МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Буров Иван Васильевич**

Класс: **8 класс**

Технический балл: **65**

Дата проведения: **12 марта 2022 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6
Оценка	15	0	0	15	15	20

Черновик

$$\begin{array}{r|l} -1501 & 41 \\ 123 & 36 \\ \hline 271 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} -1501 & 37 \\ 148 & 4 \\ \hline 21 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 157605 & 1501 \\ -1501 & 105 \\ \hline 7505 & \\ 7505 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} -1501 & 31 \\ 124 & 4 \\ \hline 261 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} -1501 & 23 \\ 138 & 6 \\ \hline 121 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} -1501 & 29 \\ 145 & 5 \\ \hline 51 & \end{array}$$

$x_{n+1} \cdot x_{n-1} = x_n$

1 1 −1 −1 −1 1 −1 1 1 −1 −1 1 1 −1 1 1 −1 −1 −1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

$2022 = 2002 + 20$

$\vdots 7 \quad \vdots 6$

$6 \Rightarrow 1.$

$$\begin{array}{r|l} 157605 & 5 \\ 31521 & 3 \\ 10507 & 7 \\ 1501 & \end{array}$$

$\overline{abcde}$

$(\overline{ab}+\overline{bc})(\overline{bc}+\overline{cd})(\overline{cd}+\overline{de}) = 157605$

$(10a+b+10b+c)(10b+c+10c+d)(10c+d+10d+e) = 157605$

$(10a+11b+c)(10b+11c+d)(10c+11d+e) =$

$24:3=8$

2

1 3

4

5

7 6

4

7 | 3 2 1

3

4 5 5

2 1 7 5

$80+99+7 = 186$

4

6 3

7

6 | 5

$$\begin{array}{r} \times\, 79 \\ 3 \\ \hline 237 \end{array}$$

ЧЕРНОВИК

$A+Б=220$

$A+B=240$

$Б+B=250$

$2A+2Б+2B=710$

$$\begin{array}{r} 460 \\ +\,250 \\ \hline 710 \end{array}$$

$A+Б+B=355$

$B=135$

$Б=115$

$A=105$

$$\frac{1}{2022}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{2022}=\frac{x+y}{xy}$$

$$xy=2022x+2022y$$

$$xy=2022(x+y)$$

$$\begin{array}{r|l} 2022 & 2 \\ 1011 & 3 \\ 337 & \end{array}$$

$x=1$ $y=2022$

$x=2$ $y=$

$x=3$ $y=$

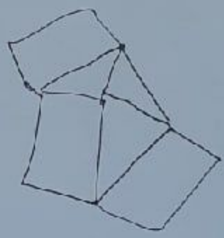
$x=6$ $y=$

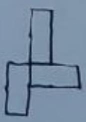
$x=337$ $y=$

$x=674$ $y=$

$x=1011$ $y=$

$x=2022$ $y=$



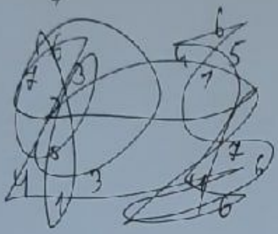


Черновик

1 2 3 4

5 6 3 7

5 1 2 4



2013:3 = 67

13

$(10a+11b+c)(10b+11c+d)(10c+11d+e)$

79

7·5 19·3

35 57 79

$(12+23)(23+34)(34+45)$

1501 | 11

196 | 8

141

1501

−57

1450

× 19

9

171

1501 | 13

−171

1330

1501 | 19

−133 | 79

171

−171

0

7 3 6

2

4

2 6 1

4 3 1

5

4

2 3 5

4

6 1

1

12345

5

3 2

1

93 + 80 + 7 = 186

79

19 79 . 7·3·5

79 | 19

19·3 = 57

19·5 = 85

19·7 = 133

105

35

21

15

7 + 22 = 92

c =	6,7	5	4	0
b = 1	1	2	3	4
d =	3	4	5	9

c :	0	1	2	9
d :	7	6	3	7
e :	9	3	4	5
a :				1
b :	5	4	3	2

a =	7	1	4	3
b = 7	6	0	3	4
c =	3	9	6	5
d =		6		
e				

Чистовик №1

№1

Пусть вес штанги А – x, штанги Б – y, штанги В – z. Тогда из условия: $x+y=220$; $x+z=240$; $y+z=250$. Тогда $2x+2y+2z=710$, а $x+y+z=355$ ⇒ $x=105$; $y=115$; $z=135$. z больше остальных ⇒ ⇒ В – победитель и он поднял 135 кг.

Ответ: 135 кг.

№4.

По условию $x_4=-1$; $x_5=-1$; $x_6=1$; $x_7=-1$; $x_8=1$; $x_9=1$; $x_{10}=-1$; $x_{11}=-1$; $x_{12}=-1$; $x_{13}=1$; $x_{14}=-1$; $x_{15}=1$ и т.д. Заметим, что числа с x_1 по x_7 повторяются с числами с x_8 по x_{14} ($x_1=x_8$; $x_2=x_9$ ... $x_7=x_{14}$). Значит последовательность можно разбить на семёрки вида: 1, 1, -1, -1, -1, 1, -1. 2022 даёт остаток 6 при делении на 7. Значит $x_{2022}=x_6=1$.

Ответ: 1

№5.

$$(\overline{ab}+\overline{bc})(\overline{bc}+\overline{cd})(\overline{cd}+\overline{de})=157605$$

$$(10a+b+10b+c)(10b+c+10c+d)(10c+d+10d+e)=157605.$$

$$(10a+11b+c)(10b+11c+d)(10c+11d+e)=3\cdot5\cdot7\cdot19\cdot79$$

Найдём максимальное значение $10x+11y+z$, x,y,z – цифры; При одинаковых x,y,z $11y>10x>z$ ⇒ y – должно быть как можно больше – 9. Аналогично рассуждая $x=8$, $z=7$. Тогда максимальное значение $10x+11y+z=186$.

Чистовик №2

Заметим, что 79 — простое число. Значит один из множителей делится на 79. Пусть этот множитель делится на 79 и какой-то простой делитель 157605 не равный 79. Тогда этот множитель — хотя бы 237. $237 > 186 \Rightarrow$ наше предположение. Значит один из множителей (скобок $10a+11b+c$; $10b+11c+d$; $10c+11d+e$) равен 79.

Пусть $10c+11d+e=79$, $c=3$, $d=4$, $e=5$. Тогда $b=2$, а $a=1$.

Тогда $\overline{abcde}=12345$.

Ответ: 12345.

№6.

~~бу~~ Каждая лампочка должна сменить свой цвет хотя бы 6 раз. Значит суммарно 4 лампочки должны сменить цвет 24 раза. За один ход можно менять цвет у 3 лампочек, значит потребуется хотя бы $24:3=8$ ходов.

Пример смен лампочек (цвета пронумерованы от 1 до 7):

	изначально	1 ход	2 ход	3 ход	4 ход	5 ход	6 ход	7 ход	8 ход
верх	2	6	1	3	3	7	4	4	5
слева	1	5	5	7	4	2	2	6	3
справа	3	3	4	6	1	1	5	7	2
низ	4	7	2	2	5	6	3	1	1

Ответ: 8 ходов.