МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Космонавтика**

ФИО участника олимпиады: **Кудрявцев Андрей Дмитриевич**

Класс: **11**

Технический балл: **62**

Дата проведения: **05 марта 2022 года**

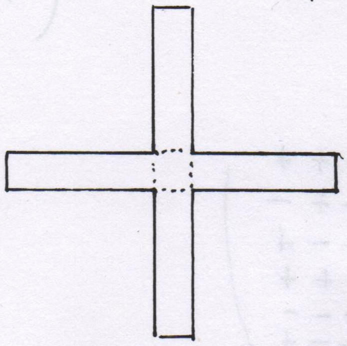
Шифр	1а	1б	2	3	4	5а	5б	5в	6	ИТОГ
10250232	4	10	12	15	5	3	0	3	10	62

Черновик (8 лист)

$A \to G$

A B — 4a L 4a H, G

a



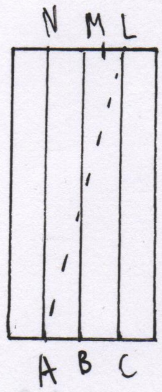
$\sqrt{a^2+100a^2} = a\sqrt{101} = 10{,}0498$

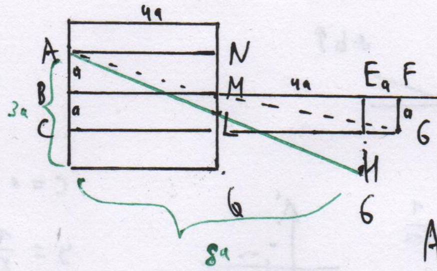
AL + LG

$\sqrt{a^2+16a^2} = a\sqrt{17}$

$\sqrt{4a^2+16a^2} = a\sqrt{20}$

$= a\sqrt{20+\sqrt{17}} = 8{,}59524$





$\sqrt{a^2+16a^2} + \sqrt{a^2+25a^2} = a\cdot(\sqrt{17}+\sqrt{26})$

$AH = \sqrt{9a^2+64a^2} = a\sqrt{73} = 8{,}544$

1кг 1000г
0,1 100
0,01к 10г

N3

$m = 10$ г

$R = 0{,}6$ м

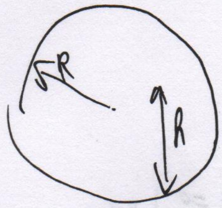
$h = 0{,}6$ м

$g = 10$ м

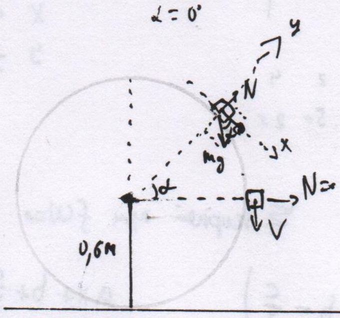
Q - ?

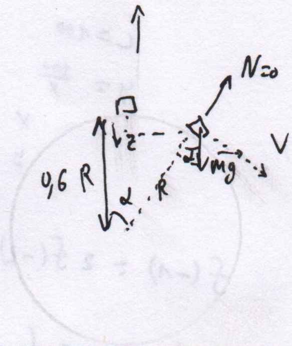
$W_k = \frac{mV^2}{2}$

mgh



$\angle = 90°$
$\angle = 0°$





$a_ц = \frac{V^2}{R}$

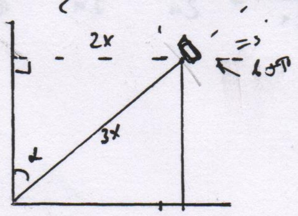
$N = mg \cdot \sin\alpha$ $\quad \sin 0 = 0$

$a = mg\cdot\cos\alpha$

$\frac{V^2}{R} = mg\cdot\cos\alpha$

$mgh + 0 = \frac{mV^2}{2} + Q$

$Q = mgh - \frac{mV^2}{2}$ V для такой



$V < V_{отр} = \sqrt{a_ц \cdot R}$

$V_{отр} = \sqrt{g\cdot\cos\alpha\cdot R}$

$V_{отр} = 0$

$mgR + 0 = mg\left(R - (R - R\cdot\cos\alpha\right) + \frac{mV^2}{2}$

$mgR = mg\cdot(R - R + R\cdot\cos\alpha) + \frac{mV^2}{2}$

1) $mgR = mgR\cdot\cos\alpha + \frac{mV^2}{2}$

если $V <$..

2) $a_ц = \frac{V^2}{R} = g\cdot\cos\alpha$

$Q = mgh = 0{,}01\cdot10\cdot0{,}6 = 0{,}06$ Дж

$ma = mg\cdot\cos\alpha$

$a_ц = g\cdot\cos\alpha$

3) $a_т = g\cdot\sin\alpha$

$mgR(1-\cos\alpha) = \frac{mV^2}{2}$

$a_ц = g\cdot\cos\alpha = 0{,}17$

$a_т = \frac{V^2}{R}$ $\quad \angle \approx 50°$

$V = \sqrt{R\cdot 0{,}17} = 0{,}319$ $\quad \frac{mV^2}{2}$

$2\cdot g\cdot R\cdot(1-\cos\alpha) = V^2 = g\cdot\cos\alpha\cdot R$

$2(1-\cos\alpha) = \cos\alpha$

$2 = 3\cos\alpha \quad \cos\alpha = \frac{2}{3} \quad \alpha = 48{,}1896$

Черновик №4 (9 лист)

Говорун – A пиастров

Пегас – B пиастр.

сумм макс, но меньше C

как можно больше образов фауны

A B C

2 3 11

$1 \le A < B \le 100$

4 1

животн

$8 + 3 = 11$ или $4 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 11$

$2 + 9 = 11$

3 5 10

$3 \cdot 3 = 10$ coca 10

% $\frac{11}{a} = 0$

0 2

if c ~~кр~~

elif

a b c

2 3 16 8

2 3 15 5 | 7

2 4 15

3 4 15

1) ~~с кр~~ c : a ...

else c : b ...

3 4 16 4

3 5 15

3 5 16 4 16 можно разд.

% – остаток от деления

// – деление с отбрасыв. ост. (на цело)

$16 : 3 = 5 | 1$

$16 - 5 : 3 = 3 | 2$

$16 - 10 : 3 = 2 | 0$

$16 - 15 : 3 = 0 | 1$

$16 | 5$ без ост

кол-во 2 + 2

$16 : 5 = 3 | 1$

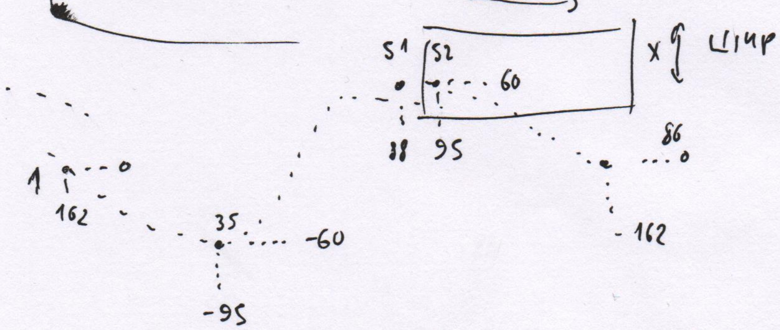
$16 - 1 \cdot 3 : 5 = 2 | 3$

$16 - 2 \cdot 3 : 5 = 2 | 0$

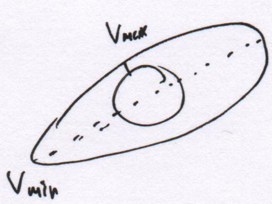
$16 - 3 \cdot 3 : 5 = 1 | 2$

$16 - 4 \cdot 3 : 5 = 0 |$

N5



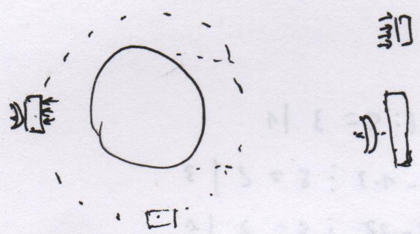
$\tau = \tau_1 = \tau_2 = \dots$



(10 лист)

N6

2 антенны



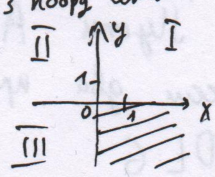
повышенное энергопотребление   электроэнергии не хватит для его солнечной батареи

Чистовик 1 ЛИСТ

№1

$f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$

Точки только в 1ой, 2 и 3 коорд четв



=> Если $x>0$, то $f(x)>0$

Если $x<0$, то $f(x)$ – любое

Если $f(x)>0$, то x – любое

Если $f(x)<0$, то $x<0$

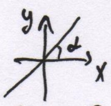
Рассмотрим $y = ax+b$ – линейн. ф-ция
гр. ф. – прямая

a – коэф наклона

$a = tg\alpha = k$, b – точка пересечения с осью Oy.

При $b=0$

$a>0$



$a<0$

При полож. b т. П ф-ции и оси Oy поднимается, а при отриц – опускается

Если $a<0$, то$_{гда}$ есть точки в 4ой четв при любых b.

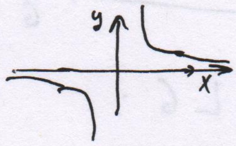
Если $a>0$, тогда точки в 4ой четв только при $b<0$

Т.е $a>0$ и $b \geq 0$ удовл. услов.

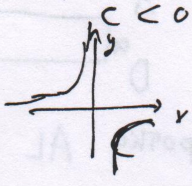
Рассм. гр $y = \frac{c}{x} + b$

при $b=0$ гр. ф. явл гипербола ; $x \neq 0$; $y \neq 0$

$c>0$



$c<0$



коэф. b изменяет горизонтальную асимптоту $y \neq b$

Если $c<0$, то$_{гда}$ есть точки в 4ой четверт при любых b, т.к на бесконечности график близок к „0" (нулю)

Если $c>0$, тогда точки в 4ой четверт только при отрицат. b. $(b<0)$

Т.е. $c>0$ и $b \geq 0$ уд. услов

$b = b_1 + b_2$

$y = ax + b_1 + \frac{c}{x} + b_2$ – сумма двух графиков.

$=> a>0$, $c>0$, $b \geq 0$. (оси Ox и Oy при $x \geq 0$ и $y \leq 0$ входят в 4^{ую} четверть (если нет, тогда $a \geq 0$, $c \geq 0$, $b \geq 0$)

Возмём точку принадл. 4ой чет $A(+1;-1)$, т.е. $x>0$, $(y<0)$ $f(x)<0$ $B(+100;-100)$

$-1 = +1 \cdot a + b + +1 \cdot c$ $\qquad -100 = +100a + b + \frac{c}{100}$

$-1 = +a + b + c$ $\qquad -10000 = +10000a + 100b + c$

если все 3 перем. ≥ 0, тогда невозможно распол. точек в 4ой чет

если хотя бы один параметр <0, тогда он может быть подобран при помощи b и появиться точка удовлетвор. ф-ции в 4ой четв. $=> a>0, b \geq 0, c>0$ ч.т.д.

б) $f(-1) = 2f(-2)$

$-a+b-c = 2 \cdot \left(-2a + b - \frac{c}{2}\right)$

$-a+b-c = -4a + 2b - c$

$\underline{3a = b}$

$ax + b + \frac{c}{x} = 0 \quad | \cdot x \quad x \neq 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

$D = 9a^2 - 4ac \geq 0 \qquad a(9a-4c) \geq 0$

$\left[x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \right.$

$x_1 + x_2 = \cancel{-b \pm \sqrt{D}}\ \frac{-3a+\sqrt{D}}{2a} + \frac{-3a-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-6a}{2a} = -3$

Ответ: а) $a>0$, $b \geq 0$, $c>0$ б) -3.

Чистовик 2 лист

N2

Пусть $AB = BC = a$, тогда $AN = 4a$

Рассм. два простых пути через вершины:

1) ADLG

2) AKG

l – длина пути

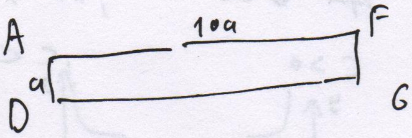
$l = AD + DL + LG = a + \sqrt{a^2+16a^2} + \sqrt{a^2+16a^2} =$

$= a + 2a\sqrt{17} = a\cdot(1+2\sqrt{17}) \approx 9{,}2462a$

$l = AK + KG = \sqrt{a^2+16a^2} + \sqrt{a^2+25a^2} =$

$= a(\sqrt{17}+\sqrt{26}) = 9{,}222125\cdot a$

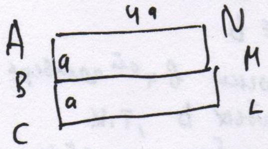
3) Развертка



$l = \sqrt{a^2+100a^2} = a\sqrt{101} = 10{,}049$

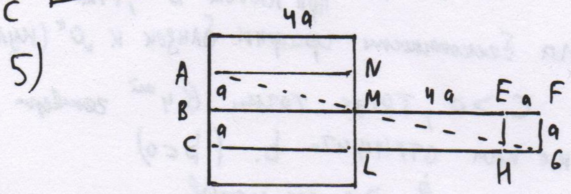
4) Макс. коротко AL и LG:

AL – через грань BM



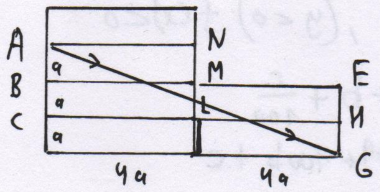
$l = \sqrt{4a^2+16a^2} + \sqrt{a^2+16a^2} = a\cdot(\sqrt{20}+\sqrt{17}) = 8{,}595$

5)



$l = AM + MG = a(\sqrt{17}+\sqrt{26}) = 9{,}222125\cdot a$

6) Наилучший вариант при оптимальной раскройке грань (ABMN) поднимается вокруг BM грань (LHGQ) опускаем вокруг LH: путь проходит через середину ML. (а также BM и LH в отнош 1:2 отсутствии всей фигуры).



$l = AG = \sqrt{(3a)^2+((4+4)a)^2} = \sqrt{(3a)^2+(8a)^2} =$

$= \sqrt{9a^2+64a^2} = \sqrt{73}\cdot a = \boxed{8{,}[illegible]4400\cdot a}$

Ответ: $l_{min} = 8{,}544\,a$ (из верш. A в середину ребра ML (через ребро BM) и из середины ML в вершину G (через ребро LH)).

N 3

Чистовик

3 лист

Рассмотрим эту же задачу без жидк. смазки.

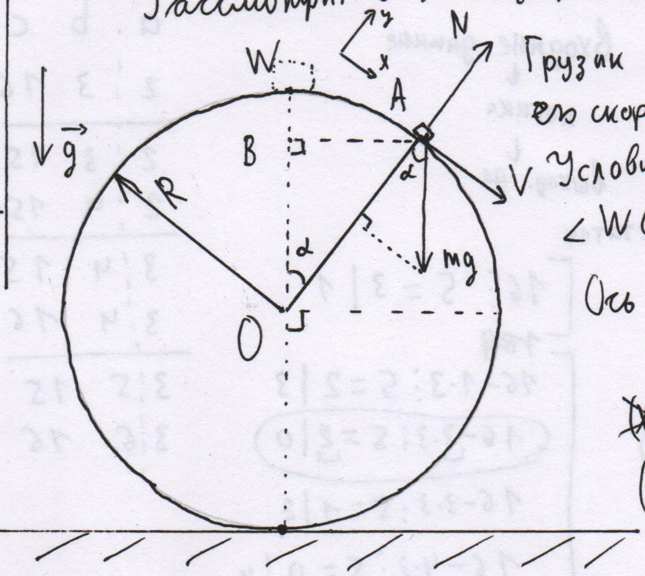
$m = 10\text{ г} = 0{,}01\text{ кг}$

$R = 0{,}6\text{ м}$

$h = 0{,}6\text{ м}$

$g = 10\text{ м/с}^2$

$Q - ?$



Грузик оторвётся раньше, когда его скорость превысит критическую.

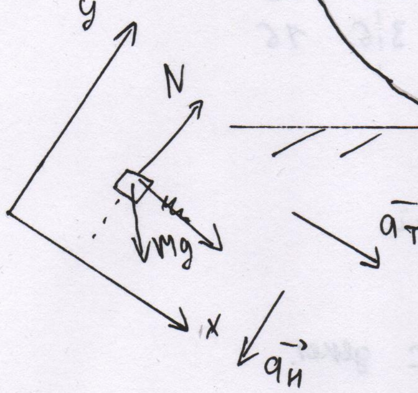
Условие отрыва $N = 0$

$\angle WOA = \alpha$

Ось $OY \parallel \vec{N}$, ось $OX \parallel \vec{V}$

(коорд свя с С.О. грузика)

2ой зн Ньютона:



$(X:)\ a_T \cdot m = mg \cdot \sin\alpha$

$a_T = g \cdot \sin\alpha$

$(y:)\ -a_H \cdot m = -mg \cdot \cos\alpha + \cancel{N}^{0}$

$a_H = g \cdot \cos\alpha.$

α увеличивается от $0°$ до $90°$ $\Rightarrow$ $\sin\alpha \uparrow$ (увелич.) $\cos\alpha \downarrow$ (уменьш.)

В последний момент (перед отрывом) $a_H = a_ц = \frac{v^2}{R}$

$\frac{v^2}{R} = g \cdot \cos\alpha$ $\qquad V^2 = g \cdot R \cdot \cos\alpha$

Была высота $\underset{=R}{OW}$ стала OB $\quad OB = R \cdot \cos\alpha$

З-н. сохр. энер

$W_{п1} + \cancel{W_{к1}}^{0} = W_{п2} + W_{к2}$

$mg \cdot R = mg R \cdot \cos\alpha + \frac{mV^2}{2}$

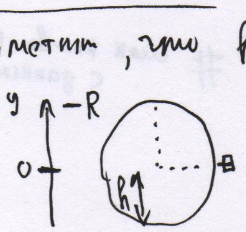
$2mgR(1 - \cos\alpha) = mV^2$

$2mgR(1 - \cos\alpha) = mgR \cdot \cos\alpha$

$2(1 - \cos\alpha) = \cos\alpha$ $\qquad \cos\alpha = \frac{2}{3}$ $\qquad \alpha = 48{,}1896°$

Без смазки оторвался бы при таком угле.

Заметим, что $h = R = 0{,}6$ м (со смазкой) $\Rightarrow$ для того чтобы не оторватся раньше скорость в последний момент должна быть близка к нулю иначе грузик оторвется раньше (например $\alpha = 89°$, $V = 0{,}319$ м/с)



$\Rightarrow$ в момент от $V = 0$

$W_{п1} + \cancel{W_{к1}} = W_{п2} + \cancel{W_{к2}} + Q$

$mg \cdot R = 0 + Q$ $\qquad Q = mg \cdot R = 0{,}01 \cdot 10 \cdot 0{,}6 = 0{,}06$ Дж

Ответ: 0,06 Дж.

Чистовик №4 4 лист

Необходимо придумать алгоритм для программы.

Входные данные
↓
логика
↓
выход. да

1) Максимизация потраченных средств

2) макс. кол-ва животных

a	b	c
2	3	16
2	3	15
2	4	15
3	4	15
3	4	16
3	5	15
3	6	16

$1 \le a < b \le 100$

$0 \le c \le 1000$

↙ остаток

$+1 \left[\begin{array}{l} 16 : 3 = 5 \mid 1 \\ 16 - 5 : 3 = 3 \mid 2 \\ 16 - \underline{2} \cdot 5 : 3 = \underline{2} \mid 0 \\ 16 - 3 \cdot 5 : 3 = 0 \mid 1 \end{array} \right.$

$\left[\begin{array}{l} 16 : 5 = 3 \mid 1 \\ 16 - 1 \cdot 3 : 5 = 2 \mid 3 \\ 16 - \underline{2} \cdot 3 : 5 = \underline{2} \mid 0 \\ 16 - 3 \cdot 3 : 5 = 1 \mid 2 \\ 16 - 4 \cdot 3 : 5 = 0 \mid 4 \end{array} \right.$

16 // 5 + 1 повторов
↑ деление без ост.

16 // 3 + 1 повторений
↑ деление без ост

Если остаток = 0 => потратим все с денег.

Алгоритм: 1) Ввод данных

2) проверка НЗИД (неверно зад. исх данные) ($1 \le a < b \le 100$; $0 \le c \le 100$)

Логика

1) Если с делится без остатка на а (меньшее), тогда макс. кол-во живот = c / a.

2) Иначе делаем цикл в котором мы будем рассматривать различные варианты разложения числа с на x·a + y·b + ... (c//b+1 раз)

При этом первично будем искать миним. остаток, а вторым пунктом искать макс кол-во животных и сравнивать с прошлым min и max.

↑ можно и a, но b быстрее т.к меньше опер.

На языке Python прогр. могла бы выглядеть примерно так..

Ввод
a b c

Вывод
x y

↑ кол-во a ↑ кол-во b

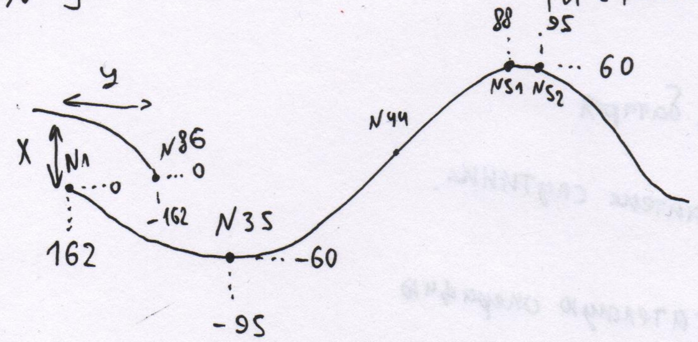
(% – остаток от деления ; // – деление с отбрасыванием остатка)

```
a = int(input())
b = —"—
c = —"—
pred_min = 1000 000
pred_max = -1
max_a = -1   # мак кол-во говорунов с данным min остат
if (1<=a<b<=100) and (0<=c<=100):
    if (c % a == 0):
        x = c/a
    else:
        for i in range(0; c//b+1):
            if ((c - i·b) % a < pred_min):
                (pred_min = (c-i·b)%a)
                if ( (c-i·b)//a ≥ max_a):
                    max_a = a
                    y = i
        x = max_a
print ("x, "␣", y).
```

N 5 Чистовик 5 лист

$\xrightarrow{y}$ долгота

$x \uparrow$ широта



$$\angle\alpha = \quad tg\,\alpha = \frac{60-(-60)}{\frac{88+95}{2}-(-95)} = \frac{120}{186{,}5} \approx 0{,}643$$

$$\underline{\alpha = arctg\,(0{,}643) \approx 32{,}7^\circ}$$

$\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \ldots = \tau$

т.к. в местах перегиба графика точки расположены плотнее между собой чем на экваторе $\Rightarrow$ за один кол-во врем у экв проходит большее расстояние $\vartheta_{экв} > \vartheta_{перегиб}$

в АПОГЕЕ (далеко) ϑ перегиба

в перигее (близко) ϑ экв

$\vartheta_{экв} = \frac{l_1}{\tau} \quad \vartheta_{перег} = \frac{l_2}{\tau}$

$\tau = \frac{l_1}{\vartheta_{экв}} = \frac{l_2}{\vartheta_{пер}}$

$l_2 = 95 - 88 = 7^\circ$ (долгота) между NS1 и NS2

$C = 2\pi R = \pi \cdot D$

$D_{экв} = 12756$ км

$R_{экв} = 6378$ км

$l_{экватора} = 40074$ км

$R_{пол} \approx 6080$ км

$l_2 = 7 \cdot 111{,}3 = 779{,}1$ км

~~$l_1 = 2\pi$~~

42		43		44		45		46
-22	15	-7	15	8	15	23	14	37
-18	12	-6	13	7	12	19		30

N43 и N44

долгота

360° — 40074 км

1° — 111,3 км

широта

180° — 19100 км

1° — 106,1 км

$$l_1 = \sqrt{(15 \cdot 111{,}3)^2 + (13 \cdot 106{,}1)^2} = 2165{,}57 \text{ км}$$

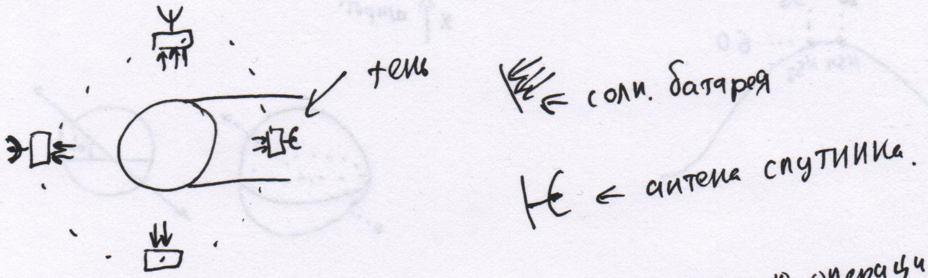
$$\frac{\vartheta_{экв}}{\vartheta_{перегиб}} = \frac{l_1}{l_2} = 2{,}7795 \approx 2{,}78$$

~~X-сдвиг~~ ~~между~~ на y-сдвиг между N0 и N86

Δ Широта = 0

Δ Долгота $= 360 - 2 \cdot 162 = 36^\circ = 4006{,}8$ км

№ 6 Чистовик 6 лист



1) отправить спасательную операцию

2) Ожидать (а также) повысить потребление электроэнергии, для того чтобы электр. двиг. не хватило энергии восстанавливать положение спутника.

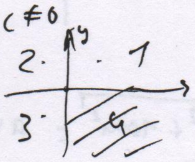
В данной ситуации корабль получ меньше солн. энергии из-за неправ. распол. солнечной батареи.

Черновик

(7 лист)

N1

$f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$ $\forall \neq 0$ $a \neq 0, c \neq 0$



1) $x = 1$ $y = 1$

$1 = a + b + c$

2) $x = -1$ $y = 1$

$1 = -a + b - c$

3) $x = -1$ $y = -1$

$-1 = -a + b - c$

$x > 0$ то $f(x) > 0$

$x < 0$, то $f(x)$ - любое

$f(x) > 0$, то x - любое

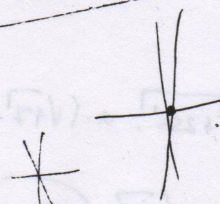
$f(x) < 0$, то $x < 0$

+	+	+
+	+	−
+	−	+
−	+	+
+	−	−
−	−	+
−	+	−
−	−	−

$a > 0$ $b > 0$ $c > 0$

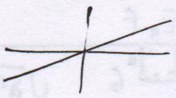
$a = 100$

$+b \uparrow$

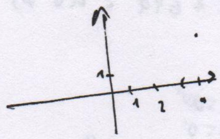


$a = -100$

$a = \frac{1}{100}$ $+b \uparrow$



$y = \frac{c}{x}$



$c = 100$

$y = \frac{100}{x}$

x	1	2	4
y	100	50	25

$c = \frac{1}{100}$

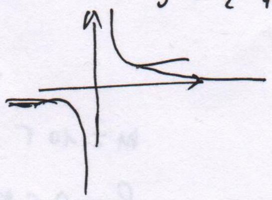
$y = \frac{1}{100x}$

x	1	2
y	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{200}$

$c = 1$

$y = \frac{1}{x}$

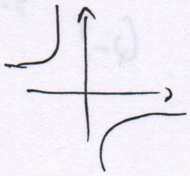
x	1	2	4
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$



$c = -1$

$y = -\frac{1}{x}$

x =	1	2
y =	−1	$-\frac{1}{2}$



$f(-1) = 2f(-2)$

$-a + b - c = 2 \cdot \left(-2a + b - \frac{c}{2}\right)$

$-a + b - \cancel{c} = -4a + 2b - \cancel{c}$

$-a + b = -4a + 2b$

$3a = b$

Σ корней при $f(x) = 0$

$ax + b + \frac{c}{x} = 0 \quad | \cdot x \neq 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

$ax^2 + 3ax + c = 0$

$D = 9a^2 - 4ac$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} = \frac{-3a}{a} = -3$

N2

$AB = BC = a$ $AN = 4a$

1) ADL G

$a + \sqrt{a^2 + 16a^2} + \sqrt{a^2 + 16a^2} =$

$= a + 2\sqrt{17a^2} = a + 2a\sqrt{17} =$

$= a(1 + 2\sqrt{17}) = \dots 9,2462 \cdot a$

$\sqrt{17} \approx 4,123$

2) AKG

$\sqrt{a^2 + 16a^2} + \sqrt{a^2 + 25a^2} =$

$= a\sqrt{17} + a\sqrt{26} = a(\sqrt{17} + \sqrt{26}) =$

$= 9,222125$