МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Геология**

ФИО участника олимпиады: **Горелов Владислав Денисович**

Класс: **11**

Технический балл: **90**

Дата проведения: **04 марта 2022 года**

Результаты проверки (количество баллов, выставленное за каждое задание):

Задание 1 – 20 баллов

Задание 2– 15 баллов

Задание 3– 20 баллов

Задание 4– 15 баллов

Задание 5– 10 баллов

Задание 6– 10 баллов

Итого: 90 баллов

В5

Чистовик

Задание 1

$$h = \log_a\left(a + (t-a)_+\right) - \log_{a^2}\left(a^2 + (t-a^2)_+\right)$$

$$(c)_+ = \begin{cases} 0, & c \le 0 \\ c, & c \ge 0 \end{cases}$$

$$(t-a)_+ = \begin{cases} 0, & t-a \le 0 \quad t \le a \\ t-a, & t-a > 0 \quad t > a \end{cases}$$

$$(t-a^2)_+ = \begin{cases} 0, & t-a^2 \le 0 \quad t \le a^2 \\ t-a^2, & t-a^2 > 0 \quad t > a^2 \end{cases}$$

1) $t \le a$

$$h = \log_a(a+0) - \log_{a^2}(a^2+0) = 1 - 1 = 0$$

$h(t) = 0, \quad t \le a$

2) $a < t \le a^2$

$$h = \log_a(a + t - a) - \log_{a^2}(a^2+0) = \log_a t - 1$$

$h(t) = \log_a t - 1 \qquad a < t \le a^2$

3) $t > a^2$

$$h = \log_a(a + t - a) - \log_{a^2}(a^2 + t - a^2) =$$
$$= \log_a t - \frac{1}{2}\log_a t = 0{,}5\log_a t.$$

$h(t) = 0{,}5\log_a t \qquad t > a^2$

$$h(t) = \begin{cases} 0, & t \le a \\ \log_a t - 1, & a < t \le a^2 \\ 0{,}5\log_a t, & t > a^2 \end{cases}$$

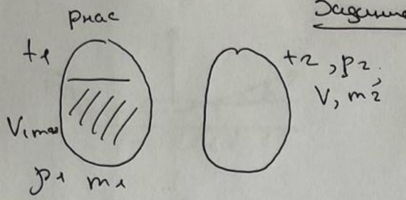
$h(t) \in [0{,}5; 1{,}5] \quad t \in [a^{\frac{3}{2}}, a^3] \Rightarrow \begin{matrix} a^{\frac{3}{2}} > 3, \\ a^3 < 1{,}5 \end{matrix}$

$h(t) = 0$, не подходит условию

$a \in [1, (\frac{3}{2})^{\frac{1}{3}} \cup 3^{\frac{2}{3}}, +\infty]$

Ответ: $[1, 1{,}5^{\frac{1}{3}} \cup 3^{\frac{2}{3}}, +\infty]$ 1

Задание 2 Чистовик



Дано: $t_1 = 15°C$

$t_2 = 60°C$

$\rho_2 = 434$ кг/м^3 $< \rho_1$

$P_{нас} = 0{,}9$ МПа

$M = 44$ г/моль

$R = 8{,}31$ Дж/моль·К

$\dfrac{V_{1max}}{V} = 0{,}35$

ρ_1 -?

$m = \rho_2 V$

m_1 находится в жидком состоянии при t_1, занимая объём V_{1max}

m_2 находится в газообразном состоянии в виде насыщенных паров, занимая $(V - V_{1max})$

$m_1 = \rho_1 V_{1max}$

$m_2 = \dfrac{p_{нас} M (V - V_{1max})}{RT_1}$ с помощью уравнения Клапейрона-Менделеева $pV = \dfrac{m}{M} RT$

$m = m_1 + m_2$

$$\rho_2 V = \rho_1 V_{1max} + \frac{p_{нас}(V - V_{1max}) M}{RT_1}$$

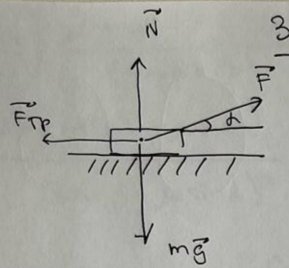
$$\rho_1 = \frac{V}{V_{1max}} \cdot \left(\rho_2 - \frac{M p_{нас}}{RT_1} \left(1 - \frac{V_{1max}}{V}\right)\right)$$

$$\rho_1 = \frac{1}{0{,}35} \cdot \left(434 - \frac{44 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}9 \cdot 10^6}{8{,}31 \cdot 288} \cdot (1 - 0{,}35)\right) \approx$$

$\approx 507{,}7$ кг/м^3

Ответ: $507{,}7$ кг/м^3

2



Задание 4

Черновик

Дано: $F_{min} = 250\,Н$
$\mu = 0{,}3$
$g = 10\,м/с^2$

$M - ?$

$ox: \vec{F}\cos\alpha + \vec{F}_{тр} \geq 0$

$oy: \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}\sin\alpha = 0$

$ox: F\cos\alpha - F_{тр} > 0$

$oy: N - mg + F\sin\alpha = 0$

$F_{тр} = \mu N$

т.к. нам нужно min значение силы F

$F_{min}\cos\alpha - \mu N \geq 0$

$F_{min}\cos\alpha - \mu N = 0$

$\begin{cases} F\cos\alpha - \mu N = 0 \\ N - mg + F\sin\alpha = 0 \end{cases}$ $\quad N = mg - F\sin\alpha$

$F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) = 0$

$F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha = 0$

$F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha = \mu mg$

$F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = \mu mg$

$F = \dfrac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$

$F = \mu mg \cdot (\cos\alpha + \mu\sin\alpha)^{-1}$

$\mu mg = const \Rightarrow$ найдём min значение F через производную

$F' = -\mu mg(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)^{-2}(-\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

Черновик

$$F' = \frac{\mu mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)^2}$$

$$\frac{\mu mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)^2} = 0$$

$$\mu mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 0 \quad \Big| : \mu mg$$

$$\sin\alpha - \mu\cos\alpha = 0 \quad \Big| : \cos\alpha$$

$$\operatorname{tg}\alpha - \mu = 0$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \mu = 0{,}3$$

$$\sin\alpha = \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} = \frac{0{,}3}{\sqrt{1{,}09}} = 0{,}287$$

$$F_{min} = \frac{\mu mg}{\cancel{\cos}\sqrt{1+\mu^2}}$$

$$m = \frac{F_{min}\cdot\sqrt{1+\mu^2}}{\mu g} = \frac{250\cdot\sqrt{1+0{,}09}}{0{,}3\cdot 10} =$$

$$= \frac{250\sqrt{1{,}09}}{3} \approx \frac{250\cdot 1{,}044}{3} = 87\,кг$$

Ответ: 87 кг

Уисовик

Задание 5

Выветривание - процесс разрушения горных пород
Три вида выветривания:

- механическое (связано с особенностями строения самой породы, наличием трещин, с внешними факторами: температурным колебанием, воздействием горных пород корней растений)
- химическое (связано с разрушением горных пород под действием кислорода, воды, углекислого газа)
- биологическое (связано с деятельностью микроорганизмов, которые разлагают породу)

Из за выветривания образуются необычные формы на поверхности пород

Изза длительного процесса выветривание образуются коры выветривания - геологические тела, сложенные продуктами разрушения пород.

Именно из за ветра - поток воздуха, который движется около земной поверхности, изменяется облик облик Земли в околоземном слое.

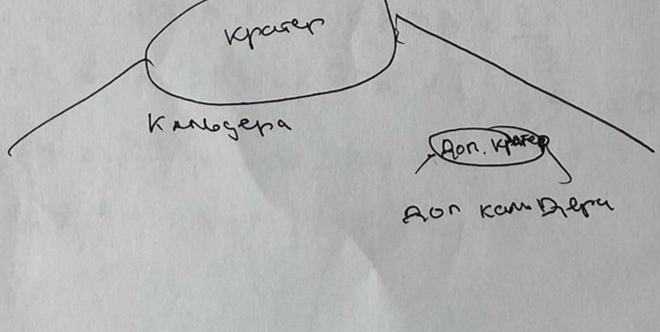
Процессы, связанные с ветром, называются эоловыми:

Дефляция - процесс выдувания ветром частиц рыхлых пород, возникновение песчаных пород

Аккумуляция - процесс накопления рыхлого, минерального или органического материала на поверхности Земли

Корразия - процесс обтачивания выступов горных пород частицами, которые переносятся ветром. Изза корразии образуются тонкие столбы пород.

Задание 6



На фотографии изображён стратовулкан. На вершине вулкана располагается кратер, на дне находится жерло - выводное отверстие подводящего канала вулкана. Из-за мощных извержений образуется котловина - кальдера. Сам вулкан образовался из за множества извержений, из за которых образуется множество затвердевших слоёв лавы, которые накладываются друг на друга и образуют конусовидную слоистую постройку.

Задание 3

Дано: четырёхугольная пирамида с основанием $ABCD$ и вершиной S

$AD = 2$

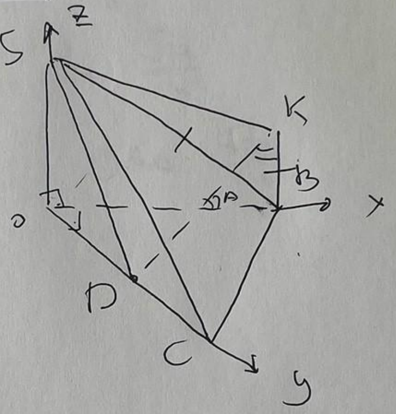
$AB = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$\angle BAD = \frac{\pi}{6}$

$\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$

$\angle ADC = \frac{\pi}{3}$

удалена от плоскости основания на $\sqrt{\frac{3}{2}}$



Решение:

$\angle COB = 90^\circ$

из условия $\angle BAD + \angle ADC = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$

Значит в прямоугольном $\triangle OBC$, рассматривая подобный $\triangle OAD$

$A(\sqrt{3}; 0; 0)$

$D(0; 1; 0)$

$\angle KAB = \frac{\pi}{6} = \sqrt{BKA}$ $\qquad \angle KBA = \frac{2\pi}{3}$

Так же в $\triangle BOC$ $\angle OBC = \frac{\pi}{3}$, а $\angle OCB = \frac{\pi}{6}$

если $AB = \frac{3\sqrt{3}}{4}$, то $AK = \frac{9}{4}$

$AK^2 = 2AB^2 - 2AB^2 \cos\frac{2\pi}{3}$

чистовик

$OB = \frac{\sqrt{3}}{4}$, а $OC = \frac{3}{4}$, $CD = \frac{1}{4}$

$DK = \frac{1}{4}$, тогда знаем координаты

$K\left(-\frac{\sqrt{3}}{8}; \frac{9}{8}; 0\right)$ тогда $SK = \frac{3\sqrt{5}}{4}$

Найду BS по теореме Пифагора $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

$h_{SKC} = \sqrt{BS^2 - \frac{SK^2}{4}} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$

$$\frac{\rho(B; (SBC) \cap (SAD))}{BC} = \frac{\sqrt{21}}{4}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{21}}{4}$

Задание 5

~~Выветривание – процесс разложения частиц рыхлых пород.~~

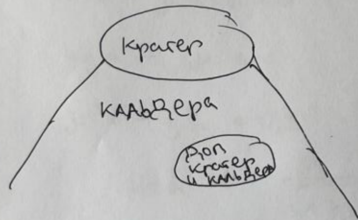
~~3 типа выветривания:~~

~~Механическое выветривание – действует на трещины в породе~~

~~Химическое выветривание – выветривание путём воды, кислорода, углекислого газа.~~

~~Биологическое выветривание – выветривание из за живых бактерий~~ ~~также когда бактерии отмирают, они создают~~

Задание 6



На фотографии изображён стратовулкан. На вершине находится кратер. Огибает кратер кальдерой. На дне находится жерло. Из за множеств извержений, магма застывала, создавая слои которые накладывались друг на друга и образуют конусовидную слоистую постройку.

Задание 1 Черновик

$$h = \log_a(a + (t-a)_+) - \log_{a^2}(a^2 + (t-a^2)_+)$$

$$(c)_+ = \begin{cases} 0, & c \le 0 \\ c, & c \ge 0 \end{cases}$$

$$(t-a)_+ = \begin{cases} 0, & t-a \le 0 \quad t \le a \\ t-a, & t-a > 0 \quad t > a \end{cases}$$

$$(t-a^2)_+ = \begin{cases} 0, & t-a^2 \le 0 \quad t \le a^2 \\ t-a^2, & t-a^2 > 0 \quad t > a^2 \end{cases}$$

1) $t \le a$

$h(t) = \log_a a - \log_{a^2} a^2 = 1 - 1 = 0$

$h(t) = 0 \quad t \le a$

2) $a < t \le a^2$

$h(t) = \log_a(a + t - a) - \log_{a^2}(a^2 + t - a^2) =$

$= \log_a t - 1$

$h(t) = \log_a t - 1 \quad a < t \le a^2$

3) $t \ge a$

$h(t) = \log_a t - \log_{a^2} t = \log_a t - 0{,}5 \log_a t =$

$= 0{,}5 \log_a t$

$$h(t) = \begin{cases} 0, & t \le a \\ \log_a t - 1, & a < t \le a^2 \\ 0{,}5 \log_a t, & t \ge a \end{cases}$$

$h(t) \in [0{,}5; 1{,}5] \qquad t$

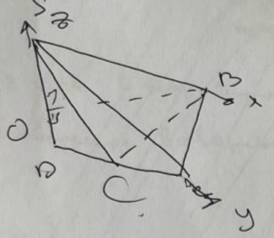
$h(t) = 0$, не подходит по условию

$t \in [a^{\frac{3}{2}}; a^3] \Rightarrow \begin{matrix} a^{\frac{3}{2}} > 3 \\ a^3 < \frac{3}{2} \end{matrix} \quad a \in [1; (\frac{3}{2})^{\frac{1}{3}} \cup 3^{\frac{2}{3}}; +\infty]$

Ответ: $[1; (\frac{3}{2})^{\frac{1}{3}} \cup 3^{\frac{2}{3}}; +\infty]$ 1

Задание 3

Черновик



Дано: четырёхугольная пирамида с основанием ABCD и вершиной S

$AD = 2$

$AB = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$\angle BAD = \frac{\pi}{6}$

$\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$

$\angle ADC = \frac{\pi}{3}$

$S\left(0; 0; \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

$\angle BAD + \angle ADC = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$

$OC = \frac{3}{4} \qquad CD = \frac{1}{4}$

$A(\sqrt{3}; 0; 0)$

$D = (0; 1; 0)$

$K\left(-\frac{\sqrt{3}}{5}; \frac{9}{5}; 0\right)$

$\sqrt{BS^2 - \frac{SK^2}{4}} = \frac{3\sqrt{7}}{5}$

$\rho(\underbrace{B; (SBC) \cap (SAD)}_{BC}) = \frac{\sqrt{21}}{4}$

6

черновик

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$$

$$F = \mu mg(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)^{-1}$$

т.к. $\mu mg = const$, найдём F через производную

$$F' = -\mu mg(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)^{-2}(-\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

$$F' = \frac{\mu mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)^2}$$

$$\frac{\mu mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)^2} = 0$$

$$\mu mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 0$$

$$\sin\alpha - \mu\cos\alpha = 0 \quad |:\cos\alpha$$

$$tg\alpha - \mu = 0$$

$$\mu = tg\alpha = 0,3$$

$$\sin\alpha = \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} = \frac{0,3}{\sqrt{1,09}} =$$

$$F_{min} = mg\cdot\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}$$

$$m = \frac{200\cdot\sqrt{1+0,09}}{0,3\cdot 10}$$

$$\frac{200\sqrt{1,09}}{3} \approx 1,044\cdot 66,6 \approx 69,7 кг$$

1,09; 1,09 × 1,09 = 1,1881; 1,044 × 1,044; 200 : 3 = 66,6

Черновик

p_2

$$m = p_2 V_1 + \frac{p_{нас}(V - V_1) M}{R T_2}$$

$$p_1 V_1 = m - \frac{p_{нас}(V - V_1) M}{R T_2}$$

$$p_1 V_1 = p_2 V - \frac{p_{нас}(V - V_1) M}{R T_2} \quad \Big| : V_1$$

$$p_1 = p_2 \frac{V}{V_1} - \frac{(p_{нас} V + p_{нас} V_1) M}{R T_2}$$

$$p_1 = p_2 \frac{V}{V_1} - \frac{p_{нас}(V + V_1) M}{R T_2}$$

$$p_1 = p_2 \frac{V}{V_1} + \frac{p_{на}(V + V_1) M}{V_1 R T_2}$$

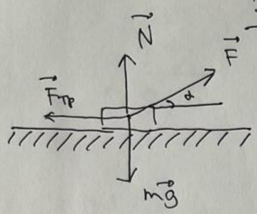
$$p_1 = \frac{1}{\cancel{0}}$$

$$p_2 = \frac{V}{V_{1max}} \left(p_2 - \frac{M p_{нас}}{R T_2} \left(1 - \frac{V_{1max}}{V} \right) \right)$$

$p_1 =$ 44.

2

Задание 4 Чернова



Дано: $\vec{F}_{min} = 250$ Н

$\mu = 0{,}3$

$g = 10$ м/с^2

$M - ?$

Решение:

$ox: \ \vec{F}_{тр} + \vec{F}\cos\alpha > 0$

$oy: \ \vec{N} + m\vec{g} + F\sin\alpha = 0$

$ox: \ \vec{F}\cos\alpha - F_{тр} > 0$

$oy: \ N - mg + F\sin\alpha = 0$

$F_{тр} = \mu N$

Т.к модуль силы F min приравняем к 0

$F\cos\alpha - \mu N > 0$

$F\cos\alpha - \mu N = 0$

$$\begin{cases} F\cos\alpha - \mu N = 0 \\ N - mg + F\sin\alpha = 0 \end{cases} \qquad N = mg - F\sin\alpha$$

$$\begin{cases} F\cos\alpha - \mu N = 0 \\ N = mg - F\sin\alpha \end{cases}$$

$F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) = 0$

$F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha = 0$

$F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha = \mu mg$

$F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = \mu mg$

Черновик

$$44 \times 0{,}9 = 39{,}6$$

$$831 \times 4 = 3324$$

$$396 \div 831 = 0{,}37$$

$$\begin{array}{r} -0 \\ 3960 \\ -3324 \\ 6360 \\ -5817 \\ 543 \end{array}$$

$$831 \times 7 = 5817$$

$$831 \times 4 = 3324$$

$$\cancel{831 \times 6 = 4986}$$

$$\cancel{288 \times 3 = 864}$$

$$0{,}37$$

$$370 \div 288 = 1$$

$$\begin{array}{r} -288 \\ 82 \end{array}$$

$$\cancel{820 - 576 = 244}$$

$$288 \times 2 = 576$$

$$831 \times 6 = 4986$$

$$507{,}7 \div 0{,}15$$

$$5070 \div 15 = 338$$

$$\begin{array}{r} -45 \\ 57 \\ -45 \\ 120 \end{array}$$

$$831 \times 8 = 6648$$

Выполнение – ра

Задание 5

3