МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Космонавтика**

ФИО участника олимпиады: **Мосалев Максим Сергеевич**

Класс: **11**

Технический балл: **62**

Дата проведения: **05 марта 2022 года**

Шифр	1а	1б	2	3	4	5а	5б	5в	6	ИТОГ
9069195	5	10	10	10	10	0	0	2	15	62

Чистовик

N 1

$f(x) = ax + b + \frac{c}{x} = \frac{ax^2+bx+c}{x}$ ОДЗ: $x \neq 0$

а) Так как график имеет точки только в I, II и III коорд. четвертях, то он пересекает ось Ox в двух точках, т.к. $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2+bx+c=0 \\ x \neq 0 \end{cases}$

То есть у уравнения $ax^2+bx+c=0$ – два корня.

По т. Виета: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$ Так как график в I, II и III четв., то он пересекает ось Ox в отриц. точках, то есть x_1 и x_2 – корни ур-я $ax^2+bx+c=0$ отрицательны

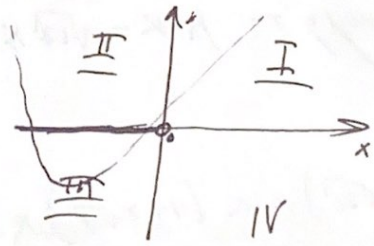
$ax^2+bx+c = a\left(x + \underbrace{\frac{b}{2a}}_{>0 \Rightarrow \text{зн. сместится влево}}\right)^2 - \underbrace{\frac{b^2-4ac}{4a}}_{>0 \text{ – график см. вниз.}}$

Значит сумма корней должна быть отриц. $\Rightarrow -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ тогда $\begin{cases} b<0 \\ a<0 \end{cases}$ или $\begin{cases} b>0 \\ a>0 \end{cases}$, но их произведение должно быть положительно $\Rightarrow \begin{cases} c>0 \\ a>0 \end{cases}$ или $\begin{cases} c<0 \\ a<0 \end{cases}$

Но ветви параболы (график ax^2+bx+c) должны быть направлены вверх, чтобы не было точек в IV четв.

Значит $a > 0 \Rightarrow \begin{cases} a>0 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases}$



Ответ: $a>0$, $b>0$, $c>0$.

б) $f(-1) = 2f(-2)$

$\Updownarrow$

$-a+b-c = 2\left(\frac{4a-2b+c}{-2}\right)$

$\Updownarrow$

$-a+b-c = -4a+2b-c \Leftrightarrow \boxed{3a = b.}$

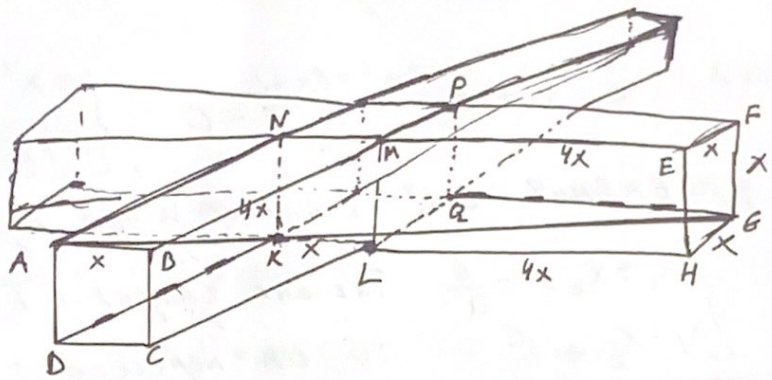
Чистовик 1

$f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2+bx+c=0 \\ x \neq 0 \end{cases}$ $\quad b = 3a$ | Чистовик

По т. Виета $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{3a}{a} = -3$.

Ответ: -3.

N2



Кратчайший маршрут будет тогда, когда космонавт будет двигаться по диагоналям.

I маршрут A-M-F-G

II маршрут A-K-G

Пусть $AB = BC = EF = FG = x \Rightarrow AN = DK = BM = CL = PF = QC = ME = LH = 4x$.

I маршрут: $AM = \sqrt{17}\,x$; $MF = \sqrt{17}\,x$; $FG = x$.

(из т. Пифагора $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2}$)

Длина I марш.: $(2\sqrt{17}+1)x$.

II маршрут: $AK = \sqrt{17}\,x$; $KG = \sqrt{26}\,x$.

($KM = 4x + x = 5x$

$DC = KL$ (параллелограмм))

$(\sqrt{17}+\sqrt{26})x < (1+2\sqrt{17})x$

Длина II марш.: $(\sqrt{17}+\sqrt{26})x$.

Тогда кратчайший маршрут: A-K-G. Других нет.

Ответ: A-K-G.

Чистовик 2.

Чистовик.

N 4 Программа на языке Pascal.

```
Program 24;
Var A, B, C, d, mx : Integer;
 m : array of Integer;

Begin
Readln(A, B, C);
  d:=0; mx:=0;
For var n:= 0 to 1000 do
   for var m:= 0 to 1000 do
      if A*n + B*m = C then Begin
                                  setlength(m, d+2);
                                  m[d]:=n;
                                  m[d+1]:=m;
~~while d<>-1 do begin~~
                                  ~~end~~
                                  If n+m > mx then
                                                mx:=(n+m);
d:=0;                             end;
while d<>-1 do begin
if m[d]+m[d+1] = mx  then begin write(m[d], ' ', m[d+1]);
                                  d:=-3;
d+=2;                             end;
end;

End.
```

Сначала ищем все наборы животных, на которых можно потратить C, при этом находим максимальное кол-во животных. Затем найдя это кол-во ~~выводим~~. в получившемся массиве выводим.

Чистовик 3

Чистовик.

N3

Дано:

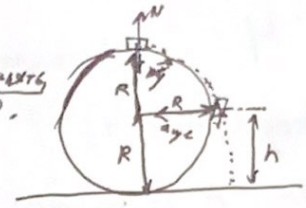
$m = 10г$ | СИ: $0{,}01кг$

$R = 0{,}6м$

$h = 0{,}6м$

$g = 10 м/с^2$

Q - ?



Решение: Т.к. есть смазка, то можно пренебречь $F_{тр} = 0$.

По закону сохранения энергии:

$$E_{п_1} = E_{п_2} + E_{к_2} + Q$$

$E_{к_1} = 0$, т.к. толчок был незначительный можно считать, что $v_0 = 0$.

$E_{п_1} = mg2R$; $E_{п_2} = mgh = mgR$ (из усл. $h = R = 0{,}6м$); $E_{к_2} = \frac{mv^2}{2}$.

Тогда

$$Q = E_{п_1} - E_{п_2} - E_{к_2} = mg2R - mgR - \frac{mv^2}{2} =$$

$$= mgR - \frac{mv^2}{2}. \quad (1)$$

~~В момент отрыва груза по вертикали на груз действует~~

Груз движется по обильно смазанной жидкой смазкой, тогда ~~груз~~ в момент отрыва $a = g$.

~~Все~~ $a_{цс} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{a \cdot R} = \sqrt{gR}$

Из (1): $Q = mgR - \frac{m \cdot g \cdot R}{2}$.

$$Q = 0{,}01кг \cdot 10 м/с^2 \cdot 0{,}6м - \frac{0{,}01кг \cdot 10 м/с^2 \cdot 0{,}6м}{2} = 0{,}03 Дж.$$

Ответ: 0,03 Дж.

Чистовик.

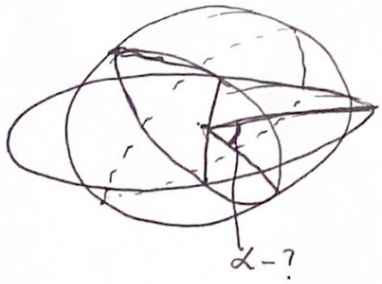
№ 6

Можно дождаться, когда спутник окажется между Землёй и Луной и отразить сигнал от Луны на антенну спутника.

Или, если есть ~~аз~~ доступ к другому спутнику, отправить сигнал на другой спутник, чтобы тот передал сигнал нужному спутнику и тот перевернулся.

Или так как ~~сол~~ односторонние солнечные батареи направлены к Земле, то у спутника закончится энергия и электрические ракетные двигатели перестанут работать, и спутник начнёт вращаться, когда он будет солнечной батареей к Солнцу, а антенной к Земле, нужно передать сигнал о повороте на 180°. Спутник ~~полностью~~ зарядится и двигатели начнут работать, ~~а~~ он будет работать как надо

№ 5



Где точки реже проставлены, там ~~скорость~~ спутник ближе к поверхности, т.к. метки фиксирует за равные промежутки времени.

Так и можно определить где апогея и перигея орбиты.

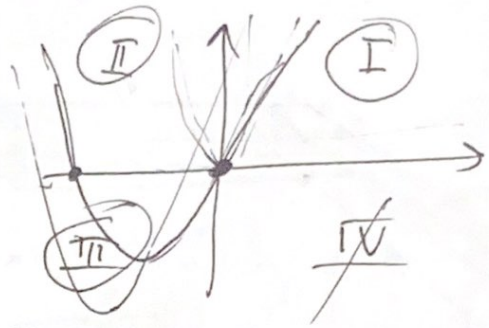
Чистовик 5

Черновик 6.

Черновик.

$f(x) = ax + b + \frac{c}{x} =$

$= \frac{ax^2+bx+c}{x}$



I, II, III $\Rightarrow D > 0$

$a>0 \quad b>0 \quad c>0$

$f(-1) = 2f(-2)$

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$

$a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c$

$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a} > 0$

$\cancel{a - b + c}$

$\cancel{-a + b - c = 2(4a - 2b + c)}$

$\cancel{-a + b - c = 8a - 4b + 2c}$

$\cancel{9a - 5b + 3c = 0}$

$-a + b - c = 2 \cdot \left(\frac{4a - 2b + c}{-2}\right)$

$-a + b - \cancel{c} = -4a + 2b - \cancel{c}$

$3a = b$

$\frac{ax^2+bx+c}{x} = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

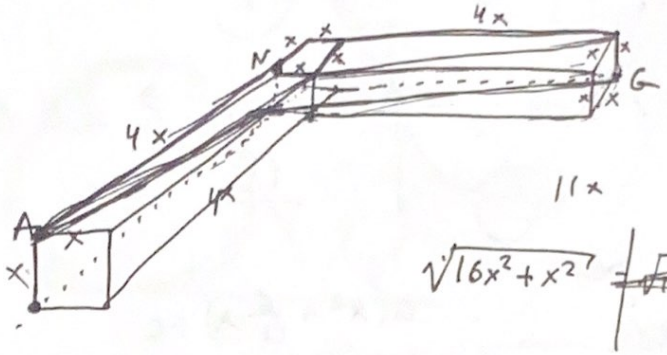
$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{3a}{a} = -3$

$b^2 - 4ac > 0$

$b^2 > 4ac$

Черновик 7

Черновик.



$11x$

$\sqrt{16x^2+x^2}$ ~~$\sqrt{17}x+\sqrt{17}$~~

$2\sqrt{17}\,x + x$

~~$(1+\sqrt{17})x$~~

$x(1+2\sqrt{17}) \approx 9x$

$x + 4x + \sqrt{26}\,x$

~~$x(5+\sqrt{26}) = 10x$~~

$x + \sqrt{17}\,x + \sqrt{17}\,x + \sqrt{2}\,x$ $\quad \sqrt{26}\,x + 4x + x$

~~$x + 2\sqrt{17}\,x + \sqrt{2}$~~ $\quad \sqrt{26}\,x + \sqrt{17}\,x + \sqrt{2}\,x.$

$\sqrt{17}\,x + \sqrt{26}\,x$ $<$ $\quad$ ~~$\sqrt{26}\,x + 5x$~~

$x(\sqrt{17}+\sqrt{26}) \vee (1+2\sqrt{17})x$ $\quad 10x$

$\sqrt{17}+\sqrt{26} \vee 1+2\sqrt{17}$

$\sqrt{26} \vee 1+\sqrt{17}$

$<$

$\sqrt{26} - \sqrt{17} \vee 1$

$<$

$26 - 2\cdot\sqrt{26\cdot 17} + 17 \vee 1$

$<$

4,123 5,09901

9,8199,246 +1

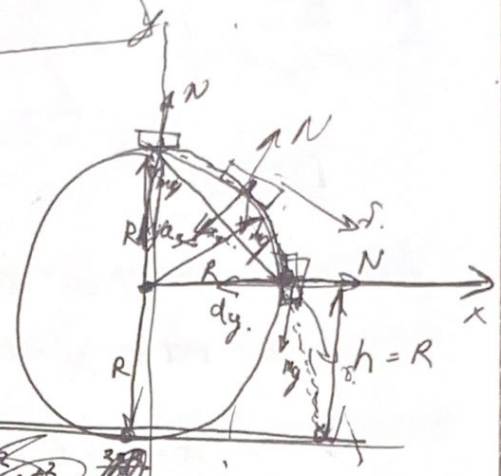
Черновик 8

mgh $\quad \frac{mv^2}{2}$

Черновик

$mg = ma$

$g = a$



$\frac{1}{4}$

$mg2R$

$E_{п.max}$ $\quad x = \frac{v^2 \cdot t^2}{2R}$ $\quad \Delta E = A$. $\quad$ $E_{п.}$?

$v = \sqrt{a \cdot R}$

$mgR - mg2R$ $\quad Q = A = \frac{mv^2}{2}$ $\quad v = v_0 + at$ $\quad a_{цс.} = \frac{v^2}{R}$ $\quad \boxed{v = \sqrt{gR}}$

$-mgR.$ $\quad \Delta E_K.$ $\quad \boxed{v = at}$

$-0{,}01_{кг} \cdot 10 \cdot 0{,}6.$ $\quad \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R$

$\boxed{0{,}06.}$ Дж.

$v^2 = \frac{4\pi^2 \cdot R^2}{T^2}$

$Q = A_{с.т.} = m \cdot g \cdot \frac{2\pi r}{4} = mg\frac{\pi r}{2} = \frac{0{,}01 \cdot 6}{2}$

$\boxed{0{,}03}$ Дж.

$\boxed{0{,}03}$ $\quad = 0{,}01 \cdot 10 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}6}{2} = 0{,}01 \cdot 10 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}3$ г

$= 0{,}0942$ Дж.

$E_{п_1} = E_{п_2} + E_к + Q$

$mg2R = mgR + \frac{mv^2}{2} + Q$

$Q = mgR - \frac{mv^2}{2} = 0{,}1 \cdot 0{,}6 - \frac{0{,}01 \cdot 6}{2}$

$a_y = \frac{v^2}{R}$ ....

Черновик 9

A B C | Черновик

~~1, 2, 3~~

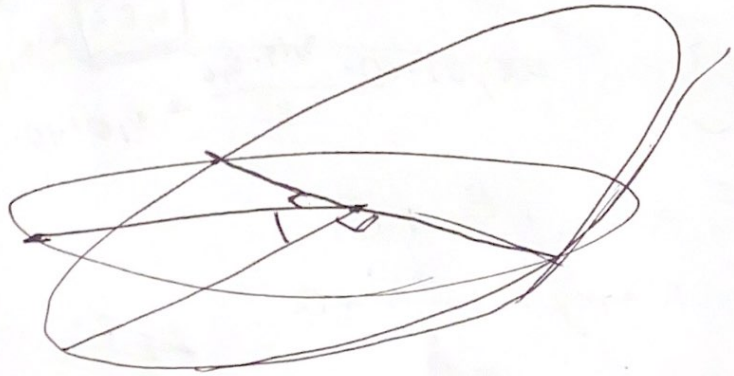
n	m	n	m
1 2	3 4	5	6

```
for var n := 1 to 1000 do
    for var i := 1 to 1000 do
        if A·n + B·m = C then m[i] := n
                              m[i+1] := m;
                              if (m+n) > mx   mx := m+n.
```

~~for var d := 1 to i do~~
~~a[d] := m[k] + m[k+1]~~

4	1	1	3
0	k	2	B

```
if m[k] + m[k+1] = mx then write(m[k], ', ', m[k+1])
k+=2
```



Черновик 10

~~Чистовик~~

Черновик

ОДЗ: $x \neq 0$

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x} = \frac{ax^2+bx+c}{x} = \frac{a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a}}{x}.$$

Так как график имеет точки в первой, второй и третьей коорд. четвертях, то ветви параболы (графика числителя) должны быть направлены вверх $a > 0$. Так как имеет графит точки в I, II, III ч., то он пересекает ось Ox в 2 точках, т.е. у ур-я $\frac{ax^2+bx+c}{x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2+bx+c=0 \\ x \neq 0 \end{cases}$ два корня, тогда $D > 0 \Leftrightarrow b^2 - 4ac > 0$

И по Т. Виета: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$, так как

Черновик 11

Черновик 12.