Rx\sqrt2}{4}$

$2\left(\underbrace{\frac{Rx\sqrt2}{2} - \frac{Rx\sqrt2}{4}}_{\frac{Rx\sqrt2}{4}} + \frac{x^2}{2}\right) + 6\cdot\left(\arccos\frac{1}{2\sqrt2}\cdot x\sqrt2 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^2\sqrt7}{8} - \frac{Rx\sqrt2}{4}\right) =$

$- Rx\sqrt2$

$= \frac{Rx\sqrt2}{2} - \frac{3Rx\sqrt2}{2} + 4x^2 + 6\arccos\frac{1}{2\sqrt2}\cdot x\sqrt2 - \frac{3x^2\sqrt7}{4}$

$\frac{R\sqrt2}{2} - \frac{3R\sqrt2}{2}$ $\boxed{-R\sqrt2 + 4 + 6\sqrt2\arccos\frac{1}{2\sqrt2} - \frac{3\sqrt7}{4}}$