МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Труфанова София Павловна**

Класс: **11**

Технический балл: **75**

Дата проведения: **21 марта 2021 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6	7
Оценка	15	15	15	0	15	0	15

1. $f(x) = x^2+6x+6$. a_1 a_2

$x^2+5x+6=0$?

$f(f(f(f(f(x))))) = 0$

2. $\boxed{210204}$

$x = 2^2+2^1+2^0+\ldots+2^{-2021}$.

Черновик.

~~f(f(f~~ $\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} = A$

$\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} \cdot \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} =$

$= \sqrt{x^2-16(x-4)} = \sqrt{x^2-16x+64} =$ $\cancel{|x-8|} = 8-x$.

$A^2 = x+4\sqrt{\cancel{x+4}} + x - 4\sqrt{\cancel{x-4}} + 2(x-8) =$

$= 2x+2x-16 = 4x-16$

$2^n = \cancel{2}+(1+2^0 \ldots +2^{-?})$

$A = \cancel{2}\sqrt{4(x-4)} = 2\sqrt{x-4}$.

$\cancel{\frac{1}{4}\ 2 = \frac{1}{2}+1}$ $\quad 2^0+2^1=2^2-1$

$A = 2\sqrt{2^1+2^0+\ldots+2^{-2021}} =$

$= \frac{2\sqrt{(2^1+2^0+\ldots+2^{-2021})\,2^{2022}}}{2^{2011}} = \frac{2\sqrt{2^{2}+2^2+\ldots+2^{2023}}}{2^{2010}} =$

$= \frac{\sqrt{2^{2024}-1}}{2^{2010}} = \frac{\sqrt{2^{2024}-2}}{2^{2010}}$

$x = \left(4+2+1+\ldots+\frac{1}{2^{2021}}\right)\cdot\frac{2^{2021}}{2^{2021}} = \frac{2^{2023}+\ldots+1}{2^{2021}} =$

$= \frac{2^{2024}-1}{2^{2021}} \vee 2^3$

$2^{2024}-1 \vee 2^{2024}$

$A^2 = x+4\sqrt{\cancel{x-4}}+x-4\sqrt{\cancel{x-4}}+$

$+2(8-x) =$

$= 16$

$\left[\begin{array}{l} A=4 \quad (A>0) \\ A=-4 \ \times \end{array}\right.$

$A=4$

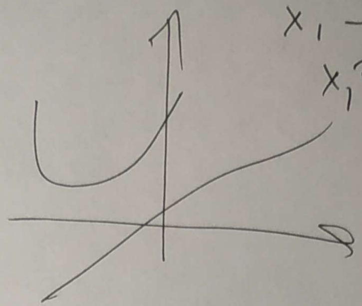
1.

$$f(f(f(f(f(x))))) = 0$$

y_1

x_1 – корень

$x_1^2+6x+6=0$



Черновик.

210204

$f(f(x))=0$

$f(x_1)=0$

$f(x_2)=0$

$$\left[\begin{array}{l} f(x)=x_1 \\ f(x)=x_2 \end{array}\right.$$

$P(-1) = -1 + A - B + C - D + E = 11$

$P(x) = x^5 + Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E.$

$2A+2C+2E=32.$

$A+C+E=16$

$\Downarrow$

$B+D=5$

$C_4^1 = 4.$

$C_{15}^2 = \frac{15\cdot 14}{2} = 15\cdot 7 = 105. \Rightarrow 420 = 4\cdot 105.$

№4. $T=38$

$64<t<76$

$\times\begin{array}{r}38\\2\\\hline 76\end{array}$

N – „остан."

$t=(N-1)T.$

$64 \le (N-1)38 \le 76$

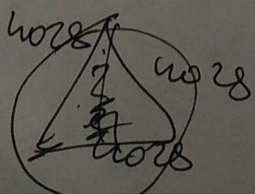
$1 < N-1 \le 2$

$2<N\le 3$

$N=3.$

$\frac{(N-1)LT}{L} = \frac{L\cdot t}{L} = t.$

Тогда:



2.

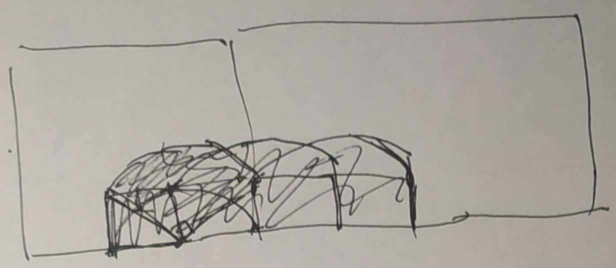
$\frac{S_1}{S_2}$ - ?

$\frac{p}{2}=1$

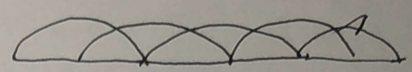
$p=2$

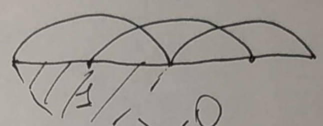
Черновик

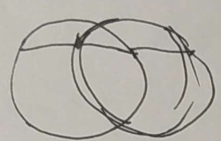
$\boxed{210204}$



$\frac{1}{4}\pi 2 = \frac{\pi}{2}$



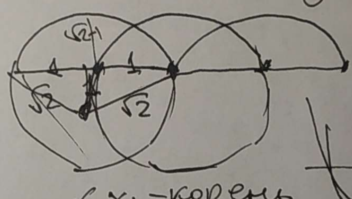


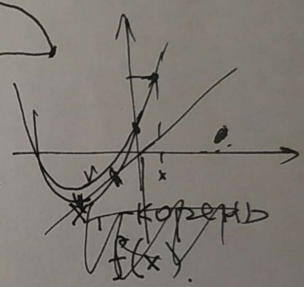


$f(g(0))=0$

$f(g(x))=x$

$\cancel{g(x)=f(f(x))}$





$f(x)=x^2+6x+6$

$f(f(x))=0.$ x - ?

$f(x)=x$

$f(x)-x=0$

$x^2+6x+6=x$

$x^2+5x+6=0$

$(x+2)(x+3)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-3 \end{array}\right.$?

$\cancel{f(f(-2))}=0$

x_1 - корень

$f(f(f(f(f(x)))))=0.$

$f(\underbrace{f(f(f(x)))}_{y_1})-x_1=0$

x_1 - корень

$f(x)-x_1=0$

a_1 - корень

$f(x)$.

$f(\underbrace{f(f(x))}_{z_1})-y_1=0.$

$\cancel{f(f(\underbrace{f(x)}_{a_1})-z_1=0.}$

$\cancel{f(a_1)=f(x_1)}$

$\cancel{f(\ldots)-x=0-x}$

$\cancel{f(a_1)}$ $f(x)=a_1$

$f(x_1)=0$

$f(f(x))=0$

$f(x_2)-x_1.$

$f(x_1)=0$

$f(x_2)=x_1+f(x_1)$

$f(x_2)=x_1-f(x_1)$

$\cancel{f(x_2)=x_1}$

$\cancel{f(x)=x}$

$f(g(x))=0$

$f(x_2)=0$

$y(x_1)=x_2$

$y(x_1)-x_2=0.$

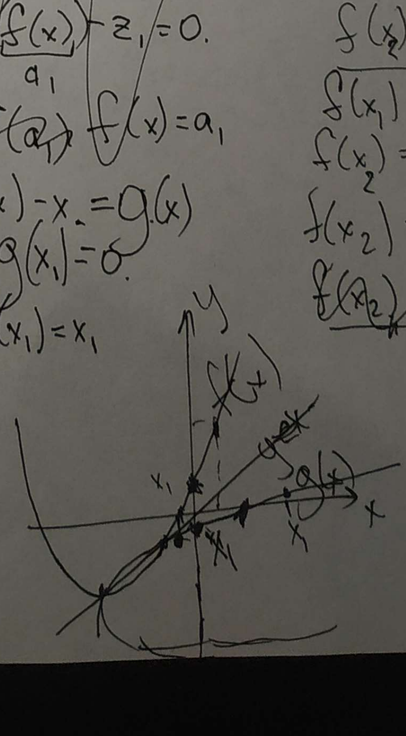
$f(x)-x=g(x)$

$g(x_1)=0.$

$f(x_1)=x_1$

$f(f(f(f(x_1))))-x_2=0$

$f(f(f(x_1)$



3.

$f(\underbrace{f(f(f(x)))}_{g(g(0))}) = g(0)$ $\quad f(x_1)=0$

$g(0)=x_1$

$f(f(x))=0$

$\cancel{g(x_1)=g(f(x_1))}$

$x_1 = f(x)$

$f(x)-x_1=0.$

$g(x_1) = f(\underbrace{f(f(x))}_{g(g(x_1))})$

черновик

$\boxed{210204}$

$g(f(x))=x$

$g(x_1)=g(f(x_1))$

$\cancel{f(g(g(x_1)))=}$

$x^2+6x+6=f(x)$

$f(f(x))=g(g(x_1))$

$f(x)=x.$

$g(0)=x_1$

$f(g(g(g(x_1))))=g(g(x_1))$

$\cancel{f(g(x_1))=x_1}$

$x^2+6x+6=\sqrt[4]{3}-2$

$x^2+6x+8-\sqrt[4]{3}=0$

$f(x)=g(g(\underbrace{g(x_1)}_{0}))$

$g(f(x))=x$

$\frac{D}{4}=9-8+\sqrt[4]{3}=1+\sqrt[4]{3}$

$x=-3\pm\sqrt{1+\sqrt[2]{3}}$

x_1

$\cancel{f(-2)=-2}$

$g(x_1)=f(x)=0$

$f(x_1)=0 \quad f(x)=x$

x_1 и x_2 – корни x^2+6x+6

$f(x_1)=g(x_1)=x_1$

$x^2+6x+6=\sqrt[4]{3}-3$

$x^2+6x+9-\sqrt[4]{3}=0$

$f(\underbrace{f(f(f(f(x))))}_{a})=f(x_1)=0$

$x_1^2+6x_1+6=0$

$\cancel{x_3^2+6x_3+6=x_1^2+7x_1+6}$

$\frac{D}{4}=9-9+\sqrt[4]{3}=\sqrt[8]{3}$

$x=-3\pm\sqrt[8]{3}$

$\cancel{x^2+6x+6=}$

$\frac{D}{4}=9-6=3$

$z=\sqrt[8]{3}-3$

$f(x)=c$

$a^2+6a+6=x_1$

$x=-3\pm\sqrt{3}.$

$a=b^2+6b+6$

$c^2+6c+6=b.$

$-3\pm\sqrt{3}=x$

$\sqrt{3}-3$

$f(y)=x_1$

$z_1=\sqrt[8]{3}-3$

$f(f(y))=f(x_1)=0$

$y_1=\sqrt[4]{3}-3$

$g(y)$

$x_1=\sqrt{3}-3$

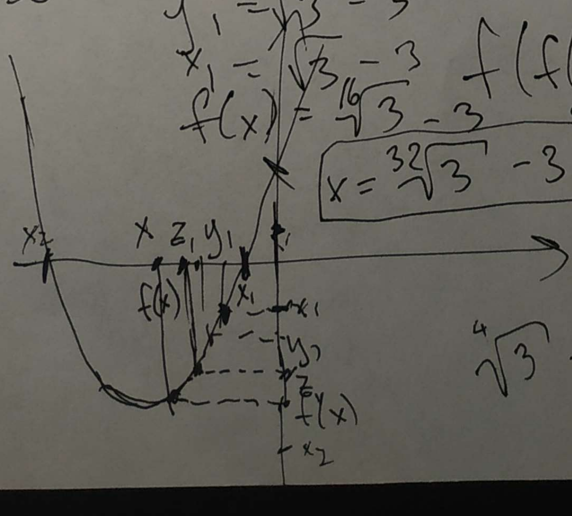
$f(f(x))=z_1$

$f(x)=\sqrt[16]{3}-3$

$\boxed{x=\sqrt[32]{3}-3}$

$x^2+6x+6=\sqrt{3}+3=0$

$x^2+6x+9-\sqrt{3}=0$



$\frac{D}{4}=9-9+\sqrt{3}$

$\sqrt[4]{3}-3$

$x=-3\pm\sqrt[4]{3}$

4.

Черновик.

2k; 2A 2k+1; 2A 2k+2; 2A

2k+1; 2A

$S_{ABD} + S_{ACD}$ -? гипот. - $\frac{5}{2}$?

1 ; 2n - в

1 ; 2n-1 - пр.

1; 2A

2; 2A

2k+2; 2A

2k+1; 2A - $\mathcal{B}$

2k; 2A - D. = S

пр.в.

2k+2; 2A

В. 2k+1; 2A

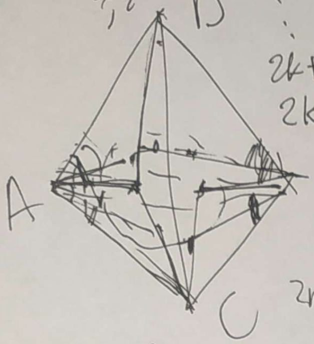
док-во: База

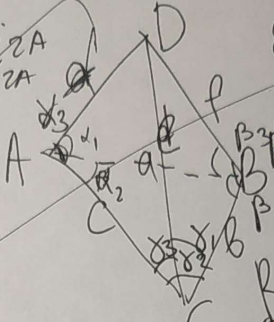
пер. 1 1: 2n-1 ≥ k

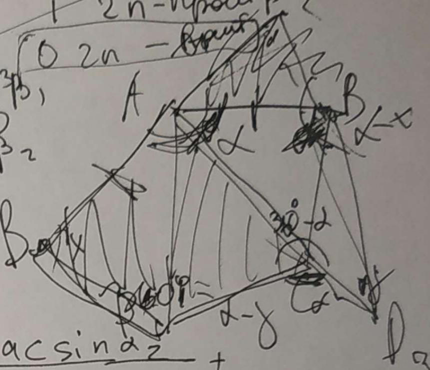
для 2n: 1 2n-1 - выиг.

1 2n - проигр.

0 2n - выиг.







2n+1; 2n+1

$2\alpha_2 + 2\alpha_1 + \alpha_3$ 2n+1 ; 2n+1-k

База:

1 1 - пр.

1 2 - выиг.

Переход: Пусть для наборов (m; k), где m ≤ n

k ≤ n - док.

Для 2n+1: (2n ...)

n+1; n+1

n+1 n+k: Если n+1 : 2 ⇒ k ...

$\frac{dc \cdot \sin\alpha_3}{2} + \frac{de \cdot \sin\alpha_1}{2} + \frac{ac \sin\alpha_2}{2} + \frac{bf \sin\beta_2}{2} = S$

$(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_1) =$

~~2k n~~

2k 2k П.

2k 2k-1 В

2k-1 2k-1 П.

$\frac{180° \cdot 4}{2} =$

$= 90°$ $\gamma = 30°$

2021 кр. и 2022 зел. камня.

I-й

А - пер. П. - втор.

Пр. до 1..2k - доказ. доказали для a 2k; 2k

n камней n - делит. текущего числа камн. др. цвета.

1 2

1 1

2021 2022

2021 I ход

2021 2022

2021-n

~~0~~ ~~n~~

$\boxed{210204}$

2n+1

1 0

~~1 n~~ 1

Кто взял посл. - выиг.

Стр. -?

$\boxed{1 \quad 2n \quad - в.}$

...

H 4 - выиг. -?

H 4 -1 ~~Если 2-й игрок~~

H H - нач. число! в

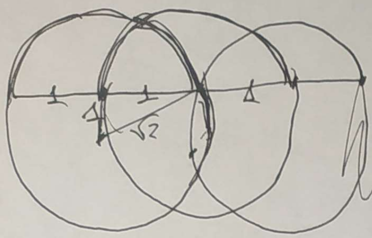
H 4 и т.д

1 2n-1 - п.

Так как камней конечное кол-во ⇒

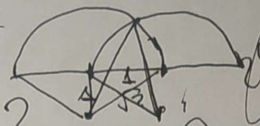
⇒ в какой-то момент

5.



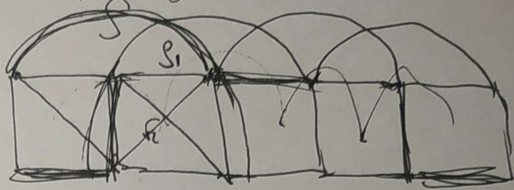
2 | 4
1 | 2

2 | 2
1 | 2

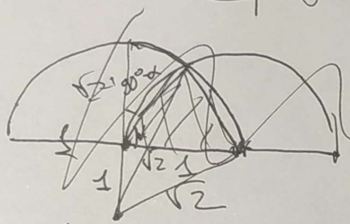


$(Н ; 4) \cdot 2^k$ Черновик

$2^k Н ; 2^k 4$ $\boxed{210204}$



$2^{\alpha} \cdot p \vee 2^{\alpha+1} \cdot k$



$2n+1 ; 4$

$S_2 = \frac{S_1}{4}$ $S_{o_1} = \boxed{2n+1 ; 4-1}$

$S_0 = \frac{S}{4}$ $= \frac{1}{4}\pi \cdot 2 - \boxed{Н_2 ; 4_2} - 1 =$

$= \frac{1}{2}\pi - 1$

$4S - S_1 \cdot 3 - 12 S_0 + S_2 \cdot 11 = \boxed{-\frac{S_1}{4}}$

$= \frac{11 S_1}{4} - \frac{S_1 12}{4}$

$\boxed{Н_2 ; 0}$ $\boxed{4 ; 1}$

$1.5 - \frac{1}{4} \cdot 13 = 5 - \frac{13}{4} = \frac{7}{4}$

$\boxed{\frac{7}{4} - \frac{S_1}{4}}$

$m, k \le 2n-1$

$2n$

$2n+1$

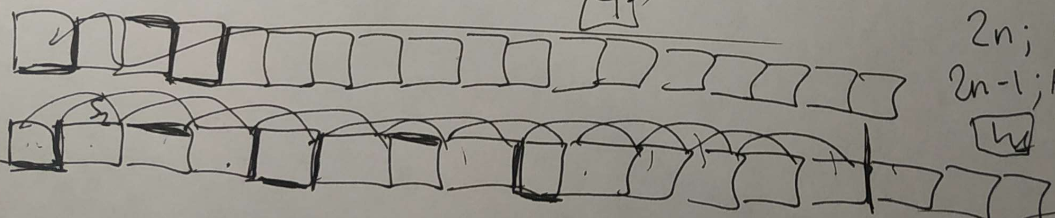
~~$Н ; 4$ $2n ; 4$ - проиг.~~

$2n+1 ; Н$ $\boxed{4}$

Н ; 4 – выиг.

$2n ; Н$

$2n-1 ; Н$ → выигр.



14.

2	1
1	1
1	0
0	0

$4S - 3S_1 + 13S_0 + 12S_2 + A_{кв} =$

$= 4S - \cancel{12S_2} + 13S_0 + \cancel{12S_2} + A_{кв} =$

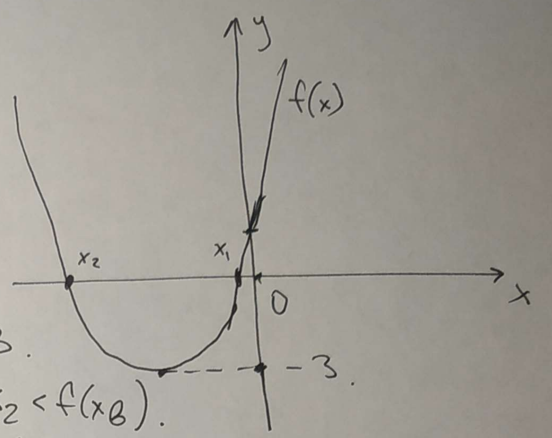
$= 4S + 13S_0 + A_{кв}$.

б.

Чистовик. $\boxed{210204}$

№1. $f(x)=x^2+6x+6$

$f(f(f(f(f(x)))))=0.$



$\frac{D}{4}=9-6=3$

$x=-3\pm\sqrt{3}$

$x_в=-3\Rightarrow$

$f(x_в)=9-18+6=-3.$

Пусть $x_1=\sqrt{3}-3$; $x_2=-\sqrt{3}-3$.

Тогда $x_1>f(x_в)$; $x_2<f(x_в)$.

$f(f\underbrace{\dots}_{n\ р.})=0 \Rightarrow f(\underbrace{\dots}_{n-1\ р.})=x_к.$

$f(x)=0$

Но $f(x_в)<f(x)=x_к.\Rightarrow$

$\Rightarrow x_к=x_1$ $(x_2<f(x_в))$.

~~Пусть~~ Тогда: $f(\underbrace{f(f(f(x)))}_{y_1})=x_1.$

$f(y_1)=x_1$

$y_1^2+6y+6=\sqrt{3}-3$

$y_1^2+6y_1+9-\sqrt{3}=0.$

$\frac{D}{4}=\sqrt{3}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y_1=-3-\sqrt[4]{3}\\ y_1=-3+\sqrt[4]{3}.\end{array}\right.$

Заметим, что $-3-\sqrt[4]{3}=f(\dots)$ не имеет корней:

$-3-\sqrt[4]{3}<-3=f(x_в)<f(x).\Rightarrow$ $y_1=-3+\sqrt[4]{3}$

$(y_1>f(x_в))$.

$f(\underbrace{f(f(x))}_{z_1})=y_1$

$z_1^2+6z_1+9-\sqrt[4]{3}=0.\Rightarrow\frac{D}{4}=\sqrt[4]{3}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=-3+\sqrt[8]{3}\\ z_1=-3-\sqrt[8]{3}\end{array}\right.\Rightarrow$ $(-3-\sqrt[8]{3}<$

$<f(x_в))$.

$\Rightarrow$ только $z_1=-3+\sqrt[8]{3}$ - подходит.

$f(\underbrace{f(x)}_{a})=z_1$

$a^2+6a+9-\sqrt[8]{3}=0.$

$\frac{D}{4}=\sqrt[8]{3}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=-3-\sqrt[16]{3}\\ a=-3+\sqrt[16]{3}\end{array}\right.$ $\left(\begin{array}{l}f(x)=a\Rightarrow\\ \Rightarrow a=-3-\sqrt[16]{3}\ \times.\\ (-3-\sqrt[16]{3}<-3)\end{array}\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow f(x)=-3+\sqrt[16]{3}\Rightarrow x^2+6x+9-\sqrt[16]{3}=0\Rightarrow\frac{D}{4}=\sqrt[16]{3}\Rightarrow$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3+\sqrt[32]{3}\\ x=-3-\sqrt[32]{3}.\end{array}\right.$

Ответ: $x\in\{-3-\sqrt[32]{3};-3+\sqrt[32]{3}\}$.

№2. Чистовик $\boxed{210204}$

$x = 2^2+2^1+2^0+2^{-1}+\ldots+2^{-2021}$

$A = \sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}$. Заметим, что $A \geq 0$.

$2^2+\ldots+2^{-2021} \vee 2^3 \Rightarrow x<8$.

$\frac{1+\ldots+2^{2023}}{2^{2021}} \vee 2^3$

Т.к. $x = 4+1+\ldots+2^{-2021} \Rightarrow$
$\Rightarrow x>4$.

$2^{2024}-1 \vee 2^{2024}$

$A^2 = x+4\sqrt{x-4} + x - 4\sqrt{x-4} + 2\sqrt{x^2-16(x-4)} = 2x+2\sqrt{(x-8)^2} =$
$= 2x+2|x-8| = 2x+16-2x = 16. \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} A=4 \\ A=-4 \times. \end{array}\right.$

Ответ: $A=4$.

$\left(\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} = 4\right)$.

№3. $P(x) = x^5+Ax^4+Bx^3+Cx^2+Dx+E$; $A,B,C,D,E>0$ и целые.

$P(-1)=11$
$P(1)=21$.

кол-во - ?

$11 = P(-1) = -1+A-B+C-D+E$
$21 = P(1) = 1+A+B+C+D+E$
$\Rightarrow \begin{cases} 16 = A+C+E \\ B+D=4. \end{cases}$

Так как A, C, E - нат. ч., то кол-во способов выбрать A, C, E: $C_{15}^2 = \frac{15\cdot 14}{2} = 15\cdot 7 = 105$.

(расставим 16 единиц и 2 перегородки с условием, что в каждой группе хотя бы 1 единица: ~~Первая~~.

$\underbrace{1\ldots1}\ |\ \underbrace{1\ldots1}\ |\ 1\ldots1$

перег. перег.

Кол-во чисел 1 в первой группе - число A, во второй - C, в третьей - E. Тогда нужно 2 перегородки поставить в 15 мест.)

Чистовик.

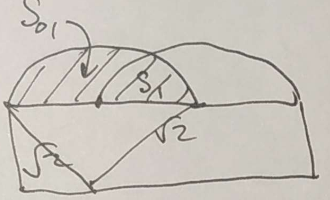
Аналогично, $B + D = 4 \Rightarrow C_3^1 = 3 \Rightarrow$ $\boxed{210204}$

1 1 1 1

~~Так как способы~~ $\Rightarrow$ всего способов выбрать A, B, C, D, E: $C_3^1 \cdot C_{15}^2 = 3 \cdot 105 = 315$.

Ответ: 315 способов.

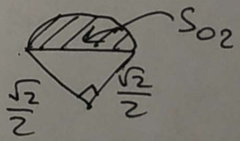
№5.



Пусть площадь пересечения двух частей окружностей радиуса $\sqrt{2}$, не принадлеж. площади квадрата — S_1, а вся часть окр. — S_{01}. Для радиуса $\frac{\sqrt{2}}{2}$ — S_2 и S_{02} соответственно.

Заметим, что площади S_1 и S_2 отличаются в 2^2 раза, т.к. S окружностей умен. в 2^2 раза. $\Rightarrow S_1 = 4S_2$.

Аналогично, $S_{01} = 4S_{02}$.



$$S_{02} = \frac{1}{4}\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{4}\pi - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}\pi - \frac{1}{4}.$$

Кол-во площадей S_{01} — 4 (кол-во кв. - 5); S_{02} — 13, а (кол-во „квадр." — 14).

S_1 — 3; S_2 — 12.

Тогда разница в площадях равна:

$$\Delta S = 1^2 \cdot 5 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 14 + 4 \cdot S_{01} - 13 \cdot S_{02} + 3\cancel{S_1} - 12\cancel{S_2} =$$

$$= 5 - \frac{14}{4} + 3S_{02} = \frac{6}{4} + \frac{3}{8}\pi - \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{8}\pi.$$

Ответ: $\frac{3}{4} + \frac{3}{8}\pi$.

Чистовик. [210204]

№7. Заметим, что позиция $(0; n)$ – выигрышная.

$0:n \Rightarrow$ можно забрать все n камней.

Позиция $1;1$ – проигрышная. $\Rightarrow$ след. 39

ней $(1; 0)$ – выигрышная. (для того, кто сейчас будет ходить).

Докажем лемму: Позиция $(1; 2k)$ – выигрышная, $(1; 2k+1)$ – Проигрышная.

База: $(1; 0)$ и $(1; 1)$.

Переход: Пусть для $n \le 2k-1$ доказано. (для $(1; 2k)$)

Тогда для $(2k; 1) \to (1; 2k-1)$.

$(1; 2k-1)$ проиграшная (отн. 1) для след. игрока $\Rightarrow$ (по пр. индукц.)

$\Rightarrow$ для пред. $(2k \dot{+} 1)$ – выигр., ч.т.д.

Пусть для $n \le 2k$ доказано. Тогда:

Для $(2k+1; 1)$. – ходит I игрок

$$(2k+1; 0) \qquad (2k; 1) \text{ – выигрышная.}$$

для II игрока ~~пред. проигр.~~

$\downarrow$

$(0; 0)$ – выиграл II игрок $\Rightarrow$

$\Rightarrow (2k+1; 1)$ – позиция проигр., ч.т.д.

Докажем теперь, что позиция $(2m; 2k+1)$ – – выигрышная.

База: $(1; 0)$.

Переход 1, Пусть для пар $(t; p)$, где $\begin{cases} t \le 2k \\ p \le 2k \end{cases}$ $(t \ge 0; p \ge 0)$ – – доказано.

Тогда: $(2k+1; 2r)$ $(2r \le 2k)$.

$\downarrow$

$(2k+1; 2r-1)$. Первый игрок должен отнимать 1 до тех пор, пока в паре есть число $2k+1$. Есть два варианта.

Чистовик. $\boxed{210204}$.

1. $(2k+1; 2r) \longrightarrow (2k+1; 1)$. после хода I, перед ходом II. По лемме, $(2k+1; 1)$ — позиция проиг. $\Rightarrow$ I выиграл.

2. $(2k+1; 2r) \longrightarrow (2k; 2t+1)$. после хода II. (~~II~~ игрок вычитал 1 n раз, а II — n-1 раз $\Rightarrow 2r - 2n + 1 = 2t+1$).

По предп. индукции, позиция $(2k; 2t+1)$ выигр. $\Rightarrow$ I выиграл. $\Rightarrow$ ч.т.д.

2. Пусть для пар $(t; p)$, где $\begin{cases} t \le 2k+1 \\ p \le 2k+1 \end{cases}$ — доказано.

Док. для $(2k+2; 2m+1)$ $m \le 2k+1$.

Тогда: $(2k+2; 2m+1)$.

$\downarrow$

$(2k+1; 2m+1)$. Тогда II игрок ~~после~~ поменяет своим ходом чётность одного из чисел, так как он может сходить только нечётным число $(Н; Ч)$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $(Н_2; Ч_2)$ — пара, который получит II игрок. Но $\begin{matrix} Ч_2 \le 2k \\ Н_2 \le 2k+1 \end{matrix}$ $\Rightarrow$ по предположению индукции,

число $(Н_2; Ч_2)$ — выиг. позиция. (для I игрока: II игрок перед ней сходил.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $(\cancel{Н_2; Ч_2})$. Позиция выигрышная, ч.т.д. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $(2m; 2k+1)$ - позиция выигрышная.

Чистовик (210204)

В задаче пара (2021; 2022). Эта позиция выигрышная => выиграет I игрок, т.е. Аня.

Ответ: выиграет Аня.

№4. ~~$t = \frac{L}{v}$~~ $T_{мотоц.} = 38$ мин.

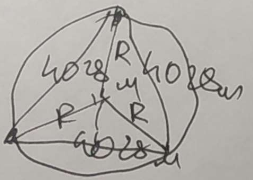
Пусть N встреч у мотоц. с велосип. (едут друг к другу).

Тогда: $\frac{(N-1)L\cdot T}{L} = t_{вел.}$ (L – длина окр.)

$(N-1)T = t_{вел.}$ $(N \in \mathbb{N})$

$64_{мин.} \le (N-1)T \le 76_{мин.} \Rightarrow 1 < N-1 \le 2$

$\boxed{N=3}$, $t = 76$ мин.



$R = \frac{2}{3}h$

$h = \sqrt{4028^2 - 2014^2}$

$R = \frac{2}{3}\cdot\sqrt{2014^2\cdot 3} = \frac{2014\cdot 2\sqrt{3}}{3} = \frac{4028м\sqrt{3}}{3}.$

$\boxed{\text{Ответ: } \frac{4028\sqrt{3}}{3} \text{ м.}}$

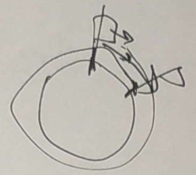
(Проверка: M-кол-во ~~круго~~. встреч. (едут в одном напр.))

$\Rightarrow \frac{M\cdot L\cdot T}{L} = t \Rightarrow M = \frac{t}{T} = 2.$ $M=2$, $N=3$ $2<3$ ✓)

Черновик.

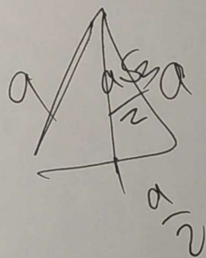
$\boxed{210204}$.

№1



$$\frac{M\cdot k\cdot T}{k} = t$$

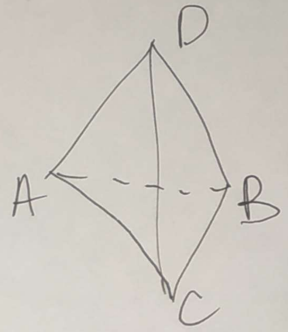
$$M = \frac{t}{T} = 2.$$



$$\frac{2a\sqrt{3}}{2\cdot 3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Чистовик. $\boxed{210204}$

№6.



$S_{ABD} + S_{ACD}$,

В силу симметрии сумм углов; $S_{ABD} + S_{ACD} =$

$= S_{ABC} + S_{DBC}$. Но их общая сумма $- S$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABD} + S_{ACD} = \frac{S}{2}$.

Ответ: $\frac{S}{2}$.

14.