МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Космонавтика**

ФИО участника олимпиады: **Лебедев Федор Сергеевич**

Класс: **9**

Технический балл: **68**

Дата проведения: **05 марта 2022 года**

шифр	1	2	3	4	5	6	тех.сумма	ИТОГ
10331588	10	10	15	0	8	20	63	68

№1

$$f(t)+tf(1-t)=\frac{t+1}{t^2-t+1}$$

$f(5)=x$
$f(-4)=y$

$$\begin{cases} x+5y=\frac{5+1}{25-5+1}=\frac{2}{7} \\ y-4x=\frac{1-4}{16+4+1}=-\frac{1}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=4x-\frac{1}{7} \\ x+20x-\frac{5}{7}=\frac{2}{7} \end{cases}$$

$21x=1$

$x=\frac{1}{21}$

$f(5)=\frac{1}{21}$

Ответ: $\frac{1}{21}$

№2

Выведем ур-ние для v_2. Запишем З. сохр. E

$E_k+U=E_{общ}=0$

$$\frac{mv_2^2}{2}-\frac{GMm}{r}=0$$

$$v_2^2=\frac{2GM}{r}$$

$$v_1=\sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Далее запишем з. сохр. E для $v = u$

$$E_k + U = E_{k\infty}$$

$$\frac{mu^2}{2} - \frac{GMm}{r} = \frac{mv_\infty^2}{2}$$

$$u^2 - \frac{2GM}{r} = v_\infty^2$$

Заметим, что $\frac{2GM}{r} = v_2^2$

$$v_\infty = \sqrt{u^2 - v_2^2} \approx 4,837 \text{ км/с} \approx 4,84 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Ответ: $4,84 \frac{\text{км}}{\text{с}}$

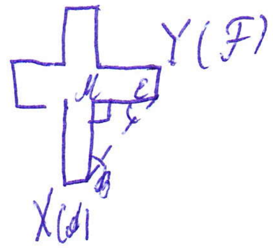
№3 (Python)

```
t = input('Введите числа')
l = t.split(' ')  # внутри кавычек пробел
for i in range(0, 5):
    for j in range(0, 5):
        if i-j>1 or j-i>1:
            if l[i]=='1' and l[j]=='1':
                for k in range(i+1, j):
                    if l[k]=='0':
                        print('YES')
                        exit(0)
print('NO')  # после цикла
```

№4

№4

Рассм. станцию сверху



Точка X наложится на A, а Y на F, поэтому примем их равными точками

Очевидно, что кратчайший путь будет пролегать через BE, остаётся только минимизировать путь из X в B и из E в Y. Минимумы достигаются, если направиться по отрезку XB и EY (по нерав. лом.).

Таким образом наикратчайший путь из X в Y — ломанная XBÉY. Длина ломанной —

$$XB+EY+BE = AB + AB + BM\sqrt{2} = 2AB + 4\sqrt{2}AB = 2AB(1+2\sqrt{2}) \approx 7{,}65\,AB$$

№5

По з. Джоуля-Ленца

$$W = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{общ}}$$

Если на подогрев требуется теплота Q, то время, затраченное на подогрев

$$t = \frac{Q}{W} = \frac{Q R_{общ}}{\mathcal{E}^2}$$

Рассм. 2 случая:

1. $R_{общ} = R + r$
2. $R_{общ} = R' + r$

$$t_1 = \frac{Qr}{\varepsilon^2} + \frac{QR}{\varepsilon^2}$$

$$t_2 = \frac{Qr}{\varepsilon^2} + \frac{QR'}{\varepsilon^2}$$

Если время подогрева не изменилось, то

$$t_1 = t_2$$

$$\Downarrow$$

$$R = R'$$

Заметим, что

$$R' < r < R$$

Т. к. нер-ва строгие, условие $R = R'$ не может быть выполнено, следовательно

$$t_1 \neq t_2$$

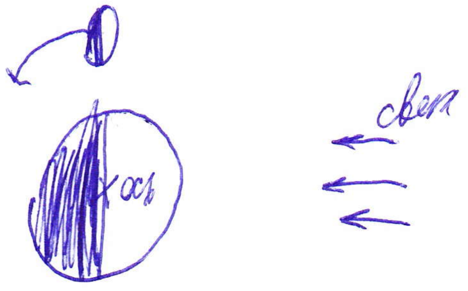
Т. е. нельзя заменить элемент, не изменив при этом время подогрева.

№6

Рассм 2 случая:

1. Ось ⊥ лучам
2. Ось ∥ лучам

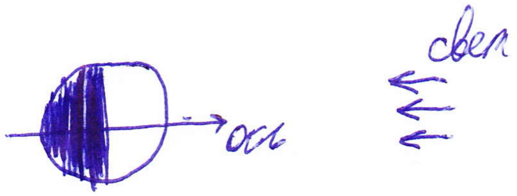
1.



Заметим, что Уран может иногда перекрывать свет своему спутнику.

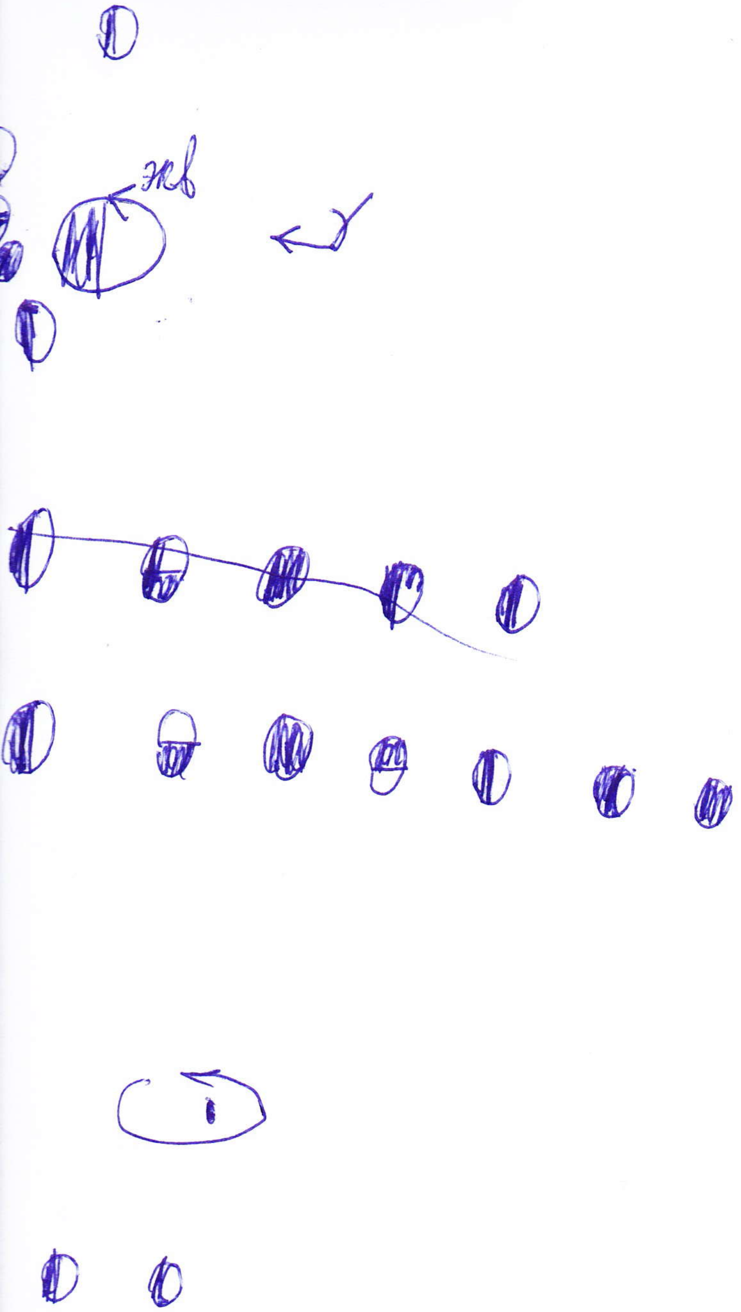
Таким образом, можно наблюдать фазы, начиная с затмения — новолуния

2.

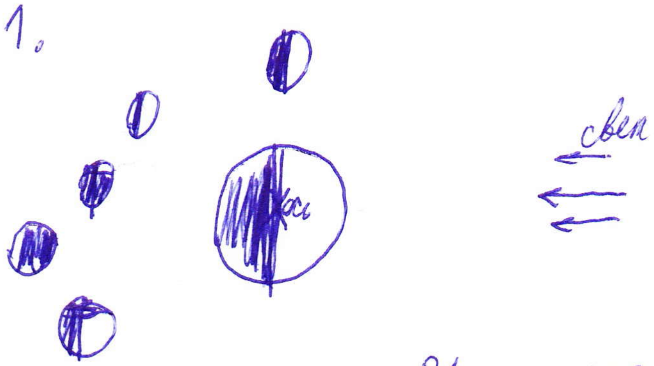


В этом случае можно наблюдать только 1 ф

В зависимости от угла между лучами и осью ~~может изменят~~ могут изменяться фазы.
В определённый момент они могут совпасть с лунными, однако есть углы при которых ~~спут~~ затмение спутника будет происходить каждый период что будет мешать ~~со~~ совпадению с лунными фазами

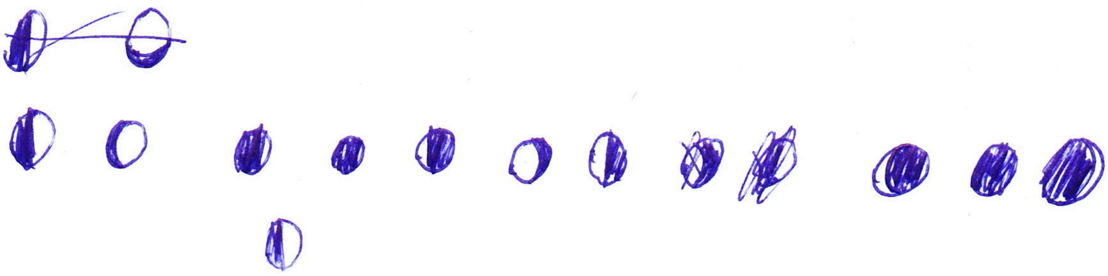

жв

1.



Заметим, что Уран может иногда перекрывать свет своему спутнику.

Таким образом можно наблюдать фазы



2.

Здесь можно наблюдать только 1 фазу

$$f(t)+tf(1-t)=\frac{t+1}{t^2-t+1}$$

$$f(1-t)+f(t)-tf(t)=\frac{2-t}{(1-t)^2-1+t+1}=\frac{2-t}{1-2t+t^2+t}=\frac{2-t}{t^2-t+1}$$

$f(1-t)=y \quad f(t)=x$

$$\begin{cases} x+ty=\dfrac{t+1}{t^2-t+1} \\ \cancel{y=} \\ y+x-tx=\dfrac{2-t}{t^2-t+1} \end{cases}$$

$$\cancel{x=\frac{t+1}{t^2}}$$

$$y=\frac{2-t}{t^2-t+1}-x+tx$$

$$x+\frac{2t-t^2}{t^2-t+1}-xt+t^2x=\frac{t+1}{t^2-t+1}$$

$$x(1-t+t^2)=\frac{t+1-2t+t^2}{t^2-t+1}$$

$$x(1-t+t^2)=\frac{t^2-t+1}{t^2-t+1}$$

$$x=\frac{1}{t^2-t+1}$$

$$f(5)=\frac{1}{25-5+1}=\frac{1}{21} \qquad f(-4)=\frac{1}{16+4+1}=\frac{1}{21}$$

№1

$$f(t)+t\cdot f(1-t)=\frac{t+1}{t^2-t+1}$$

Пусть $f(5)=x$ $f(1-5)=f(-4)=y$, тогда

$$x+5y=\frac{5+1}{25-5+1}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$$

$$y-4x=\frac{1-4}{16+4+1}=-\frac{3}{21}=-\frac{1}{7}$$

$$\begin{cases} x+5y=\frac{2}{7} \\ y-4x=-\frac{1}{7} \end{cases}$$

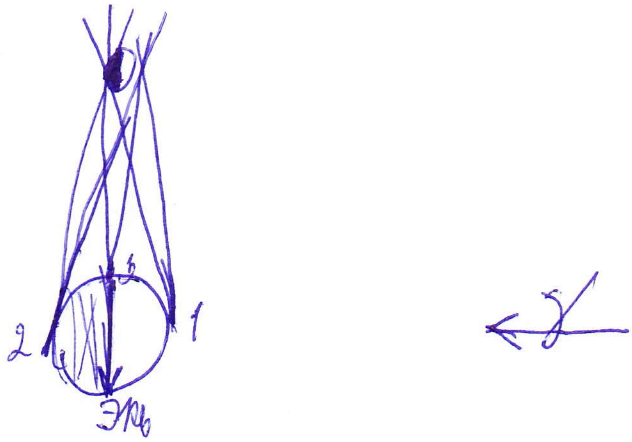
$$\begin{cases} y=4x-\frac{1}{7} \\ x+20x-\frac{5}{7}=\frac{2}{7} \end{cases}$$

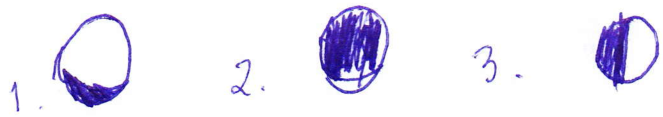
$21x=1$

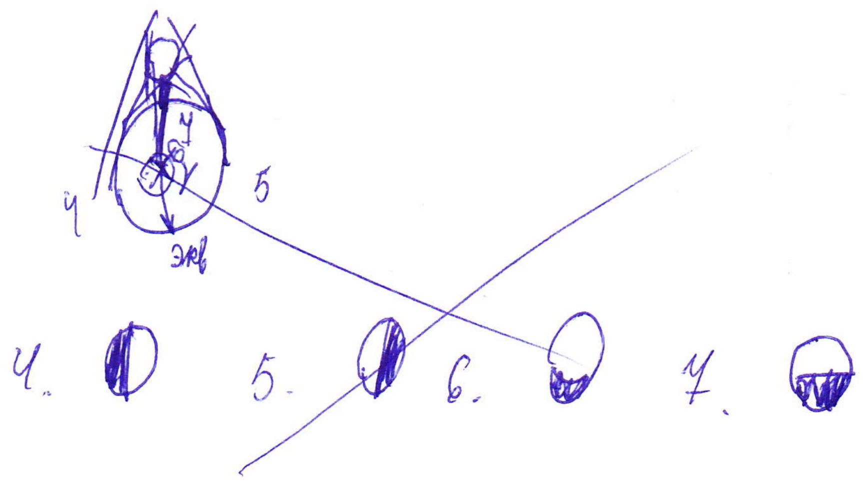
$x=\frac{1}{21}$

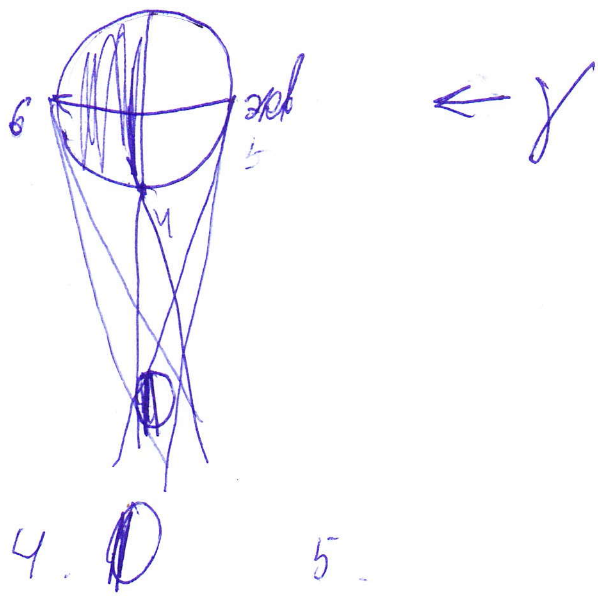
$$y=\frac{4}{21}-\frac{1}{7}=\frac{4-3}{21}=\frac{1}{21}$$

$$\frac{1}{21}+\frac{5}{21}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$$


2
1
3
Экв
γ


1.
2.
3.


4
5
Экв
4.
5.
6.
7.


6
Экв
4
γ
4.
5.

№4

Первое, что приходит на ум — прямой путь из X в Y, однако этот путь перекрыли самой станцией.

Введём точки X'; Y'; Z_1; Z_2 такие, что X' — середина BC; Y' — середина EH; $Z_1X \perp AD$; $Z_2Y \perp FG$.

Заметим, что путь из X' в Y' ничем не преграждён, т.е. он может быть прямым.

Далее нам нужно выбрать такую Z_1, что $Z_1 \in$ пр. $X'Y'$. Это достигается при равенстве углов $\angle$(сер. MD) $Y'X' = \angle XX'Z_1$. Т.к. в $\angle BME = 90°$; $BM = ME$, то $\angle$(ср MD) $Y'X' = 45°$.

Теперь, заметим что $XX' < XZ_1 + X'Z_1$ (по нер. Δ), тогда наикратчайший путь — $XX' \to X'Y' \to Y'Y$

Его длина — $XX' + X'Y' + Y'Y = 2AB + \sqrt{2BM^2}$
$= 2AB + BM\sqrt{2} = 2AB + 4AB\sqrt{2} = 2AB(1 + 2\sqrt{2})$

```
public class Light
{
    public static void main(String[] args)
    {
        Console.WriteLn("Введите число")
```

```
t = input('Введите числа')
lights = t.split(' ') # 1 пробел
lint = [0, 0, 0, 0, 0]
for i in range(0, 5):
    if lights[i] == '1':
        lint[i] = 1

for i in range(0, 5):
    for j in range(0, 5):
        if lint[i] == 1 and lint[j] == 1:
            if i - j > 1 or j - i > 1:
                print('YES')
                exit(0)
print('NO')
```

№2

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{MmG}{R} = 0$$

$$v^2 = \frac{2MG}{R}$$

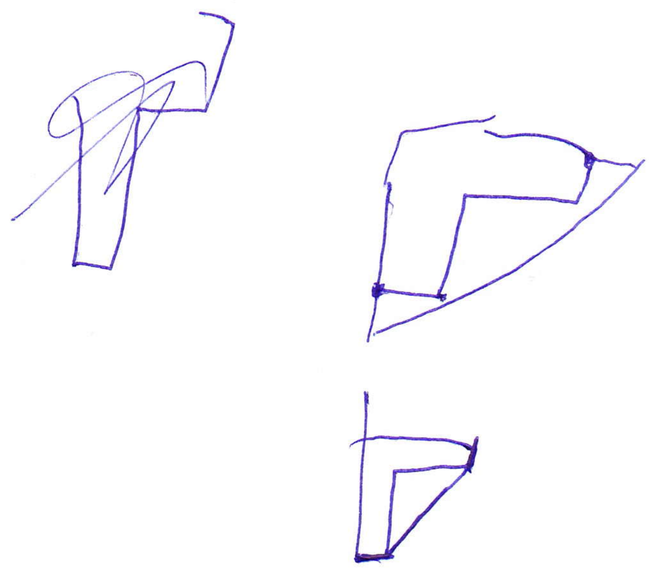
$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\frac{\cancel{m}u^2}{2} - \frac{MG}{R} = \frac{v_\infty^2}{2}$$

$$u^2 - \frac{2MG}{R} = v_\infty^2$$

$$v_\infty = \sqrt{u^2 - \frac{2MG}{R}} = \sqrt{u^2 - v_2^2} \approx 4{,}84\ \frac{км}{с}$$

№3

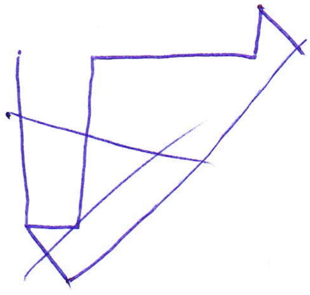


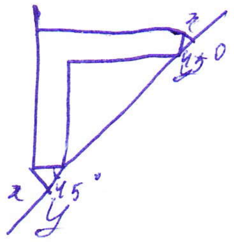
№4

$$R_{общ_1} = R + r > 2r \qquad R_{общ_2} = R' + r > 2R'$$

$$w_1 = \frac{U^2}{R_{общ_1}} < \frac{U^2}{2r} \qquad w_2 = \frac{U^2}{R_{общ_2}} < \frac{U^2}{2R'}$$

$$t_1 = \frac{a_{тр}}{w_1} \qquad t_2 = \frac{a_{тр}}{w_2} = \frac{a R_{общ}}{U^2} > \frac{2R'a}{u^2}$$





$$x^2 = AB^2 + y^2 - 2AB\,y\,\frac{\sqrt{2}}{2} = AB^2 + y^2 - \sqrt{2}\,y\,AB$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = AB^2 + y^2 + y(2x - \sqrt{2}\,AB)$$

$$x = \frac{AB}{\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{AB}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2}BM^2 + 2\sqrt{2}\,AB = 4AB\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\,AB = AB(6\sqrt{2})$$

```
t= input('Введите числа')
l = t.split(' ')  # 1 пробел

for i in range(0,5):
  for j in range(0,5):
    if i-j>1 or j-i>1:
      if l[i]=='1' ans l[j]=='1':
        print('YES')
        exit(0)            *
print('NO')
```

```
*
  for k in range(i+1, j):
    if l[k]=='0'
      print('YES')
      exit(0)
```

```
t=input('Введите числа, разделяя их пробелами')
l = t.split(' ') # 1 пробел
for i in range(0, 5):
  for j in range(0,5):
    if i-j>1 or j-i>1:
      if l[i]=='1' and l[j]=='1':
        for k in range(i+1, j):
          if l[k]=='0':
            print('YES')
            exit(0)
print('NO')
```

~~Пусть~~

Запишем изначальную мощность

$$W_1 = \frac{\mathcal{E}^2}{r+R}$$

$$r < R$$

$$r + R < 2R$$

$$\frac{1}{r+R} > \frac{1}{2R}$$

$$W_1 > \frac{\mathcal{E}^2}{2R}$$

$$W_2 = \frac{\mathcal{E}^2}{R'+r}$$

$$R' < r$$

~~$R' + r <$~~

$$2R' < r + R'$$

$$r + R' > 2R'$$

$$\frac{1}{r+R'} < \frac{1}{2R'}$$

$$W_2 < \frac{\mathcal{E}^2}{2R'}$$

$R' + r = R + r$

$R' = R$ не соот. $r < R$

$R' < r$

$$W_1 = W_2$$

$$\frac{\mathcal{E}^2}{2R} < W_1 < \frac{\mathcal{E}^2}{2R'}$$

$$\frac{\mathcal{E}^2}{R'+r} = \frac{\mathcal{E}^2}{R+r}$$

По з. Джоуля - Ленца

$W = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{общ}}$

~~Если~~

Пусть на подогрев воды требуется теплота Q, тогда затраченное время

$t = \frac{Q}{W} = \frac{Q R_{общ}}{\mathcal{E}^2}$

Рассм. 2 случая:

- с $R_{общ} = R + r$
- с $R_{общ} = R' + r$

$t_1 = \frac{QR}{\mathcal{E}^2} + \frac{Qr}{\mathcal{E}^2}$

$t_2 = \frac{QR'}{\mathcal{E}^2} + \frac{Qr}{\mathcal{E}^2}$

Если время подогр. = const, то

$t_1 = t_2$

$R' = R$

Заметим, что

$R' < r < R$

Т.к. нер-ва строгие, то условие $R' = R$ не может быть выполнено, следовательно

$t_1 \neq t_2$