МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Бадоля Пётр Алексеевич**

Класс: **10 класс**

Технический балл: **50**

Дата проведения: **12 марта 2022 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6	7
Оценка	10	0	15	15	10	0	0

Чистовик (1)

N 3

Найти последние 3 цифры числа $\Rightarrow$ найти остаток при делении на 10^3.

$$10^{2022} = (10^3)^{674} \overset{10^3}{\equiv} 0.$$

По теореме Эйлера, т.к. $(9,10)=1 \Rightarrow$

$$9^{\varphi(10^3)} \overset{10^3}{\equiv} 1; \quad \varphi(10^3) = \varphi(2^3)\cdot\varphi(5^3) =$$

$$= (2^3-2^2)\cdot(5^3-5^2) = (8-4)(125-25) = 400.$$

$$\Rightarrow 9^{400} \overset{10^3}{\equiv} 1;$$

$$\Rightarrow 9^{2022} \overset{10^3}{\equiv} 9^{22} \overset{10^3}{\equiv} 81^{11} \overset{10^3}{\equiv} 81\cdot(81^2)^5 \overset{10^3}{\equiv} 81\cdot 561^5 \overset{10^3}{\equiv}$$

$$\overset{10^3}{\equiv} 81\cdot 721^2\cdot 561 \overset{10^3}{\equiv} 81\cdot 841\cdot 561 \overset{10^3}{\equiv} 81\cdot 801 \overset{10^3}{\equiv} 881.$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times\ 81 \\ \hline 81 \\ +\ 648 \\ \hline 6561 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 561 \\ \times\ 561 \\ \hline 561 \\ +\ 3366 \\ +\ 2805 \\ \hline 314721 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 721 \\ \times\ 721 \\ \hline 721 \\ +\ 1442 \\ +\ 5047 \\ \hline 519841 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 841 \\ \times\ 561 \\ \hline 841 \\ +\ 5046 \\ +\ 4205 \\ \hline 471801 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 801 \\ \times\ 81 \\ \hline 801 \\ +\ 6408 \\ \hline 64881 \end{array}$$

Т.е. $10^{2022} - 9^{2022} \overset{10^3}{\equiv} 0 - 881 \overset{10^3}{\equiv} 119$.

Ответ: 119.

1, ... 21, N

Чистовик.

2

№1.

$n \overset{22}{\equiv} 2$. $n \in \mathbb{N}$

$n \bmod 20 + 1 = n \bmod 21$.

Но, с др-й стороны, $n \bmod 20 = n - 20\left[\frac{n}{20}\right]$;
$n \bmod 21 = n - 21\left[\frac{n}{21}\right]$.

Т.е. $\cancel{n} - 20\left[\frac{n}{20}\right] + 1 = \cancel{n} - 21\left[\frac{n}{21}\right]$

$21\left[\frac{n}{21}\right] + 1 = 20\left[\frac{n}{20}\right]$.

Если рассмотреть это mod 20:

$\left[\frac{n}{21}\right] + 1 \overset{20}{\equiv} 0 \Rightarrow \left[\frac{n}{21}\right] \overset{20}{\equiv} -1$.

Если mod 21: $-\left[\frac{n}{20}\right] \overset{21}{\equiv} 1 \Rightarrow \left[\frac{n}{20}\right] \overset{21}{\equiv} -1$, или

$\left[\frac{n}{21}\right] = 20k - 1$

$\left[\frac{n}{20}\right] = 21m - 1$.

Т.е. $20k - 1 \le \frac{n}{21} < 20k$.

$21m - 1 \le \frac{n}{20} < 21m$

$420k - 21 \le n < 420k$

$420m - 20 \le n < 420m$

Т.к. если $(m-k) = \pm 1$, то интервалы отл-ся на ± 420, $\Rightarrow n \in \emptyset$ значит $k = m$,

$\Rightarrow 420m - 20 \le n < 420m$

При $m=1$: $400 \le n < 420$

$420 \overset{22}{\equiv} 200 \equiv 40 \overset{22}{\equiv} 2$.

Значит, т.к. 420 — искл., то в пр-ке от $[400; 420]$ $\nexists$ чисел, $\overset{22}{\equiv} 2$. Если $m = 2$:

$820 \le n < 840$, $820 \overset{22}{\equiv} 160 \overset{22}{\equiv} 50 \overset{22}{\equiv} 6$.

Т.е. 1-ое число $\overset{22}{\equiv} 2$, это $820 + 16 + 2 = 838$.

Чистовик

№1 (5 стр.)

$838 \overset{22}{\equiv} -880 + 838 \overset{22}{\equiv} -42 \overset{22}{\equiv} 2$.

$838 \overset{20}{\equiv} 18$

$838 \overset{21}{\equiv} 838 - 840 \overset{21}{\equiv} 19$.

$18 + 1 = 19$ – чд.

Ответ: $n = 838$

№4 Цветовик

Докажем, что если на доске появилась 3-ка, то следующими ходами кто-то получит 4-ку или кто-то уже победил.

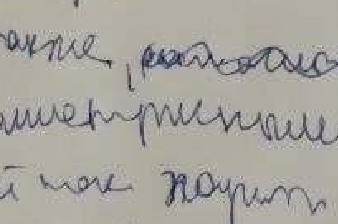
Когда следующий игрок не сможет получить 4-ку? Когда рядом с 3-кой $\overline{\exists}$ 1-к; т.к. 2-к 3-к нет, то рядом с 3 2 и 2: $2\ 3\ 2$.

Заметим, что 3-ка могла быть получена только из 2 и 1: $2\ \ 2+1\ \ 2$. $\Rightarrow$ 2 2-ки стояли рядом, и игра должна была закончится.

Докажем, что победит 2-й игрок.

Пусть 1-й игрок как-то ходит; тогда второй ходит также, ~~[illegible]~~ но с цифрами, симметричными отн-но центру 15.

Тогда 2-й пок ходит пока не появился 2,2 или 3. Заметим, что в силу симметрии, не после хода 2-го вверху появится 2-2; ~~[illegible]~~ Пусть 2-2 не появилось, тогда если ~~[illegible]~~ прошло 674 ~~[illegible]~~ хода, то 15 имеет такой вид:



$\Rightarrow$ 1-й из следующих ходом получит 3, и 2-й игрок выиграет.

Ответ: 2-й игрок.

№5 (чистовик) (5)

$t^3+4t^2+4t+a=0$

$(t-x)(t-y)(t-z)=0$;

т.е. $\begin{cases} -x-y-z=4 \\ xy+yz+xz=4 \\ -xyz=a \end{cases}$

$A^* = x^3-4y^2-4z^2-4y-4z+32$.

$x+y+z=-4$; $(x+y+z)^2=16$

$x^2+y^2+z^2+2(xy+xz+yz)=16$

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2=8$

$A = x^3+4x^2+4x-4(x^2+y^2+z^2)-4(x+y+z)+32=$

$= x^3+4x^2+4x-\cancel{4\cdot8}+16+\cancel{32}=(x^3+4x^2+4x+a)+16-a=$

$=16-a$.

~~[illegible]~~

~~при к-х 3 корня~~

При каких a 2 корня совпадают:

$\begin{cases} 2x+z=-4 \\ x^2+2xz=4 \\ x^2z=-a \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+z=-4 \\ x(x+2z)=4 \\ x^2z=-a \end{cases}$

$2x+z=\frac{3x}{2}+\frac{1}{2}(x+2z)=\frac{3x}{2}+\frac{4}{2x}$, если $x\neq0$;

$1{,}5x+\frac{2}{x}=-4$; $\frac{3}{2}x^2+4x+2=0$

$3x^2+8x+4=0$;

$D=64-4\cdot3\cdot4=16$.

$x=\frac{-8\pm4}{6}=\frac{-4\pm2}{3}$; $\left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-\frac{2}{3} \end{array}\right.$

$z=-4-2x=0$

$z=-4+\frac{4}{3}=\frac{4-12}{3}=-\frac{8}{3}$; т.е. $a=-x^2z=$

$=-\frac{4}{9}\cdot-\frac{8}{3}=$

$=\frac{32}{27}$.

или $a=0$.

Чистовик №5 (прод.)

Если же $x=0$, то $z=-4$, но $t^2(t+4) \neq t^3+4t^2+4t+a$ ни при каком a.

Т.е. при $a \in \{0; \frac{32}{27}\}$ – ~~всегда~~ сов-ют 2 корня.

Заметим, что у ур-ия 3-й степени всегда есть ≥ 1 корня, корень x всегда есть; Тогда $(t-x)(t^2-(y+z)t+yz)=0$.

У $t^2-(y+z)t+yz$ ≤ 2-х корней, т.е. $D\leq 0$.

$D=(y+z)^2-4yz\leq 0$

$(y+z)^2 \leq 4yz$

$(y+z)^2 \leq -\frac{a}{x}$

$(-x-4)^2 \leq -\frac{a}{x}$.

$x^2+8x+16 \leq -\frac{a}{x}$

$x^3+8x^2+16x+a \leq 0$;

При $\forall$ $x\neq 0$, это нер-во должно вып-ся.

$3x^2+16x+16=0$; $D=16^2-4\cdot 3\cdot 16=16\cdot 4$.

$\Rightarrow$ $x=\frac{-16\pm 4\cdot 2}{6}=\frac{-8\pm 4}{3}$.

$\left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=-\frac{4}{3} \end{array}\right.$;

$6x+16$ должно быть меньше 0, т.к нас инт-ет максимум. $6\cdot -4+16<0$.

$6\cdot(-\frac{4}{3})+16=8>0$ – ну.

Т.е. $x=-4$ – максимум. $-64+8\cdot 16-4\cdot \cancel{16}+a\leq 0$.

$-8\cdot 8+\cancel{8\cdot 16}-\cancel{8\cdot 8}+a\leq 0$

Т.е. $a\leq 0$. $\Rightarrow$ $a>0$, $a\neq\frac{32}{27}$.

решений.

№5 (III стр.)

7

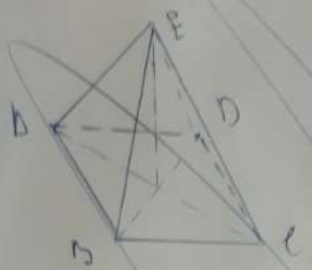
значит, $16-a < 16$, и $\neq 16-\frac{32}{27} = \frac{27\cdot 16-32}{27} = \frac{16\cdot 25}{27}$.

Ответ: $A \in (-\infty; 16) \setminus \{\frac{16\cdot 25}{27}\}$.

Черновик

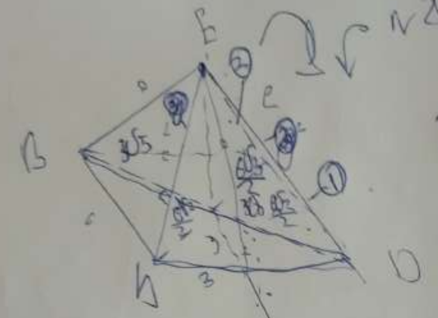
№2

(2)



Заметим, что E – не может быть подвижной вершиной т.к. иначе после ∀ переворота на ребро основания будет переворот на боковом ребре, где E ост-ся неподвижной. ⇒ Подвижная вершина одна из A, B, C, D. Т.к. они равноправны, пусть это будет B. Т.к. она подвижна 1-й переход либо из BD, либо CD; в силу равноправности пусть это будет AD. Следующий переход – AE или ED. Если AE, то ост-ся AB и BE, но тогда B будет неподвижной, противоречие ⇒ ED. После BD либо CD, либо CE. Если CD – то потом AB или BE – итд, B будет неподвижной; ⇒ CE.

№2 (Черновик)



Заметим, что после ∀ перехода по основанию дей-м ≥ 1 переход по боковому ребру.

$\Rightarrow$ или 2 раза по ребру основания, 4 по бок-м, либо 3 по основанию, 3 по боковым.

$\cancel{(3\sqrt{2})^2 = 3^2 = 9}$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Т.е.

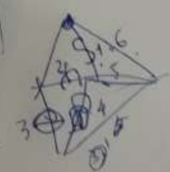
$(\pi - \alpha)\cdot 3\sqrt{3}$.

$(6\sqrt{2})^2 = (3\sqrt{3})^2\cdot 2 - 2\cdot(3\sqrt{3})^2\cdot\cos\beta$.

$\cancel{36}\cdot\cancel{2} = \cancel{2}\cdot 27(1-\cos\beta)$

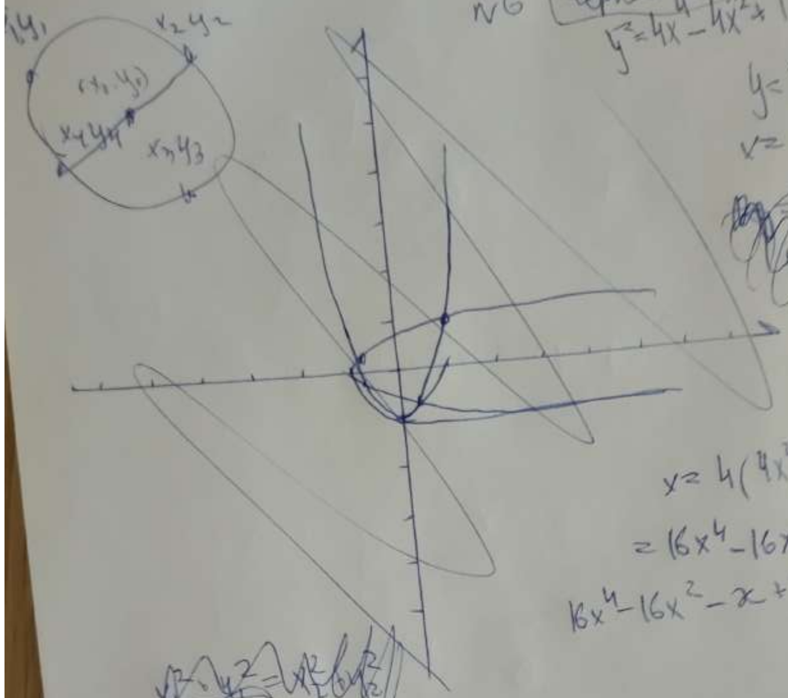
$\frac{4}{3} = 1-\cos\beta \Rightarrow \cos\beta = -\frac{1}{3}$.

$\cos(180-\beta) = \frac{1}{3}$



№6 Черновик

$y^2=4x^4-4x^2+1$.



$y=2x^2-1$

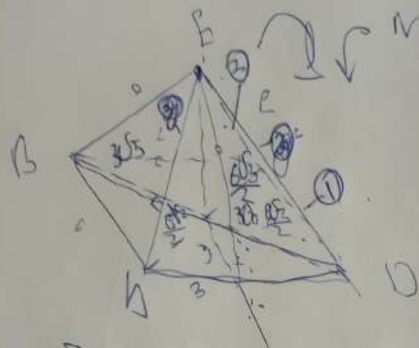
$x=4y^2-2$

$x=4(4x^4-4x^2+1)-2=$

$=16x^4-16x^2+2$

$16x^4-16x^2-x+2=0$.

№2 (Черновик)



Заметим, что после ∀ перехода по основанию дей-т ≥ 1 переход по боковому ребру.

⇒ мин 2 раза по ребру основания, и 4 по бок-м, либо 3 по основанию, 3 по боковым.

$\cancel{(3\sqrt{2})^2 - 3^2 = 9}$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

т.е. $\frac{\alpha}{2\pi} = \alpha\pi 6$ $\cos\alpha$

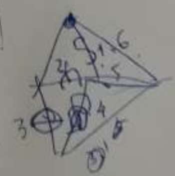
$(\pi-\alpha)\cdot 3\sqrt{3}$.

$(6\sqrt{2})^2 = (3\sqrt{3})^2\cdot 2 - 2\cdot(3\sqrt{3})^2\cdot\cos\beta$.

$\cancel{36}\cdot\cancel{2} = \cancel{2}\cdot 27(1-\cos\beta)$

$\frac{4}{3} = 1-\cos\beta \Rightarrow \cos\beta = -\frac{1}{3}$.

$\cos(180-\beta) = \frac{1}{3}$



Черновик №1

$n = 19$

$(n \bmod 20) + 1 = n \bmod 21$

$n \bmod 22 = 2$

$n = 22k + 2,\ k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$22k + 2 \overset{20}{\equiv} 2k + 2$

$22k + 2 \overset{21}{\equiv} k + 2$

$(2k+2) \bmod 20 + 1 = (k+2) \bmod 21$

$2022 : 3 = 674$

561 × 561 = 314721

6561

№3

$10^{2022} - 9^{2022} \equiv 0 - 9^{2022} \overset{10^3}{\equiv} -9^{2022}$

$9^{2022} \overset{10^3}{\equiv}$

$9^{\varphi(10^3)} \overset{10^3}{\equiv} 1.$

$\varphi(10^3) = \varphi(2^3) \cdot \varphi(5^3) = (2^3 - 2^2) \cdot (5^3 - 5^2) = 400$

$\Rightarrow 9^{400} \overset{10^3}{\equiv} 1.$

$\Rightarrow 9^{2022} \overset{10^3}{\equiv} 9^{22}$

$\Rightarrow \equiv 1000 - 881 = 113$

$9^{22} = 3^{44} \overset{10^3}{\equiv} 3^4 \cdot (3^8)^5 \overset{10^3}{\equiv} 81 \cdot 561^5 \equiv$

$\equiv 81 \cdot 721 \cdot 721 \cdot 561 \overset{10^3}{\equiv} 81 \cdot 841 \cdot 561$

$\overset{10^3}{\equiv} 801 \cdot 81 \overset{10^3}{\equiv} 881.$

801 × 81 = 64881

721 × 721 = 519841

841 × 561 = 471801

Черновик. $n=2$:

$400\,|\,21 = 19$, -21, 190, -189, 1

$20 \leqslant \left[\frac{n}{20}\right] < 21$

$400 \leqslant n < 21 \cdot 20$

$\frac{400}{21} \leqslant \frac{n}{21} < 20$

$19 + \frac{1}{21} \leqslant \frac{n}{21} < 20.$

$420m - 22 \leqslant 22l + 2 < 420m$

$210m - 12 \leqslant 11l + 1 < 210m$

$210m - 11 \leqslant 11l < 210m - 1$

$\frac{210m}{11} - 1 \leqslant l < \frac{210m - 1}{11}$

$\frac{210m-1}{11} - \frac{210m - 11}{11} \geqslant 1.$

$210m - 1 - 210m + 11$

$n = 400 + k.$

$400 + k \overset{22}{\equiv} 2.$

$-40 + k \overset{22}{\equiv} 2$

$k \overset{22}{\equiv} 42 \overset{22}{\equiv} -2.$

$420 \overset{22}{\equiv} 200 \overset{22}{\equiv} -20 \overset{22}{\equiv} 2$ $k < 20.$

838

$838\,|\,22 = 38$, -66, 178, -176, 2

$838 \overset{21}{\equiv} 19$

$838 \overset{20}{\equiv} 18$

$820 \leqslant n \leqslant 840$

$820 \overset{22}{\equiv} 600 \overset{22}{\equiv} 160 \overset{22}{\equiv} 50 \overset{22}{\equiv} 6$, $+18$

$n - 20\left[\frac{n}{20}\right] + 1 = n - 21\left[\frac{n}{21}\right]$

$21\left[\frac{n}{21}\right] + 1 = 20\left[\frac{n}{20}\right].$

$\left[\frac{n}{21}\right] + 1 \overset{20}{\equiv} 0.$

$-\left[\frac{n}{20}\right] \overset{21}{\equiv} 1.$

$\left[\frac{n}{21}\right] \overset{20}{\equiv} -1$

$\left[\frac{n}{20}\right] \overset{21}{\equiv} -1.$

$20m - 1$

$21k - 1.$

$n = 22l + 2.$

$\left[\frac{n}{21}\right] \leqslant \frac{n}{21} < \left[\frac{n}{21}\right] + 1$

$\left[\frac{n}{20}\right] \leqslant \frac{n}{20} < \left[\frac{n}{20}\right] + 1.$

$20m - 1 \leqslant \frac{n}{21} < 20m$

$21k - 1 \leqslant \frac{n}{20} < 21k.$

$m \cdot 420 - 21 \leqslant n < 420m$

$420k - 20 \leqslant n < 420k$

№1 черновик.

$n \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} n \bmod 20 + 1 = n \bmod 21 \\ n \bmod 22 = 2 \\ n - \text{наименьшее}. \end{cases}$$

$(n - 20[\frac{n}{20}]) + 1 = n - 21[\frac{n}{21}]$

$21[\frac{n}{21}] + 1 = 20[\frac{n}{20}]$.

$\Rightarrow 21[\frac{n}{21}] + 1 \vdots 20$

$22 \cdot 20 = 440$ $\quad \frac{21^2 - 1}{21} = 21 - \frac{1}{21}$.

$21[\frac{n}{21}] \overset{20}{\equiv} 19$

$20[\frac{n}{20}] - 1 \vdots 21$.

$20[\frac{n}{20}] \overset{21}{\equiv} 1$.

$\times \frac{21}{19}$, $+ \frac{189}{21}$, 399

$20[\frac{n}{20}] = 21k + 1$ $\quad 400$

$20([\frac{n}{20}] - 1) = 21k$. $\quad [\frac{n}{20}] \vdots 20$.

$21k + 1 \overset{20}{\equiv} 0$

$21 \cdot 19 + 1 \overset{20}{\equiv} 1 \cdot -1 + 1 \overset{20}{\equiv} 0$

$\Rightarrow ([\frac{n}{20}] - 1) \vdots 21$.

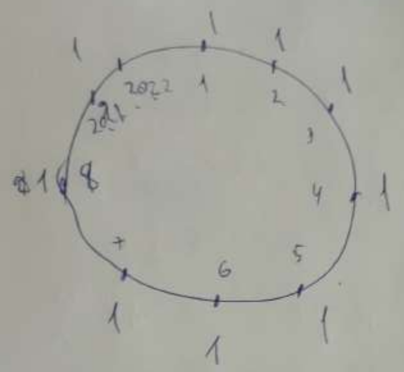
$\Rightarrow [\frac{n}{20}] \geq 22$.

$[\frac{n}{20}] = 22$.

$\Rightarrow 22 \cdot 20 \leq n < 22 \cdot 21$.

$\frac{22 \cdot 20}{21} \leq \frac{n}{21} < 22$

№4 черновик.

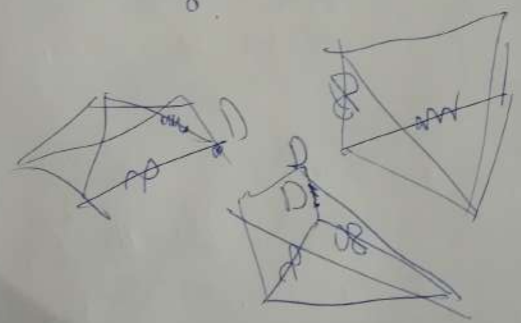


$4 = 2+2 = 1+3.$

22

13

$$\begin{array}{r|l} 2022 & 3 \\ \hline -18 & 674 \\ 22 & \\ -21 & \\ 12 & \\ -12 & \\ 0 & \end{array}$$



№6 Черновик

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 1 \\ x = 4y^2 - 2 = 2(2y^2 - 1) \end{cases}$$

т.е. $x^2 = 4(2y^2-1)^2$

$y = 2\cdot 4(2y^2-1)^2 - 1$

$y = 8(4y^4 - 4y^2 + 1) - 1$

$32y^4 - 32y^2 - y + 7 = 0$

$-\frac{1}{4} - 2 + 7 = 7 - 2{,}25 =$
$= 4{,}75.$

$32 \cdot \frac{1}{16} - 32 \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 7 =$

$y = \frac{1}{2}$

$= 2 - 8 - \frac{1}{2} + 7 =$

$= 9 - 8{,}5 = 0{,}5 > 0$

$2\sqrt{2} > 5$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$.

$\frac{32}{4} - \frac{32}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} + 7 =$

$6 + 4\sqrt{2} > 16$.

$4\sqrt{2} > 10$

$= 8 + 7 - 16 - \frac{\sqrt{2}}{2} = -1 - \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$

$\Rightarrow y_0 \in \left(\frac{4}{8}; \frac{4\sqrt{2}}{8}\right)$.

$\frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}+1}{4}$.

$\left(\frac{\sqrt{2}+1}{4}\right)^2 =$

$= \frac{2 + 1 + 2\sqrt{2}}{16} = \left(\frac{3+2\sqrt{2}}{16}\right)^2 = \frac{17 + 12\sqrt{2}}{256}$.

$32 \cdot \left(\frac{17+12\sqrt{2}}{256}\right) - 32\left(\frac{3+2\sqrt{2}}{16}\right) - \frac{1+\sqrt{2}}{4} + 7 =$

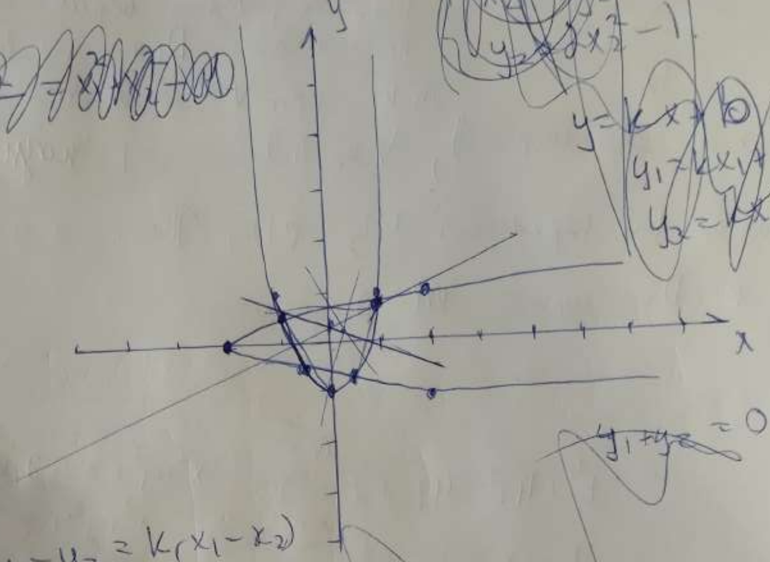
$= \frac{17+12\sqrt{2}}{32} - 6 - 4\sqrt{2} - \frac{8+8\sqrt{2}}{32} + 7 =$

$= \frac{9+4\sqrt{2}}{32} + 1 - 4\sqrt{2} = 1\frac{9}{32} + \frac{\sqrt{2}}{8} - 4\sqrt{2}$.

Черновик №6

$y = 2x^2 - 1$
$x = 4y^2 - 2$

$y = kx + b$
$y_1 = kx_1 + b$
$y_2 = kx_2 + b$



$y_1 + y_2 = 0$

$y_1 - y_2 = k(x_1 - x_2)$

$2x_1^2 - \cancel{1} - 2x_2^2 + \cancel{1} = k(x_1 - x_2)$

$2(\cancel{x_1 - x_2})(x_1 + x_2) = k(\cancel{x_1 - x_2})$

$k = 2(x_1 + x_2) = 2(4(y_1^2 + y_2^2 - 1)) =$

$= 8(y_1^2 + y_2^2 - 1)$

$2x_1^2 - 1 + 2x_2^2 - 1 = 0$

$x_1^2 + x_2^2 = 1$

$(x_1 + x_2)^2 = 1 + 2x_1x_2$

№7: $p(1) = 1$

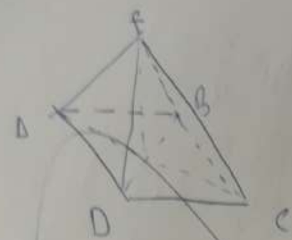
$p(2) = 1$

$p(3) = 2$

$p(4) = p(3) \cdot p(1) + p(2) \cdot p(2) = 3$

$p(n+1) = p(n) + p(n-1) \cdot p(1) + p(n-2) \cdot p(2) + \dots + p(\frac{n}{2}) \cdot p(\frac{n}{2})$

№2 Черновик.



Пусть пирамидка стоит. Тогда, 1 путь вершина остается неподвижной D (это не вершина E, т.к. при ∀ перекатывании она сдвигается; ∀ из A, B, C, D — равнозначны).

Пусть 1-й перекат ч/з CD; тогда 2-й перекат ч/з DE, иначе D сдвинется.

№5

$t^3+4t^2+4t+a=0$ $\quad x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+xz)=16$

$\quad x^2+y^2+z^2=8$

$(t-x)(t-y)(t-z)=0$

$-xyz=a$ $\quad xyz=-a$

$xy+yz+xz=4.$ $\quad xy+yz+xz=4$

$-x-y-z=4$ $\quad x+y+z=-4.$

$x^3-4y^2+4z^2-4y-4z+32$

$x^3+4x^2-4(x^2+y^2+z^2)+4x-4(x+y+z)+32=$

$=x^3+4x^2+4x-4\cdot 8+16+32=$

$=x^3+4x^2+4x+a+16-a=16-a.$

Чистовик

№ 7

Пусть $p(n)$ – кол-во сп-в при n поколениях

сборки пакета пакетов.

Заметим, что $p(n+1) = p(n) \cdot p(0) + p(n-1) \cdot p(1) + \ldots + p(\frac{n}{2}) \cdot p(\frac{n}{2})$, где $p(\alpha) \cdot p(k-\alpha)$,

где $\alpha \in [0; \frac{n}{2}]$, и каждое мн-ое умножить.

Это раб-т, т.к. по опред.

$p(0) = 1$

$p(1) = 1$

$p(2) = 1$

$p(3) = 2$;

$p(4) = p(3) \cdot 1 + p(2) \cdot p(2) + p(1) \cdot p(1) \cdot p(1) =$

$= 2 + 1 + 1 = 4$.

$p(5) = p(4) + p(3) \cdot p(2) +$

Черновик

N 7

Пусть $p(n)$ – кол-во сп-в для памяти для
сборки полной памяти

$p(0)=1$; $p(1)=1$; $p(2)=2$; $p(3)=p(2)+p(1)\cdot p(1)=2$.

$p(n+1)$ – все подходящие способы для α памяти ($\alpha \in [1; n]$), тогда

это: $p(m_1)\cdot p(m_2)\cdot \ldots \cdot p(m_\alpha)$, и $m_1+\ldots+m_\alpha = n$.

$p(4)=p(3)+p(2)\cdot p(1)+p(1)\cdot p(1)\cdot p(1)=4$.

$p(5)=p(4)+p(3)\cdot p(1)+p(2)\cdot p(2)+p(1)\cdot p(1)\cdot p(2)+p(1)^4=$

$=4+2\cdot 1+1\cdot 1+1=9$

$p(6)=p(5)+p(4)\cdot p(1)+p(3)\cdot p(2)+p(1)\cdot p(2)\cdot p(2)=$ ~~$9+4+2+1+1=16$~~ $+$

$+\ p(1)\cdot p(1)\cdot p(3)$

$+\ p(1)^3\cdot p(2)+p(1)^5=9+4+2+1+1+1=$

$=18$

$p(7)=p(6)+p(5)\cdot p(1)+p(4)\cdot p(2)+p(3)\cdot p(3)+$

$+\ p(2)^3+p(3)\cdot p(2)\cdot p(1)+p(1)^2\cdot p(4)+$

$+\ p(3)\cdot p(1)^3+p(2)^2\cdot p(1)^2+p(2)\cdot p(1)^4+p(1)^6=$

$=18+9+4+4+1+2+4+2+1+1+1=$

$=27+9+9+2=47$

$p(8)=p(7)+p(6)\cdot p(1)+p(5)\cdot p(2)+p(4)\cdot p(3)+$

$+\ p(5)\cdot p(1)^2+p(4)\cdot p(2)\cdot p(1)+p(3)^2\cdot p(1)+p(3)\cdot p(2)^2+$

$+\ p(4)\cdot p(1)^3+p(3)\cdot p(2)\cdot p(1)^2+p(2)^3\cdot p(1)+$

$+\ p(3)\cdot p(1)^4+p(2)^2\cdot p(1)^3+p(2)\cdot p(1)^5+p(1)^7=$

$=47+18+9+4\cdot 2+9+4+4+2+4+2+1+$

$2+1+1+1=$