



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Геология**

ФИО участника олимпиады: **Маслова Александра Георгиевна**

Класс: **11**

Технический балл: **75**

Дата проведения: **04 марта 2022 года**

Результаты проверки (количество баллов, выставленное за каждое задание):

Задание 1 – 10 баллов

Задание 2– 15 баллов

Задание 3– 20 баллов

Задание 4– 0 баллов

Задание 5– 15 баллов

Задание 6– 15 баллов

Итого: 75 баллов

Задача 1 $h = \log_a((t-a)_+ + a) - \log_{a^2}(a^2 + (t-a^2)_+)$
 $a > 1 \Rightarrow a^k > a^m$ при $k > m$ (далее это используется)

Найдем a , при которых может быть пусто, и потом исключим их из множества $(1; +\infty)$. И.о. условия становятся такими:

$a = ? \quad t \in [\frac{3}{2}; 3] \quad h \in [\frac{1}{2}; \frac{3}{2}]$

$$h(t) = \begin{cases} \log_a(a) - \log_{a^2}(a^2) = 0 & \text{при } t < a & (1) \\ \log_a(t) - \log_{a^2}(a^2) = \log_a(t) - 1 & \text{при } a \leq t \leq a^2 & (2) \\ \log_a t - \log_{a^2} t = \log_a(t) & \text{при } t > a^2 & (3) \end{cases}$$

Заметим, что $h(t)$ убывает на всей области определения *

\Rightarrow нам надо проверить условия $\begin{cases} h(\frac{3}{2}) \geq \frac{1}{2} & (a) \\ h(3) \leq \frac{3}{2} & (b) \end{cases}$

$t = a^{\frac{3}{2}}$ применим (2) промежуточно $\Rightarrow h(a^{\frac{3}{2}}) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

\Rightarrow условие (a) преобразуется в $h(\frac{3}{2}) \geq h(a^{\frac{3}{2}})$

Поскольку $h(a^{\frac{3}{2}}) \geq 0$, функция на этих числах строго возрастает и $a^{\frac{3}{2}} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow a \leq (\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}$

\Rightarrow условие (b) преобразуется в $h(3) \leq h(a^3)$, поскольку $h(a^3) = \frac{3}{2}$

a^3 применим (3) промежуточно

$\Rightarrow 3 \leq a^3$
 $a \geq \sqrt[3]{3}$

$\Rightarrow a \geq \sqrt[3]{3}$ ~~$a \leq \sqrt[3]{\frac{9}{4}}$~~
 $a \leq \sqrt[3]{\frac{9}{4}}$ ~~$\sqrt[3]{\frac{9}{4}}$~~

$\frac{9}{4} < 3 \Rightarrow$ таких a не бывает

\Rightarrow мы ничего не должны исключать

\Rightarrow Ответ: $a \in (1; +\infty)$

История 1.1.
История лист 2

* Докажем. Показано, что n всегда n является промежуток
2, 3 фку не убывает.

Покажем, что на 2 промежутке все значения > 0 .

Покажем любое значение на 2 промежутке меньше любого
на 3ем: где $\phi \in [a; a^2]$

$$\log_a(t) + 1 \geq \log_a t$$
$$\log_{a^2}(ta) \geq \log_a t^2$$
$$a \geq t$$

Поскольку (3) - возрастание фку, где аргумент, больше a^2 ,
все равно будет выполняться: $\log_{a^2}(t+k) + 1 > \log_a(t) + 1 > \log_a t$.
Т.о. $n(t)$ не убывает.

Задача 2 При температуре t_1 0,85 V занимает жидкость и
фронт, 0,15 V занимает газобразный (испаренный газ).

Для газобразного фронта в этом состоянии применим
закон Менделеева-Клапейрона:

$$p_{нас} \cdot 0,15 V = \frac{m_r}{M} R t_1, \text{ где } m_r - \text{масса газа.}$$

Выразим m_r : $m_r = \frac{p_{нас} \cdot 0,15 V \cdot M}{R \cdot t_1} \quad (1)$

Для массы жидкости в этом состоянии применим:

$$m_m = 0,85 V \cdot \rho_1 \quad (2)$$

При температуре t_2 данная смесь газа и жидкости полностью
становится жидкостью и занимает весь объем:

$$m = m_2 + m_m = \rho_2 V \quad (3)$$

подставим в (3) ~~решим~~ m_m и m_r из (2) и (1) и сократим на V :

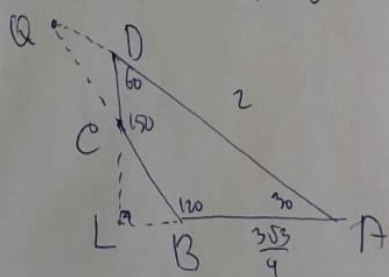
$$P_2 = \frac{P_{нас} \cdot 0,15 \cdot M}{R \cdot t_1} + 0,85 P_1$$

Неизвестно нам здесь только P_1 , найдем его:

$$P_1 = \frac{434 - \frac{0,9 \cdot 10^6 \cdot 44 \cdot 10^{-3} \cdot 0,15}{8,31 \cdot 288}}{0,85} \quad \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Ответ: $\frac{434 - 0,5}{0,85} \approx 486,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ (можно считать без калькулятора, лучше проверить выражение для P_1 выше)

Задача 3 Нарисуем вуг сверху.



по данным углам мы видим, что $AB \perp CD$

из прямоугольного $\triangle LAD$ $LA = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AD = \sqrt{3}$

$$\Rightarrow LB = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\angle LBC = 60^\circ \Rightarrow BC = 2 \cdot LB = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Точка S находится на пересечении плоскостей, проходящих через AL и DL и перпендикулярных плоскости рисунка \Rightarrow точка S находится на прямой, проходящей через L и I плоскости рисунка; $SL = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (по условию)

\Rightarrow нам нужно найти длину высоты из B в $\triangle SBQ$, т.к.

QE — прямая пересечения плоскостей $\triangle ADA$ и SBC .

$$BS^2 = BL^2 + LS^2 = \frac{3}{16} + \frac{3}{2} = \left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2$$

$$QS^2 = QL^2 + LS^2. \text{ Найдем } QL^2.$$

Теорема Лемана для $\triangle LDA$ и прямой BQ :

$$\frac{AB}{BL} \cdot \frac{LE}{CD} \cdot \frac{DQ}{QA} = 1 \Rightarrow \frac{3\sqrt{3} \cdot 4}{\sqrt{3} \cdot 4} \cdot \frac{3 \cdot 4}{4} \cdot \frac{DQ}{QA} = 1 \Rightarrow \frac{DQ}{QA} = \frac{1}{9}$$

$$DA=2$$

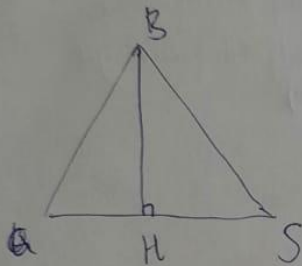
$$\Rightarrow DQ = \frac{1}{4}; AQ = \frac{9}{4}$$

Теорема косинусов для $\triangle LAQ$:

$$LQ^2 = \left(\frac{9}{4}\right)^2 + (\sqrt{3})^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{9}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{81}{16} + \frac{48}{16} - \frac{108}{16} = \frac{21}{16}$$

$$QS^2 = \frac{4}{16} + \frac{3}{2} = \frac{45}{16}$$

$\angle DCQ = 30^\circ, \angle CA = 60^\circ \Rightarrow \angle BQA = 30^\circ \Rightarrow \triangle BQA$ равнобедренный; $BQ = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.



$$BH^2 = BQ^2 - \left(\frac{QS}{2}\right)^2 = \frac{27}{16} - \frac{45}{64} = \frac{108 - 45}{64} = \frac{63}{64}$$

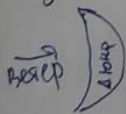
$$BH = \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

Ответ: $\frac{BH}{BC} = \frac{3\sqrt{7}/8}{\sqrt{3}/2} = \frac{\sqrt{21}}{4}$

Задача 5

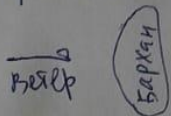
Под действием ветра образуются эоловые формы рельефа.

1) Дюны - форма эолового рельефа, представляющая собой песчаный холм, конус которого направлен против ветра. Рис. вид сверху.



Особенности: дюны образуются вблизи морей и озёр, где материал (песок, мелкие обломки) хорошо увлажнён.

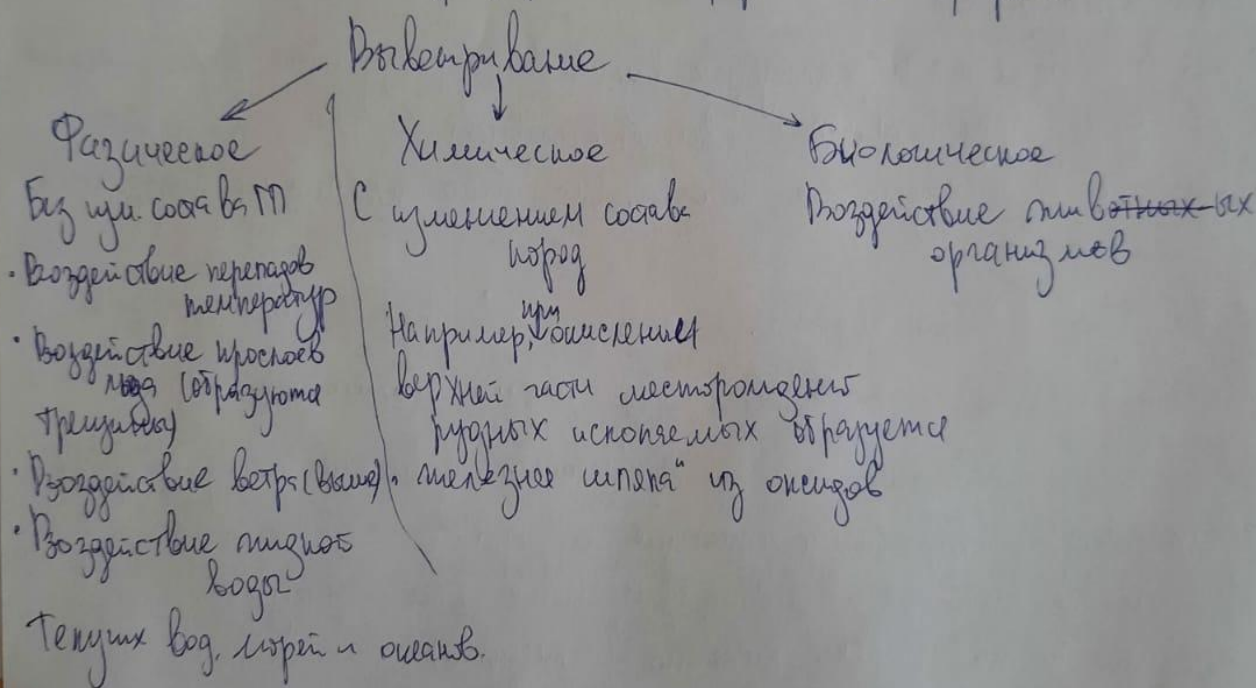
2) Бархан - то же что дюна, но конус направлен ~~против~~ по направлению ветра.



Особенности: образуются в засушливом или малом, где нет растительности, и нечему «удерживать» эти конусы.

3) Ниши и впадины выдувания, каменные останцы. Эти формы рельефа образуются, когда ветер выдувает и обтачивает горные породы. Они образуются в сухом климате, ветер выдувает наименее плотные, пористые породы, и остаются твердые.

Выветривание — эрозивный процесс разрушения горных пород воздействием ^{внешних} факторов. Вне выветривание — процесс взаимодействия литосферы с гидросферой, атмосферой и биосферой.



Реки могут образовывать речные долины, террасы
Море может образовывать каньоны, бенги, остинцы

Задание 6

Чистовик | лист 6.

На фотографии изображён стратовулкан, потухший или спящий.

Элементы вулкана:

1) Кратер или кальдера
Кратер - место выхода лавы (лава) на поверхность.

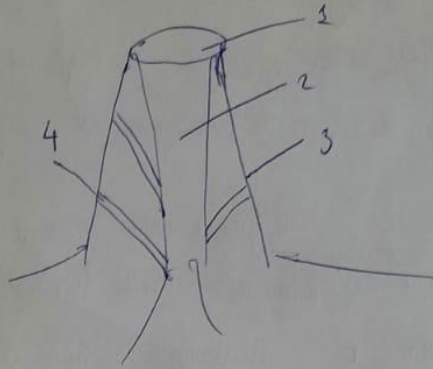
Кальдера - образовавшаяся в результате взрыва ^(эксплозивное изв) или других причин кратер.

Часто в кратерах и кальдерах вулканов образуются вулканические озёра, здесь озёра нет, это свидетельствует о том, что либо извержение произошло не так давно, либо климат на территории засушливый.

2) Мерло - канал, по которому лавы движется из недр к кратеру вулкана. Образуется, когда лавы достигает небольшой глубины, и давление снизу превышает давление пород сверху, лавы прорывает вышележащие породы и вытекает на поверхность, это может лавой (у меня такой рисунок, должно быть более точно вытекает)

3) Склоны вулкана. Они сложены лавянистыми и изверженными породами породами из лавы, изверженной из этого вулкана. На фото мы видим на склонах ~~из~~ характерные "дорожки", по которым текла лавы.

4) Побочные мерла и каналы, по которым тоже перемещается лавы. В частности, на фото справа мы видим небольшой кратер, образованный таким образом.



Цитовик / лист 7

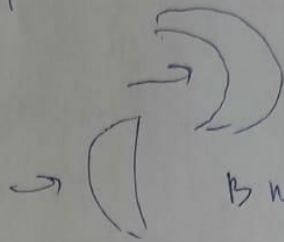
Вулканы делятся на центральные (стратовулканы и цитовые вулканы) и линейные. Линейные образуются при трещинах в земной коре, по которым поступает магма из мантии. Страто- и цитовые образуются при отдельных потоках магмы. 90% вулканов на Земле приходится на Тихоокеанское огненное кольцо, т.е. на зоны границ литосферных плит. Исландские - гавайские вулканы. Они образовались в ^{центре} литосферной плиты под действием плюмов - потоков магмы из мантии, не связанных с границами литосферных плит.

Черновик

1) Ветер - основные формы рельефа

Дома - антропогенные формы рельефа, ир содов негаликов холм, концы которых против ветра

Гархан - по ветру



обр. на берегах морей и озёр, где ветры и волны фрагменты

В пустынях, когда песок сухой

^{и впадины}
Низини ^{и впадины} выдувания, каменные останцы - формы рельефа, когда ветер ~~и~~ выдувается или одрачивает ГП. образуются в сухом или мале. Низини ирозо укадет

Эрозирование - эрозивные процессы разрушения с п внешними силами

Физическое (коррозия)

воздействие перепада температур

иногда живых организмов

Химическое (коррозия) - коррозия в атмосфере

+79166318912

Черновик

$$h = \log_a (a + (t-a)_+) - \log_{a^2} (a^2 + (t-a^2)_+)$$

$$a > 1 \quad c_+ = \max(0, c)$$

$a = ?$ $h \in [0.5, 1.5]$ не монотонизируется при $t \in [\frac{3}{2}, 3]$

Все a при которых формула не монотонизируется

$$h(t) = \begin{cases} t < a : \log_a(a) - \log_{a^2}(a^2) = 0 \neq h \\ a^2 \geq t \geq a : \log_a t - 1 \neq h \\ t > a^2 : \log_a t - \log_{a^2} t = \log_{a^2} t - \log_{a^2} t = \log_{a^2} t \neq h \end{cases}$$

Функция всегда возрастает от t

$$\text{т.е. надо проверить } \begin{cases} h(\frac{3}{2}) \geq 0.5 \\ h(3) \leq \frac{3}{2} \end{cases}$$

при $a > t$, т.е. $a > \frac{3}{2}$, т.е. 0
 при $a < t$ $a^2 \geq t$ $a \in [\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{3}{2}]$ т.е.
 $\log_{a^2} \frac{3}{2} - 1 \geq \frac{1}{2}$
 $\log_{a^2} \frac{3}{2} \geq \frac{3}{2}$ $a \in [(\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}, (\frac{3}{2})^{\frac{2}{5}}]$
 при $a^2 < t$ $a \in (1, (\frac{3}{2})^{\frac{1}{2}}]$
 $\log_{a^2} \frac{3}{2} \geq \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} t < a & \rightarrow t = a^2 & \log_a a - \log_{a^2} a^2 \\ h(a^2) &= 1 & \log_{a^2} a^2 - \log_{a^2} a^2 \end{aligned}$$

$$a = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad t = \frac{3}{2}$$

$$h(3) \leq h(a^3)$$

$$a^3 \geq 3$$

$$a \geq \sqrt[3]{3}$$

$$h(\frac{3}{2}) > h(a^{\frac{3}{2}})$$

$$\frac{3}{2} > a^{\frac{3}{2}}$$

$$a^3 \leq \frac{9}{4}$$

$$a \leq (\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}}$$

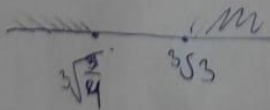
$$\log_{a^2} \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$a^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

$$a^3 = \frac{9}{4}$$

$$a = (\frac{9}{4})^{\frac{1}{3}}$$

$$(\frac{3}{2})^2 < 3$$



при всех a

$$\begin{aligned} \log_{a^2}(t+1) &\geq \log_a t \\ \log_{a^2}(ta) &\geq \log_{a^2}(t^2) \geq t \\ a^2 &\geq t \end{aligned}$$