МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Космонавтика**

ФИО участника олимпиады: **Данилин Сергей Алексеевич**

Класс: **9**

Технический балл: **61**

Дата проведения: **05 марта 2022 года**

шифр	1	2	3	4	5	6	тех.сумма	ИТОГ
9022643	10	10	8	4	20	4	56	61

Задание 1. чистовик

$$f(t)+tf(1-t)=\frac{t+1}{t^2-t+1}$$

$$f(5)+5f(-4)=\frac{6}{21}$$

$$f(-4)-4f(5)=\frac{-3}{21}$$

$\Rightarrow$ пусть $x=f(5)$, а $y=f(-4)$

$$\Rightarrow\begin{cases}x+5y=\frac{6}{21} & |\cdot 4\\ y-4x=\frac{-3}{21}\end{cases}$$

$$\begin{cases}4x+20y=\frac{24}{21}\\ y-4x=\frac{-3}{21}\end{cases}$$

$$21y=\frac{21}{21}$$

$$y=\frac{1}{21}$$

$$\Rightarrow x+\frac{5}{21}=\frac{6}{21}$$

$$x=\frac{1}{21}$$

Ответ: $f(5)=\frac{1}{21}$

Задание 2 чистовик СТР2 438

1) Запишем закон сохранения энергии

$$\frac{mu^2}{2} - \frac{M \cdot m \cdot G}{r} = E0$$

$\Rightarrow$ если $r \to \infty$ $\Rightarrow$ $\frac{M \cdot m \cdot G}{r} = 0$

$\Rightarrow$ $\frac{m \cdot 0}{2} - 0 = E_{02k}$ $\Rightarrow E_{02k} = 0$ (для случая параболы)

$$\Rightarrow \frac{m \cdot V_{2k}^2}{2} - \frac{M \cdot m \cdot G}{R_3} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{m \cdot V_{2k}^2}{2} = \frac{M \cdot m \cdot G}{R_3} = k$$

$\Rightarrow$ $\frac{mU^2}{2} - K = E_1$ $\Rightarrow$ пусть искомая скорость равна U_1

$$\Rightarrow \frac{mu_1^2}{2} = E_1$$

$\cancel{K_1} = \frac{m \cdot V_{2k}^2}{2}$ $\Rightarrow E_1 = \frac{m \cdot U^2}{2} - \frac{m V_{2k}^2}{2}$

$$\Rightarrow \frac{m \cdot u_1^2}{2} = \frac{m \cdot U^2}{2} - \frac{m \cdot V_{2k}^2}{2}$$

$$\Rightarrow u_1^2 = u^2 - V_{2k}^2$$

$$\Rightarrow u_1 = \sqrt{U^2 - V_{2k}^2} = \sqrt{12{,}2^2 - 11{,}2^2} \approx 4{,}84 \left(\frac{км}{с}\right)$$

Ответ: $u_1 \approx 4{,}84 \frac{км}{с}$.

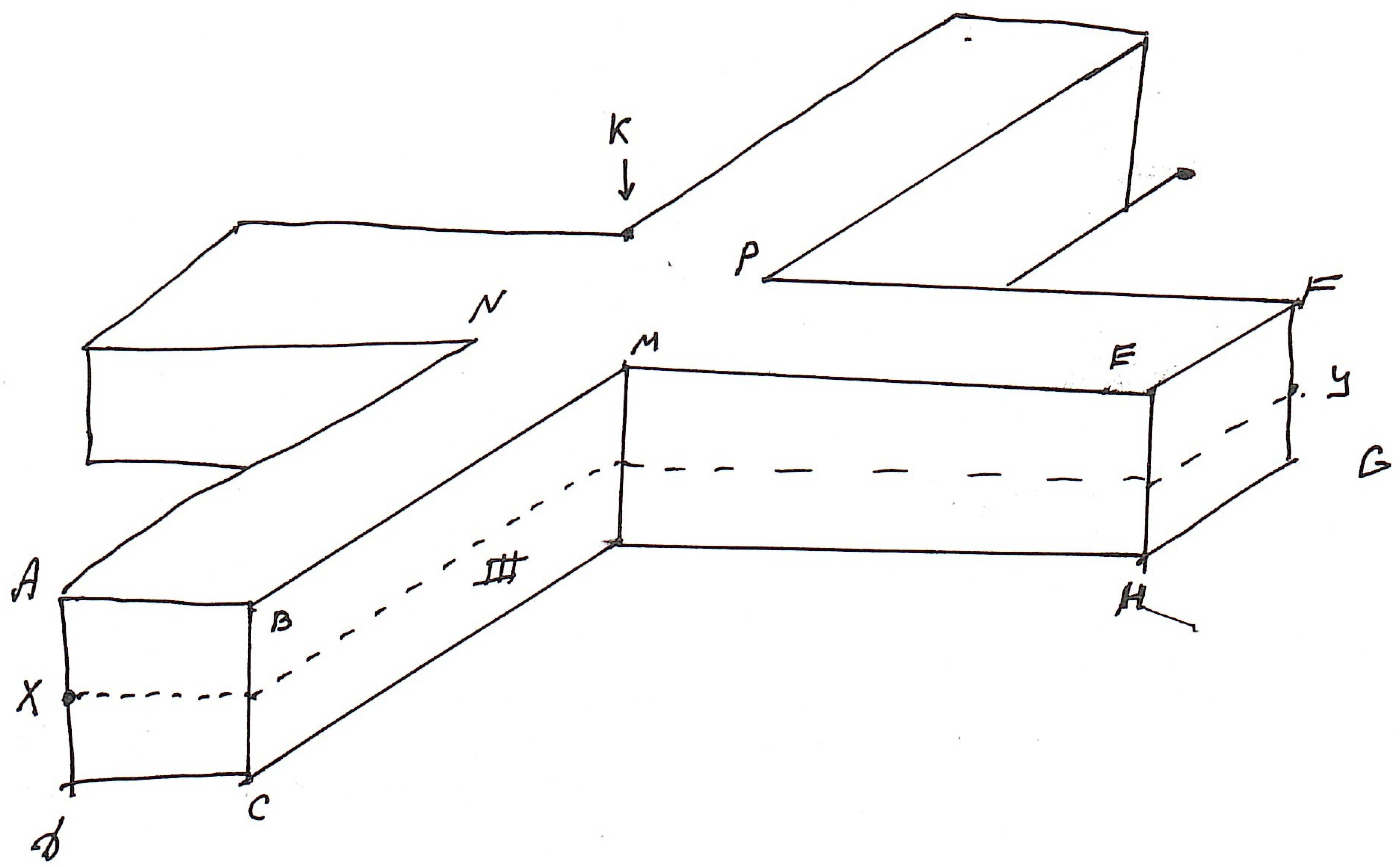
Задача 3.

1) Программа на языке С++)

```
#include<iostream>
using namespace std;
int main() {
int a[5];

for (int i=0 ; i<5; i++) {
 cin >> a[i];
}
 int k=0;
 for(int i=0; i<5 ; i++) {
   for (int j=0 ; j<5 ; j++) {
// ~~if (a[i]==1 && a[j]==1 && (i-j>1or~~
 if (a[i]==1 && a[j]==1 && (i-j>1 || j-i >1)) {
 k++;
 }
}
}
 if (k>0) { cout << "YES"; }
 else { cout << "NO"; }

 return 0;

}
```

Программа написана с условием, что второй пример в задаче неверный, задача решена основываясь исключительно на услови

Задание 4. чистовик СТР 4 43.8



1) Пусть длина малой стороны параллелепипеда равна X,
$\Rightarrow$ длина большей равна y.

2) $\Rightarrow$ Рассмотрим несколько маршрутов (другие либо не имеют смысла, либо симметричны рассмотренным)

I: XANKPFY $\quad l = 0{,}5X + 0{,}5X + 4X + 4X + X + X = 11X$

II: XANPFY $\quad l = 0{,}5X + 0{,}5X + 4X + 4X + \sqrt{2}X = 9X + \sqrt{2}X$

III: (обозначен пунктирной линией) $\quad l = 10X$

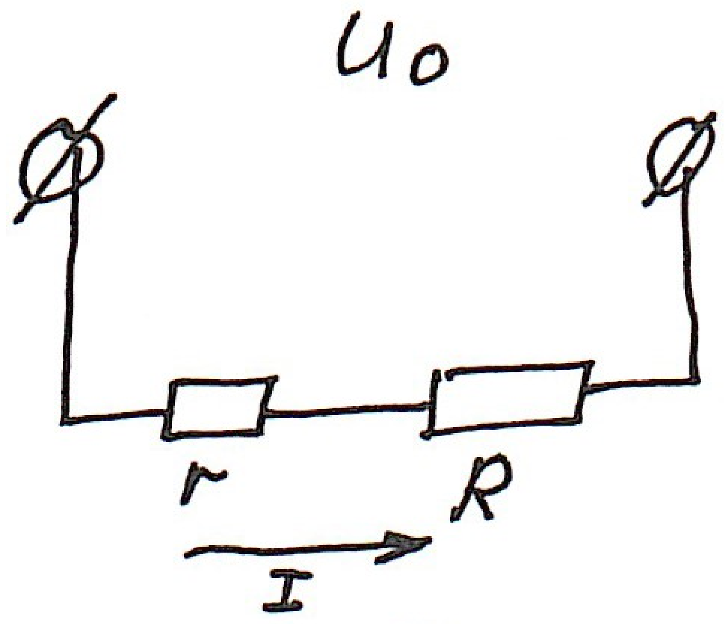
IV: XAMFY $\quad l = X(1 + 2\sqrt{17})$

V: XBMEY $\quad l = 8X + 2\cdot\sqrt{1{,}25}X$

$\Rightarrow$ самый короткий из рассмотренных - маршрут IV (его длина у единственного меньше 10X)
(остальные длиннее, т.к. длина стороны Δ всегда меньше суммы двух других

Ответ: XAMFY

Задание 5



— схема исправного устройства.

$\Rightarrow$ Пусть U_0 – напряжение источника.

$$\Rightarrow I = \frac{U_0}{r+R}.$$

Заметим, что если не изменилось время нагрева воды, значит не изменилась и мощность нагревательного элемента.

$$\Rightarrow P = I^2 \cdot R = \frac{U_0^2 \cdot R}{(r+R)^2}$$

$$\Rightarrow P = I'^2 \cdot R' = \frac{U_0^2 \cdot R'}{(r+R')^2}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{(r+R)^2} = \frac{R'}{(r+R')^2}$$

$$\Rightarrow R\,(r+R')^2 = R'\,(r+R)^2$$

$$R \cdot (r^2 + 2rR' + R'^2) = R'(r^2 + 2rR + R^2)$$

$$R \cdot r^2 + \cancel{2R \cdot r \cdot R'} + R \cdot R'^2 = R' r^2 + \cancel{2R \cdot r \cdot R'} + R^2 \cdot R'$$

$$R \cdot r^2 + R \cdot R'^2 = R' \cdot r^2 + R^2 \cdot R'$$

$$R \cdot r^2 - R' \cdot r^2 = R^2 \cdot R' - R \cdot R'^2$$

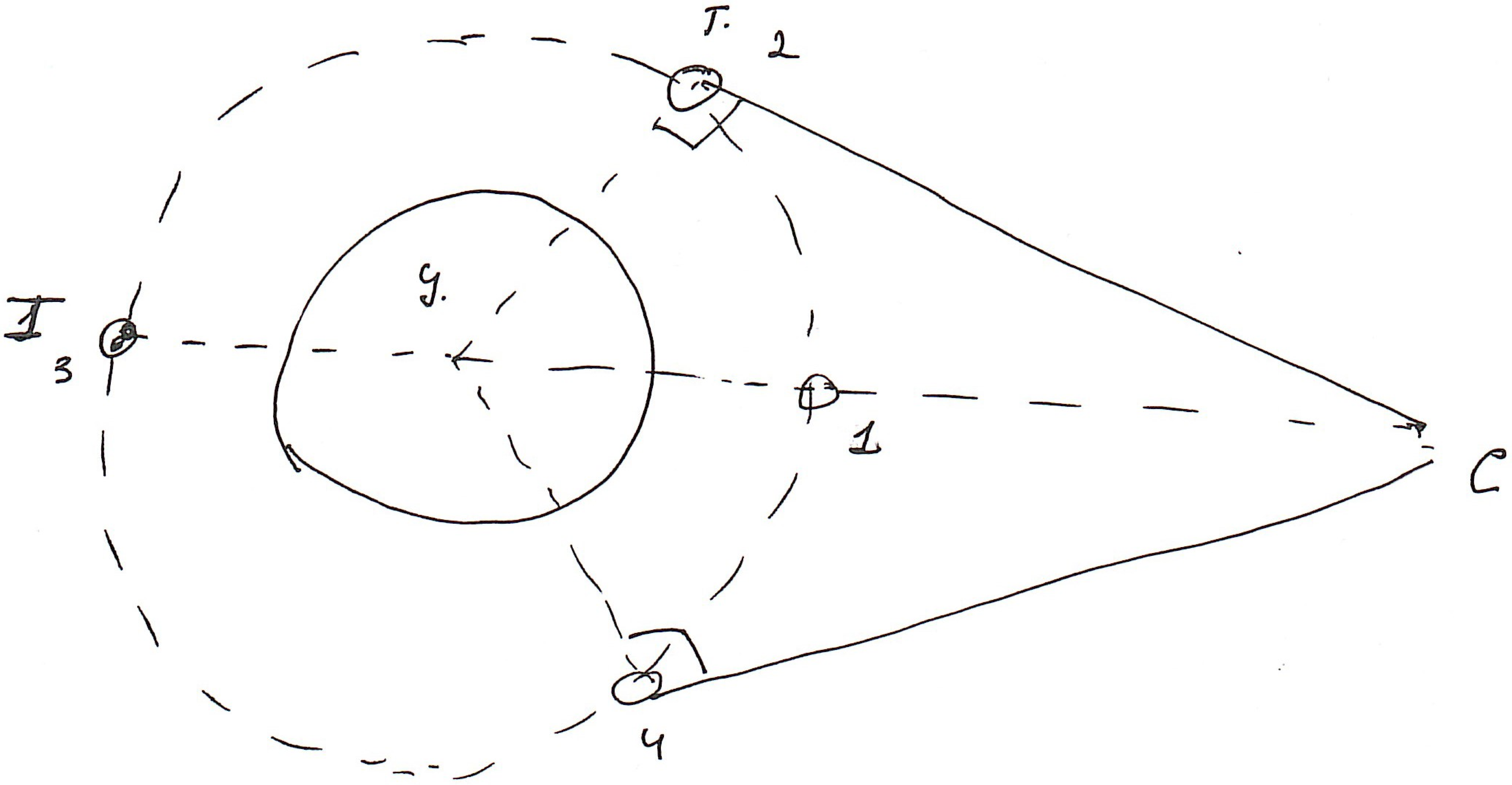
$$r^2 (R - R') = R \cdot R' (R - R')$$

$$r^2 = R \cdot R' \qquad (\text{т.к. } R \neq R')$$

$$\Rightarrow R' = \frac{r^2}{R} < r, \text{ т.к. } R > r$$

$\Rightarrow$ да, так можно сделать.

Ответ: да, возможно.



1) Заметим, что фаза равна $f=\frac{1+\cos\varphi}{2}$,
где φ - угол (источник - тело - наблюдатель)
$\Rightarrow$ в точке 1 $f=0$, до точки 2 фаза изменяется до $f=0,5$
в точке 3 $f=1$, а далее фаза уменьшается до 0 (симметрично)

$\Rightarrow$ Наблюдатель на Уране увидит все фазы, в последовательности, описанной на рисунке выше.

Ответ: все фазы.

черновик СТР. 7 из 8

$f(5)+5f(-4)=\frac{6}{21}$

$21\cdot f(5)+5f(-4)=6$

$(0{,}5x)^2+x^2=$

$=1{,}25x^2$

$21\cdot f(5)=6-5f(-4)$

$f(5)=\frac{6-5f(-4)}{21}$

$\sqrt{1{,}25}\ x+8x+\sqrt{1{,}25}$

$x(8+2\sqrt{1{,}25})=$

$f(t)=\frac{t+1}{t^2-t+1}-t\cdot f(1-t)$

$=\frac{8x}{8+x+2}=\frac{}{\sqrt{1{,}25}}\neq1$

$f(t)=\frac{t+1-t^3\cdot f(1-t)+t^2f(1-t)-tf(1-t)}{t^2-t+1}$

$x^2+16x^2 \quad y=\sqrt{17}$

$=x\sqrt{17}$

$0{,}5x+x\sqrt{17}+x\sqrt{17}+0{,}5x=$ >4 <5

$=x+2x\sqrt{17}=x(1+2\sqrt{17})$

$1+2\cdot4\approx9$

$x+4x+4x+x==\boxed{10x}$

$x+\frac{5}{21}=\frac{6}{21}$

$x=\frac{1}{21}$

$f(5)+5f(-4)=\frac{6}{21}$

$f(5)+5f$

x y $f(t)+t(f(1-t)=\frac{t+1}{t^2-t+1}$

$f(5)+5f(-4)=\frac{6}{21}$ $f(5)+5f(-4)=$

$f(-4)-4f(5)=\frac{-3}{16+5}$

$4x+20y=\frac{24}{21}$

$x+5y=\frac{6}{21}$

$y-4x=\frac{-3}{21}$

$y-4x=\frac{-3}{21}$

$21y=\frac{21}{21}$ $y=\frac{1}{21}$

черновик стр 8.438

$f(t) + \cancel{t}\cdot f(1-t) = \frac{t+1}{t^2-t+1}$

$f(t) + t\cdot f(1-t) = \frac{6}{25-5+1}$ $\qquad f(\frac{1}{2}) = \frac{4}{3}$

$f(5) + 5\cdot f(-4) = \frac{6}{21}$

f $\quad t = 1-t$ $\quad 2t = 1$ $\quad t = \frac{1}{2}$

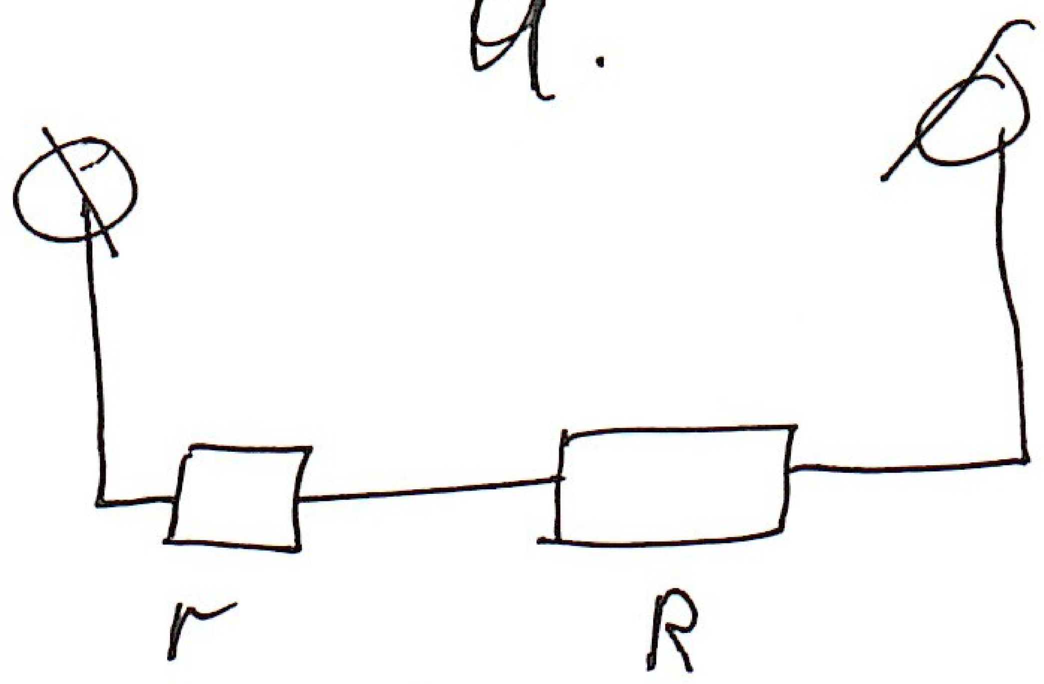
$f(\frac{1}{2}) + \frac{1}{2}\cdot f(\frac{1}{2}) = \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+1}$

$f(\frac{1}{2})\cancel{(\frac{1}{2}+1)} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}+1}}{\frac{3}{4}}$ $\qquad f(-1) = f(2)$

$f(\frac{1}{2}) = \frac{4}{3}$

$f(t) = \frac{t+1}{t^2-t+1} - t\cdot f(1-t)$

4.



8

&

$I = \frac{4}{r+R}$ $\qquad Q = (\frac{4}{r+R})^2\cdot R\cdot \tau.$

$R(r^2+2rR'+R'^2) =$

$= R'(r^2+2r\cdot R+R^2)$ $\qquad I = \frac{4}{r+R'}$ $\qquad Q = \frac{4^2}{(r+R')^2}\cdot R'\cdot \tau$

$R\cdot r^2 + \cancel{2RR'r} + R\cdot R'^2 = R'\cdot r^2 + \cancel{2RR'r} + R^2R'$

$\frac{\cancel{4^2}}{(r+R)^2}\cdot R = \frac{\cancel{4^2}}{(r+R')^2}\cdot R'$

$\frac{R}{(r+R)^2} = \frac{R'}{(r+R')^2}$ $\qquad r^2(R-R') = RR'(R-R')$

$R\cdot r^2 + R\cdot R'^2 = R'\cdot r^2 + R^2\cdot R'$

$R\cdot r^2 - R'\cdot r^2 = R^2\cdot R' - R\cdot R'^2$ $\qquad r^2 = R\cdot R'$

$\boxed{R' = \frac{r^2}{R}}$