



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

**ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА**

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Потапенко Степан Андреевич**

Класс: **8**

Технический балл: **68**

Дата проведения: **19 марта 2021 года**

Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике  
2020/2021 учебный год  
Заключительный этап

ФИО участника: Потапенко Степан Андреевич

7-8 классы

<b>Задача 1</b>	<b>Задача 2</b>	<b>Задача 3</b>	<b>Задача 4</b>	<b>Задача 5</b>	<b>Задача 6</b>	<b>Сумма*</b>
16 баллов	16 баллов	16 баллов	16 баллов	0 баллов	0 баллов	68 баллов

\* К сумме баллов по всем задачам добавлялось 4 балла в случае, если в работе есть хотя бы одна верно решённая задача.



## Чистовик

№2

Пусть изн. число  $= x \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4x = n^2 \Rightarrow x = \left(\frac{n}{2}\right)^2 \Rightarrow x = k^2, k \in \mathbb{N}.$$

Тогда посмотрим на все двузначные квадраты:

$$4 \cdot 16 \neq 64^2$$

$$4 \cdot 25 \neq 52^2$$

$$4 \cdot 36 \neq 63^2$$

$$4 \cdot 49 \neq 84^2$$

$$4 \cdot 64 \neq 46^2$$

$$4 \cdot 81 = 18^2$$

$\Rightarrow$  Ваня загадал 81.

из чистовик  
 Пусть в интересной числе есть  
 или больше

2 различных простых множителя

⇒ Возьмём наибольший из них (пусть  $p$ )  
 Тогда все ~~множители~~ делители, меньшие  $p$

и не равные 1 не являются делителями  $p \Rightarrow$  так как

у нас есть делитель, больший  $L$ ,  
 и меньший  $p$ , то тогда условие

не выполняется. Тогда все интересные  
 числа имеют вид  $p^k$ , причём  $k \geq 1$

Посмотрим на эти числа от 20 до 90:

- |               |               |              |              |                |
|---------------|---------------|--------------|--------------|----------------|
| $2^1 = 2 -$   | $3^1 = 3 -$   | $5^2 = 25 +$ | $7^2 = 49 +$ | $11^2 = 121 -$ |
| $2^2 = 4 -$   | $3^2 = 9 -$   | $6^2 = 36 -$ | $8^2 = 64 +$ |                |
| $2^3 = 8 +$   | $3^3 = 27 +$  |              | $9^2 = 81 +$ |                |
| $2^4 = 16 -$  | $3^4 = 81 +$  |              |              |                |
| $2^5 = 32 +$  | $3^5 = 243 -$ |              |              |                |
| $2^6 = 64 +$  |               |              |              |                |
| $2^7 = 128 -$ |               |              |              |                |

⇒ всего таких чисел 6:

- 32, 64, 27, 81, 25, 49.

✓4

Чистовик.

$$(x+1)^2 + (x+3)^2 + \dots + (x+2021)^2 = x^2 + (x-2)^2 + (x-4)^2 + \dots + (x-2020)^2$$

$$2011x^2 + 2x(1+3+\dots+2021) + 1^2+3^2+\dots+2021^2 = 1011x^2 - 2x(2+4+\dots+2020) + 0^2+2^2+4^2+\dots+2020^2$$

$$2x(1+2+\dots+2021) + (0+1)^2 + (2+1)^2 + \dots + (2020+1)^2 = 0^2 + 2^2 + \dots + 2020^2$$

$$2x(1+2+\dots+2021) = -2(1+4+9+\dots+2020) - 2021$$

$$2x \cdot \frac{2021 \cdot 2022}{2} = -2 \left( \frac{1010 \cdot 1011}{2} \right) - 2021$$

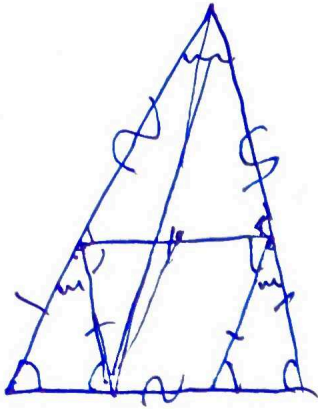
$$2x \cdot 2021 = -2021$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2} = -0,5$$

Чистовик

нф



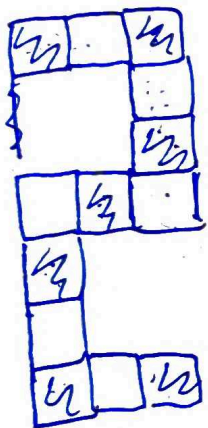


# Чистовик

№6

Заметим, что достаточно посчитать все варианты расположения ~~в~~ всех одноклеточных карточек.

Заметим, что минимум по 1 карточка должно быть в каждой "2". Тогда покрасим её в шахм. раскраску:



Тогда ~~карточка~~ клетка должна стоять ровно в закрашенной клетке: тогда у нас есть ровно 7 способов выбрать закрашенную клетку. Т.е. чтобы выбрать 2.

Дальше в оставшиеся клетки должны быть тогда для каждой <sup>число способов</sup> выбрать 2 клетки будет <sup>офной</sup> фигуре:

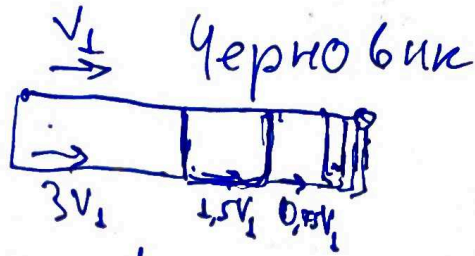
$9^2$ . Для "1": 10. А для 2-ух:  $0+1+3+...$   
 $+ 6 + 10 + 15 + 21 = 56$  Т.е. число способов:

$$7^2 \cdot (2 \cdot 56 + 9^2 + 10) = 9983.$$



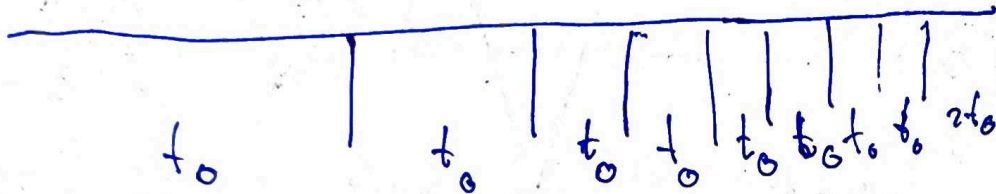
$$\Sigma_1 = \Sigma_2$$

$$\Sigma M_L = V_2 H.$$



$$t_{\text{ср}} = \frac{t_L}{6}$$

5/4  
42  $\frac{24}{+24}$



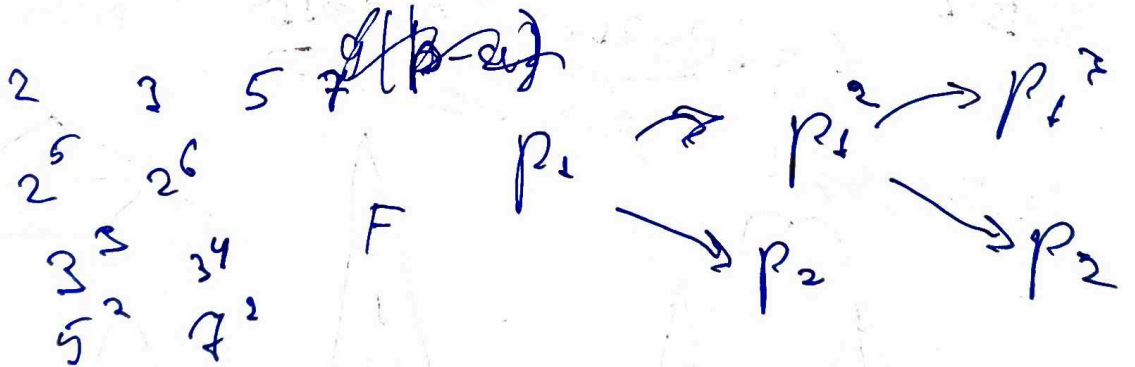
x 14  
21

$$i - 4(10a + b) = (10b + a)^2$$

$$40a + 4b = 100b^2 + 20ab + a^2$$

1 2 4 5

$$10a + b = 9a + 9b$$



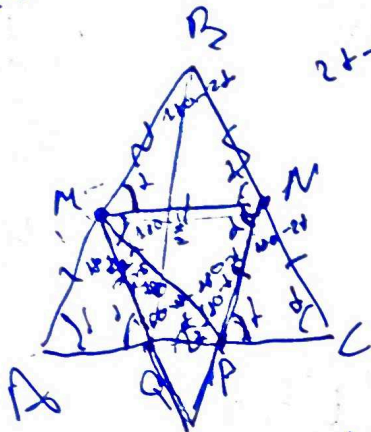
$$(x+1)^2 + (x+3)^2 + \dots =$$

$$2x(1+2+3+\dots+2021) = 2^2 - 1^2 + 4^2 - 3^2 + \dots - 2021^2$$

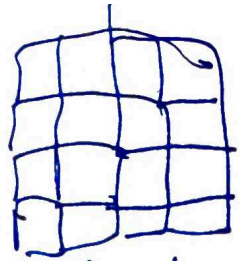
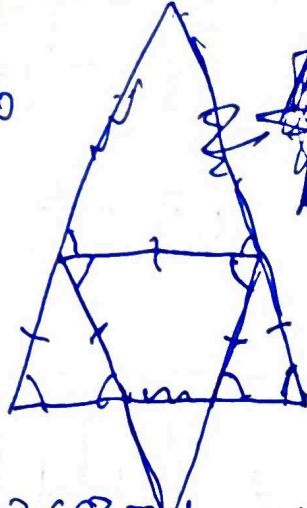
$$x = \frac{2^2 - 1^2 + 4^2 - 3^2 + \dots - 2021^2}{2(1+2+\dots+2021)}$$

$150k - 150 + 150 - 2x$   
 $+ 150 - 2x$

4e prob ok



$2x - 150$



$\frac{1+x}{2}$   
 $2021$   
 $2022 =$   
 $2$   
 $= 1011$

$180 - \alpha = 360$   
 $\alpha = 180$



$2(1 + 3 + 5 + \dots + 2021) = S$   
 $x \left( \frac{2021 \cdot 2022}{2} + 2022 \right) + 2022 = S$

$x \cdot 2021 \cdot 1011 = -2022 - 2 \cdot 1011^2$

$x = -\frac{1}{1011} - \frac{2 \cdot 1011}{2021}$   
 $x = -\frac{2021 + 2 \cdot 1011^2}{2021 \cdot 1011}$

$26 + 18 + 8 =$   
 $2 \cdot 26 + 26 = 24 \cdot 2 + 4$

$7.7 (C_9^2 + \dots)$

