МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Космонавтика**

ФИО участника олимпиады: **Телелюхин Константин Сергеевич**

Класс: **10**

Технический балл: **80**

Дата проведения: **05 марта 2022 года**

Шифр	1а	1б	2	3	4	5а	5б	5в	6	ИТОГ
10291328	5	10	12	15	10	5	7	3	13	80

№6.

Есть несколько вариантов

1) Послать людей или роботов, чтобы они вручную повернули спутник.

2) Использовать имеющиеся спутники, чтобы, когда антенна была наведена на имеющийся спутник передать программу.

3) Можно подождать, и батареи ~~разрядятся~~ и будут получать солнечную энергию, двигатели выключатся и спутник повернется.

№5

~~Найдем точку, когда угол ПОХ = 90°.~~

~~В ней отн. перигей: $\sqrt{\Delta\varphi^2+\Delta\lambda^2} = 90°$~~

Считаем, что $Q \gg R_⊕$.

$$S_1 = 2Q^2 tg\frac{\alpha_{min}}{2}.$$

$$\frac{1}{86} = \frac{t}{t_0} = \frac{S_0'}{S_0} = \frac{2Q^2 tg\frac{\alpha_{min}}{2}}{\pi a^2(1-e^2)} =$$

$$= \frac{2(1+e)^2 tg\frac{\alpha_{min}}{2}}{\pi(1-e)(1+e)} = \frac{2(1+e) tg\frac{\alpha_{min}}{2}}{\pi(1-e)}$$

$$\frac{1+e}{1-e} = \frac{1}{86}\cdot\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{tg\frac{\alpha_{min}}{2}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1+e}{1-e} = 0{,}93$$

$$\Downarrow$$

$$e = \frac{1-0{,}93}{1+0{,}93} = 0{,}036$$

$$\Downarrow$$

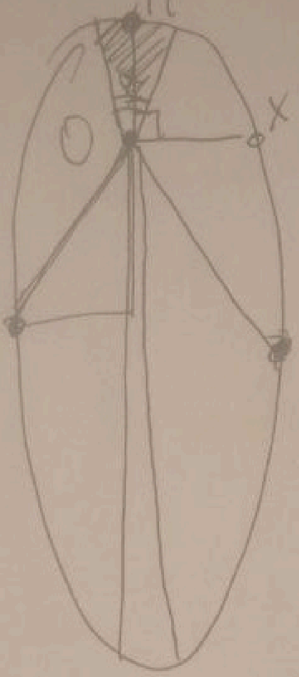
$$h_{min} = q - R_⊕ = a(1-e) - R_⊕ = 31638 \text{ км}$$

$$h_{max} = 34477 \text{ км}.$$

Ответ: $h_{min} = 31638$ км; $h_{max} = 34477$ км.

№5

~1442
19,85



Рассмотрим спутник в ~~перигее~~ апогее (2 соседние точки).

Если мы рассматриваем 2 соседние точки, то $t = \frac{1}{86}T_0$.

Найдем угол α.

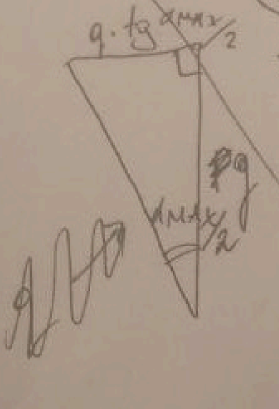
$\alpha = \sqrt{\Delta\varphi^2+\Delta\lambda^2}$ (Воспользуемся плоской моделью, и тем что спутник в перигее над экватором).

В перигее $\alpha = \alpha_{min} \Rightarrow \sqrt{\Delta\varphi^2+\Delta\lambda^2} - min$

Посмотрев на точки видим, что

$\alpha_{max} = 2{,}23^\circ$ (точно над экватором).

Воспользуемся тем, что эллипс у перигея близок к треугольнику:



$S_0' = S_1\cdot 2 = 2q\,tg\frac{\alpha_{max}}{2}$

$S_1 = q\cdot tg\frac{\alpha_{max}}{2}\cdot q$

$\frac{t}{t_0} = \frac{S_0'}{S_0} = \frac{2q\,tg\frac{\alpha_m}{2}}{\pi ab} = \frac{2a(1-e)\,tg\frac{\alpha_m}{2}\cdot a(1-e)}{\pi a\cdot a(1-e^2)}$

$= \frac{2\,tg\frac{\alpha_m}{2}(1-e)}{(1+e)\cdot\pi} \Rightarrow \frac{1-e}{1+e} = \frac{1}{86}\cdot\frac{\pi}{2\,tg\frac{\alpha_m}{2}} = 0{,}05 \Rightarrow e = 0{,}905.$

Значит $q = a(1-e) = 3746$ км

$Q = a(1+e) = 72125$ км.

Ответ: $q = 3746$; $Q = 72125$ км.

№5

~~[illegible]~~ Посчитаем период спутника. Спутник сделал оборот вокруг земли и оказался в той же точке относительно центра земли. Однако земля успела сделать какую-то часть своего оборота, поэтому он не над той же поверхностью что был. Земля сделала "недоворот" на

$2\cdot(180-162)=36°$. Земля делает доворот за время $2{,}4^h$.

Значит спутник делает полный оборот вокруг земли за $21{,}6^h$.

$$g=\frac{GM}{r^2} \Rightarrow M=\frac{gr^2}{G}=6\cdot10^{24}\text{ кг}$$

Запишем III з-н Кеплера.

$$\frac{4\pi^2}{G}=\frac{M\cdot T^2}{a^3} \Rightarrow a=\sqrt[3]{\frac{MT^2G}{4\pi^2}}\approx 39436\text{ км}$$

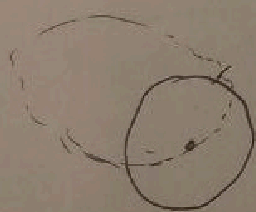
$=39{,}4$ тыс. км.

Итак, большую полуось мы получили.

Теперь найдем наклонение. Это просто макс. широта, при которой можно наблюдать спутник в зените

$\varphi_{max}=60°$.

$\alpha=\varphi_{max}=60°$.



Ответ: 60°.

N4

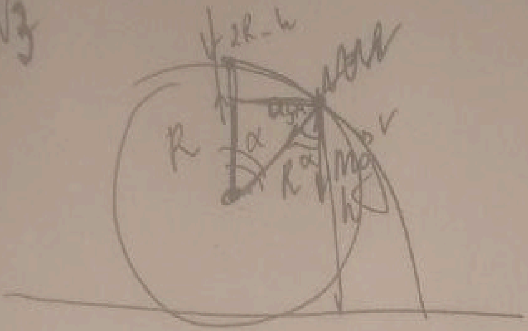
```
A = int(input())
B = int(input())
C = int(input())

max_peg = C//B
max_gov = C//A

summ=0
max_kol=0
for i in range(max_gov):
    peg = (C-i*A)//B
    if iA+B*peg > summ:
        summ = iA+B*peg
        if max_kol < i+peg:
            max_kol = i+peg
            max_i = i
            max_peg_i = peg

print(max_i)
print(max_peg_i).
```

№3



II з-н Ньютона в мом. отрыва

у-е цск.

$\frac{V^2}{R} = a_{цм}$

$mg\cos\alpha = ma_{цм}$ (на ось OX)

$g\cos\alpha = a_{цм}$

$\cos\alpha = \frac{R-(2R-h)}{R} = \frac{h-R}{R}$ $\quad V^2 = R\cdot g\cos\alpha$

$mg\cdot 2R = mgh + \frac{mV^2}{2} + Q_0$

$Q_0 = 2mgR - mgh - \frac{m}{2}\cdot \cancel{R}g\cdot \frac{h-R}{\cancel{R}} =$

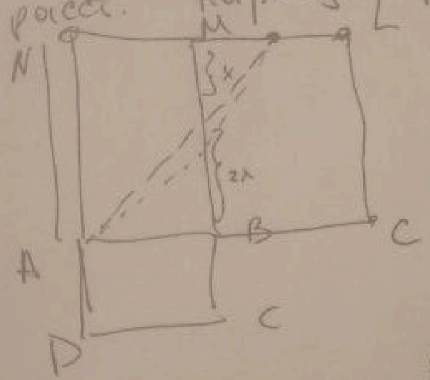
$= 2mgR - mgh - \frac{mg(h-R)}{2} = 0{,}06$ Дж.

Ответ: 0,06 Дж

№2

Заметим, что у точек A и G есть симметрия относительно прямой ML. Значит, если мы доберемся до средины ML, то потом сможем точно таким же образом добрати до G и это и будет кратчайшим расст.

Доберемся до средины ML наиболее ~~быстрым~~ кратчайшим расст. Нарисуем развертку.

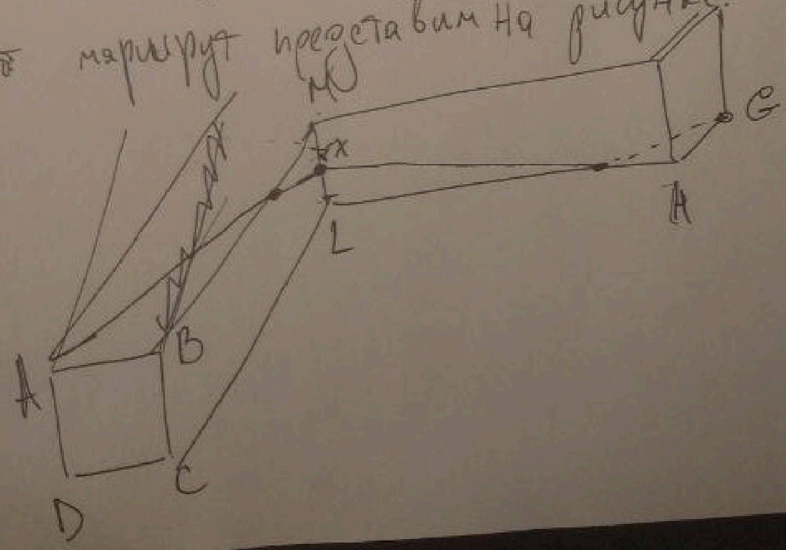


Итак, мы пройдем через точку на ~~грани~~ ребре BM, которая делит ~~ее~~ грань в отношении 2/1 (см. рисунок)

далее идем ~~кратчайшим~~ по грани MLBC до средины ML ~~и далее~~

далее идем кратчайшим путем до точки на LH такой что $\frac{Lx}{xH} = \frac{2}{1}$ и далее по грани QLHG доходим до G.

Этот маршрут представим на рисунке:



Если принять AB за L то. $S = 2\cdot\underbrace{\sqrt{(1{,}5l)^2+(l)^2}}_{Ax}$

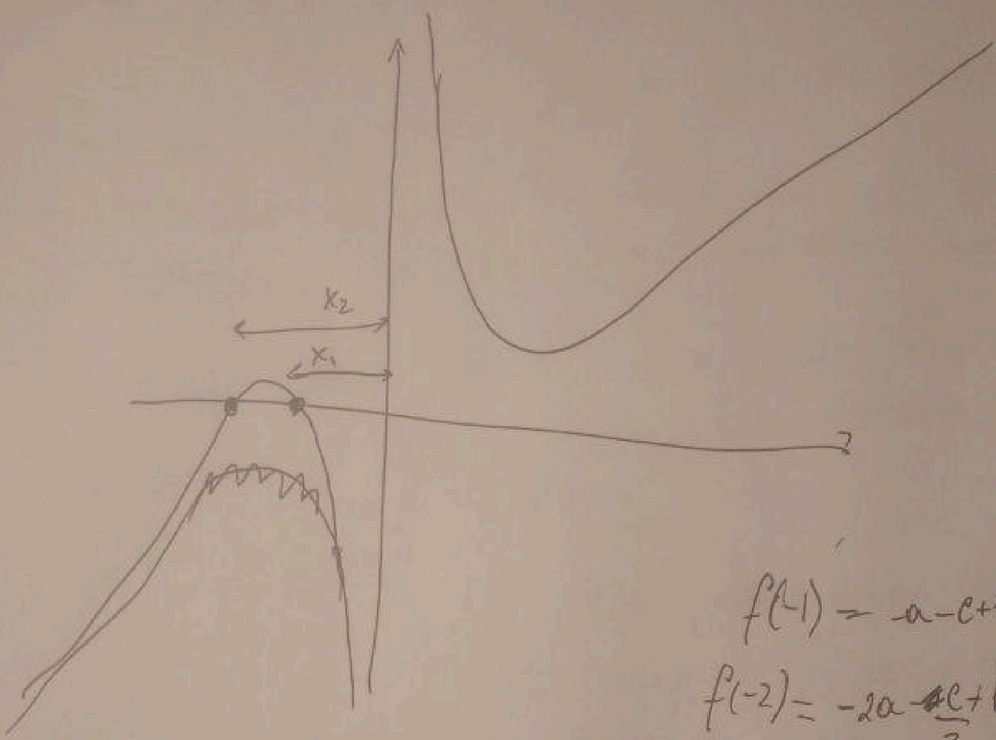
$= \sqrt{[illegible]}\,l.$

II з-н Ньютона в ном. [illegible]

№1

$f(-1) = 2f(-2)$

$f(x) = 0$



$f(-1) = -a - c + b = b - a - c$

$f(-2) = -2a - \frac{c}{2} + b = b - 2a - \frac{c}{2}$

$2f(-2) = f(-1)$

$\Downarrow$

$2b - 4a - \cancel{c} = b - a - \cancel{c}$

$b - 3a = 0 \quad \Rightarrow \underline{b = 3a}$

$a x_1 + b + \frac{c}{x_1} = 0$

$a x_1 + 3a + \frac{c}{x_1} = 0$

$f(-1) = 2a - c$

$f(-2) = a - \frac{c}{2}$

$\cancel{a(3 + x_1) + \frac{c}{x_1} = 0}$

$x_1 = -\frac{3a \pm \sqrt{9a^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a}$

$$\begin{cases} a x_1^2 + 3a x_1 + c = 0 \\ a x_2^2 + 3a x_2 + c = 0 \end{cases}$$

$x_2 = \frac{-3a \pm \sqrt{9a^2 - 4ac}}{2a}$

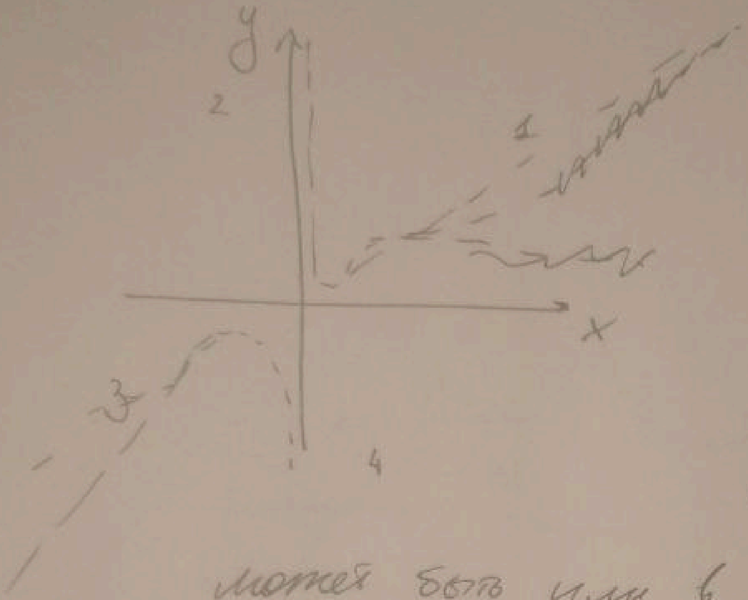
$x_1 \neq x_2$

$\Downarrow$

$x_1 + x_2 = -\frac{3a + \sqrt{\dots}}{2a} + \frac{-3a - \sqrt{\dots}}{2a} = -\frac{6a}{2a} = \underline{\underline{-3}}$

Ответ: $\underline{-3}$

№1



Возьмем $x>0$; $x \ll 1$

Тогда $ax+b \ll \frac{c}{x}$

Скажем, что $f(x) \approx g(x)$, где

$g(x) = \frac{c}{x}$.

Так как $x>0$, то $g(x)$ может быть или в 1 или в 4 четверти.

Так как в 4 четверти нет точек, значит $c>0$.

Рассмотрим $x \gg 1$. $(x>0)$ Тогда $ax \gg b + \frac{c}{x}$

$\Rightarrow f(x) \approx t(x) = ax.$

В этом случае точки опять могут быть или в 1 или в 4-й четверти. Так как в 4-й четверти точек нет, значит $a>0$.

Рассмотрим функцию $n(x) = ax + \frac{c}{x}$, $a>0$; $c>0$.

У такой функции нет точек в 2 четверти.

Так как точки там есть, то нам надо сдвинуть наш график вверх (чтобы часть точек из 3 перешла

$\Rightarrow b>0$.

Ответ: $a>0$; $b>0$; $c>0$