**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**
**имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

# ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Бутырин Богдан Георгиевич**

Класс: **11 класс**

Технический балл: **85**

Дата проведения: **13 марта 2022 г.**

**Результаты проверки:**

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Оценка | 15 | 15 | 15 | 10 | 15 | 0 | 15 |

Чистовик, стр 1

(№1) Заметим, что $B = \sum_{k=1}^{39} \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2} = \sum_{k=1}^{39} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2}\right) =$

$(k+1)^2 - k^2 = 2k+1$

$= 1 - \left(\frac{1}{40}\right)^2 < 1$ ..

Вычислим $A$:

$$A = \frac{\sqrt[6]{4+2\sqrt{3}}\,\sqrt[3]{\sqrt{3}-1}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[6]{\frac{(4+2\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)^2}{4}} =$$

$$= \sqrt[6]{\frac{(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})}{4}} = \sqrt[6]{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \sqrt[6]{4-3} = 1.$$

т.е. $A = 1 > B$.

Ответ: $\boxed{A > B}$

(№2) Двузначные числа, делящиеся на 23:

23, 46, 69, 92

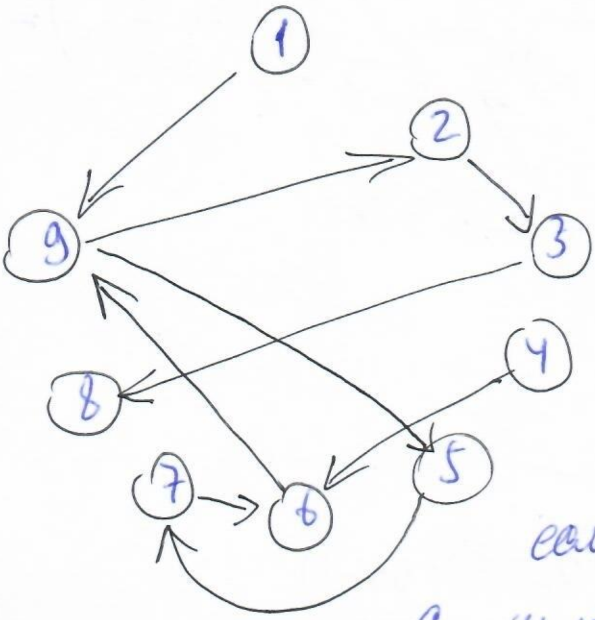
на 19: 19, 38, 57, 76, 95.

Нарисуем орграф. ~~Заметим, что по условию~~

$a \to b \iff$ после цифры $a$ может идти цифра $b$.

Чистовик, стр 2

Возм. комбинации: №2 (продолжение).



23, 46, 69, 92

19, 38, 57, 76, 95

Начинаем с 4.

$\underbrace{469}_{\text{стр. один.}}$ 2019 цифр.

если идем в 2, то приходим в 8, а у нее выйти нельзя, т.е. если после "9" остается $\geq 4$ цифры, то пр-чие с условием.

Значит, дальше $469\,\underbrace{5769}\ldots$ 2019 цифр. ← циклятся, пока цифр $\geq 4$.

... Тогда число имеет вид $469\,\underbrace{5769\,5769\ldots}_{2015}$

$2019 \equiv 3 \mod 4 \Rightarrow$ когда-то останется 7

цифр: $469\,5769\ldots5769$, 7 цифр. $7>4 \Rightarrow$

после 9 идем в 5: $\ldots 5769\,23\boxed{8}$

$469\,5769\ldots5769\,5769$, 3 цифры. → $\ldots 576957\boxed{6}$

т.е. два вар-та: либо 6, либо 8.

В силу построения орграфа обе возможности достижимы.

**Ответ:** на 6 или на 8.

чистовик, стр 3

№3 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[9]{1-x^9}}$

$$f(f(x))=\frac{1}{\sqrt[9]{1-\frac{1}{1-x^9}}}=\frac{\sqrt[9]{1-x^9}}{\sqrt[9]{-x^9}}=\frac{\sqrt[9]{1-x^9}}{-x}$$

$$f(f(f(x)))=\frac{1}{\sqrt[9]{1-\frac{1-x^9}{-x^9}}}=\frac{1}{\sqrt[9]{1+\frac{1}{x^9}-1}}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt[9]{\frac{1}{x^9}}}=x$$

т.е. $f(f(f(x)))=x$.

Заметим, что $1305\underset{3}{\equiv}1+3+0+5\underset{3}{\equiv}9\underset{3}{\equiv}0$

$$\Rightarrow \underbrace{f(f\ldots f(x))}_{f\text{ прим. }1305\text{ раз}}=Id$$

$$\Rightarrow \underbrace{f(f\ldots}_{1305\text{ раз}} f(2022))\ldots)=2022$$

Ответ: 2022

Чистовик, стр 4

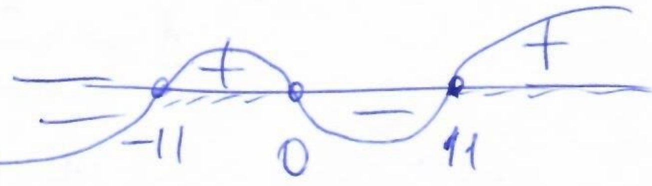
№5 ~~Заме~~ $x_1 \le x_2 \le x_3$ $\quad x_2 > 0 \Leftrightarrow$ среди $x_1, x_2, x_3$ $\boxed{\geqslant 2 \text{ полож. числа}}$

то есть среди $a, b, c$ должно быть $\geqslant 2$ полож. числа.

1) $a = t^3 - 121t > 0 \Leftrightarrow$ реш. методом интервалов

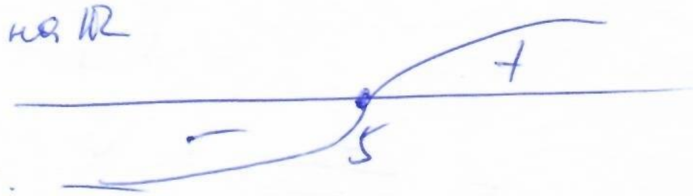
$\quad \| $

$t(t-11)(t+11)$



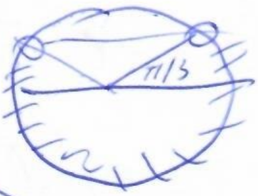

2) $b = 2^t - 32 > 0 \Leftrightarrow$ реш. мет. инт.

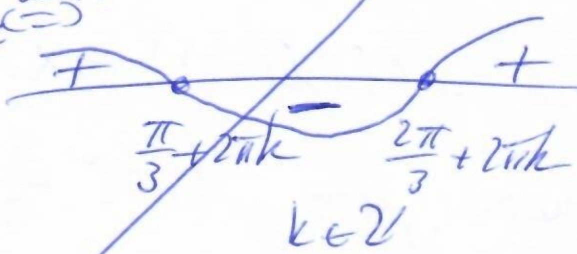
$2^t$ монотонна на $\mathbb{R}$



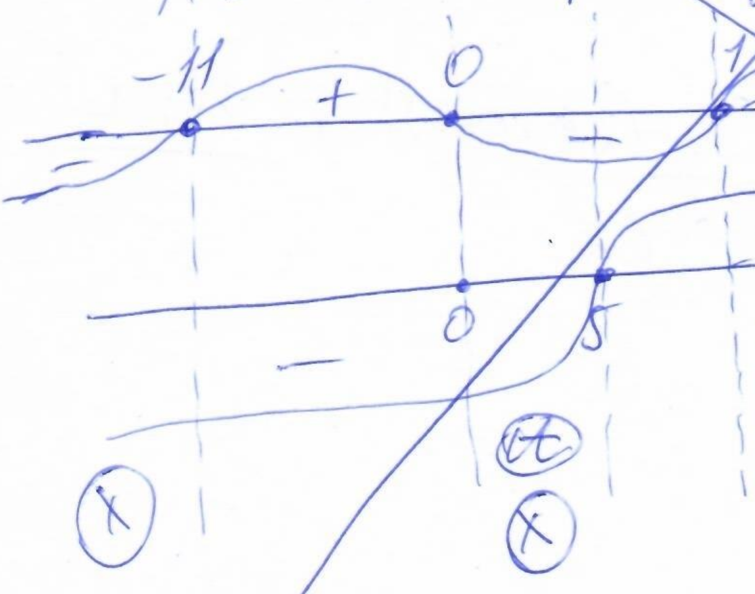

3) $c = \sin t - \frac{\sqrt{3}}{2} > 0 \Leftrightarrow$ мет. инт.

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\frac{\pi}{3} = \sin 2\pi/3$




Итак, совместим первые два графике.

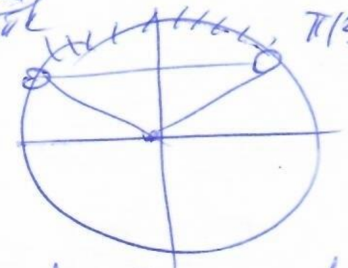



ок промежуток $[11; +\infty)$

ок гарант. подх, а промежутки $(-\infty; -11)$ и $(0; 5)$ гарант. не подх. — уже $\geqslant 2$ отриц. числа.

Чистовик стр 5 №5 (продолжение)

3) $c = \sin t - \frac{\sqrt{3}}{2} \geqslant 0$

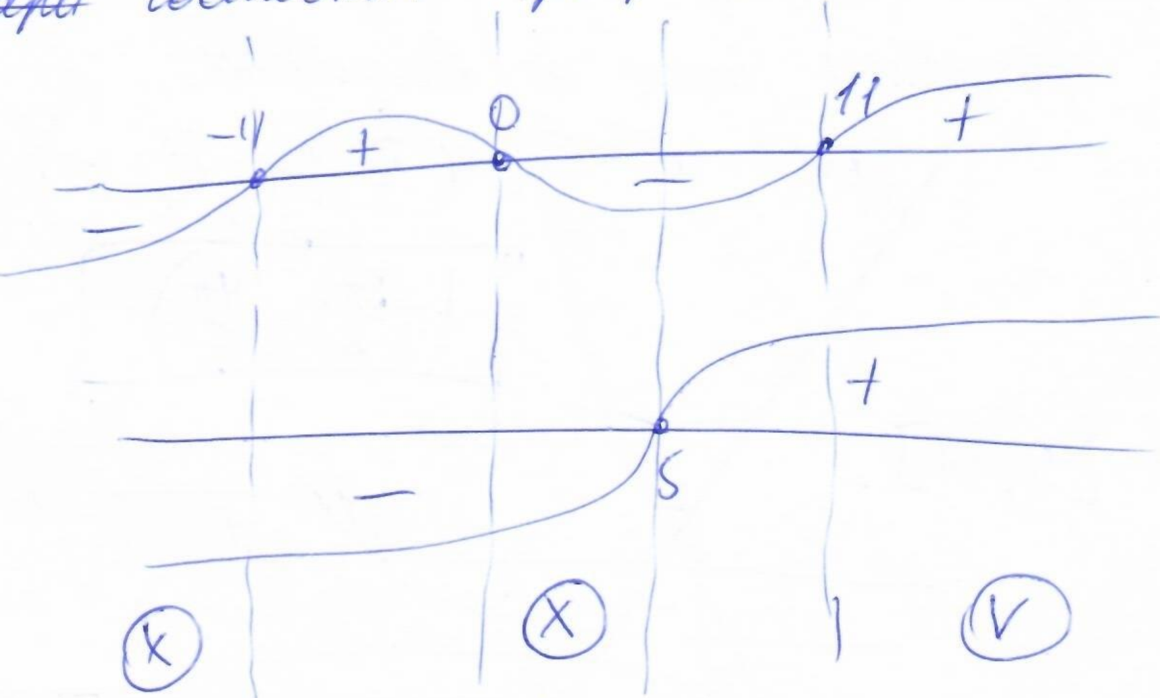



$k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow t \in \left[\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right].$

~~Заметим, что~~

~~Нари~~ Совместим графики 1 и 2




Промежутки $(-\infty; -11)$ и $(0; 5)$ - гарант. не подх, т.к. есть 2 отриц. числа.

Но гарант. подходит $\boxed{(11; +\infty)}$

~~Рассм.~~ 1° $t \in [-11; 0]$, т.к. есть отриц. число, то граничные точки не подойдут.

$t \in (-11; 0)$.

~~решим~~ Значит, ~~другое число~~ число $\boxed{\sin t - \frac{\sqrt{3}}{2} > 0}$

~~не нужно решить $-11 < \frac{\pi}{3} + 2\pi k < \frac{2\pi}{3} + 2\pi k < 0$~~

~~$k \in \mathbb{Z}$~~

~~Откуда. $\boxed{k < 0}$ $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \leq \frac{2\pi}{3} - 4\pi k < 0$~~

Чистовик стр 6

и $k \geq -1$, иначе если $k \leq -2$; $\pi > 3$

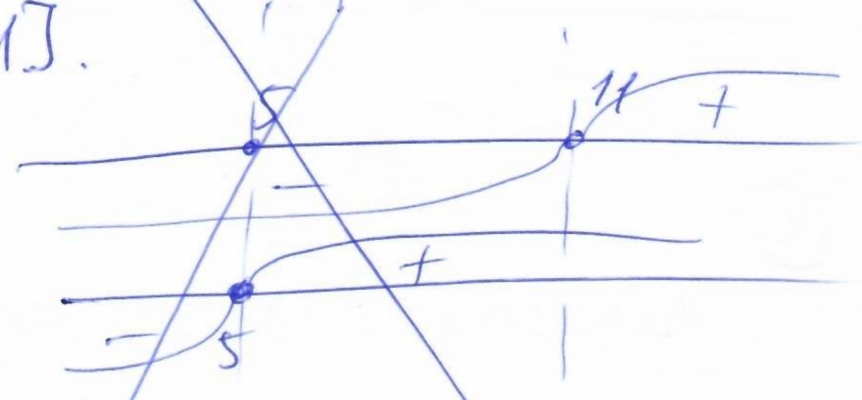
$$\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq \frac{\pi}{3} - 4\pi = -\frac{11\pi}{3} < -11$$

т.е. $k = -1$ — ед. ~~вди~~ возможность.

~~т.к. граница~~ т.к. $2^t - 32 < 0$, то граничные точки не включаем, здесь ответ $\left(\frac{\pi}{3} - 2\pi; \frac{2\pi}{3} + 2\pi\right)$

$$= \boxed{\left(-\frac{5\pi}{3}; -\frac{4\pi}{3}\right)}$$

2° $t \in [5; 11]$.




Точка 5 не подх., т.к. на первом графике число $< 0$ т.е. нулей быть не должно.

Точка 11 подойдет, если она $\in$ отрезку $\left[\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right]$ при нек. $k$, ~~что в~~ откуда ~~$k < 3$, т.к. $2\pi k > 11$ при $k \geq 3$~~

$\cancel{\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq 11 \leq \frac{2\pi}{3}}$ ~~и $k > 2$, т.к. $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \leq \frac{2\pi}{3} + 4\pi$~~

Чистовик стр. 7

№ 5 (продолжение)


Найдем все отрезки $\left[\frac{\pi}{3}+2\pi k;\ \frac{2\pi}{3}+2\pi k\right]$, пересек. с интервалом

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -11<\frac{\pi}{3}+2\pi k<0 \\ -11<\frac{2\pi}{3}+2\pi k<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \boxed{k=-1}$$

т.к. при $k\geq 0$ неверно, а при $k\leq -2$ $\frac{\pi}{3}+2\pi k\leq\frac{\pi}{3}-2\pi=$ $=-\frac{11}{3}\pi<-11$.

$\Updownarrow$

$k<0$

и

1) если $k\leq -3$, то $\frac{2\pi}{3}+2\pi k\leq\frac{2\pi}{3}-6\pi<-11$

2) $k=-2$: $\frac{2\pi}{3}+2\pi k=\frac{2\pi}{3}-4\pi=-\frac{10\pi}{3}>-\frac{10\cdot 3,2}{3}=$ $=-\frac{32}{3}>-11$.

$\frac{2\pi}{3}>0$ $(k<0)$

Причем очевидно $\frac{\pi}{3}-4\pi<-3\pi<-11$ ← левую границу при $k=-2$ не берем

3) $k=-1$ $\frac{\pi}{3}+2\pi k=\frac{\pi}{3}-2\pi=-\frac{5\pi}{3}<0$

и $-\frac{5\pi}{3}>-\frac{5\cdot 3,2}{3}>-11$

т.е. отрезок, соотв. $k=-1$ берем целиком

т.к. есть отр. числа границу от не берем.

Итог. $\left(-11;-\frac{10\pi}{3}\right)\cup\left(-\frac{5\pi}{3};-\frac{4\pi}{3}\right)$.

2° ~~Интерв~~ Промежуток $[5;11]$, т.к. есть отриц. число, то 5 брать нельзя.

Посмотрим на отрезки, пересек. с $[5;11]$:

$$\left[\begin{array}{l} 5<\frac{\pi}{3}+2\pi k<11 \\ 5<\frac{2\pi}{3}+2\pi k<11 \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow k=1$, т.к. разница между началами отр. $2\pi>6$, а $5\in$ $11-5=6$, то это ед. реш

($k\leq 0$ не подх.)

$k=2$ — перебор, т.к. $4\pi>11$ $\frac{\pi}{3}+2\pi\cdot 2$

$\Leftrightarrow$ $k\leq 0$ не подх $\frac{2\pi}{3}<\pi<5$

$\Leftrightarrow$ при $k\geq 2$ $\frac{2\pi}{3}+4\pi>11$, $k=1$ $\frac{2\pi}{3}+2\pi>5$ и $<11$

Чистовик, стр. 8. №5, продолжение

т.е. реш. единственно, т.е. отрезок, пересек. интервал ровно один. — это $\left[\frac{\pi}{3}+2\pi; \frac{2\pi}{2}+2\pi\right]$

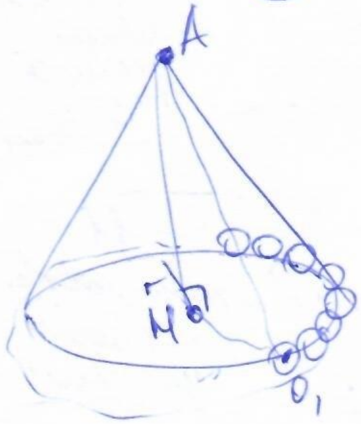
14

$\Rightarrow$ т.к. есть огр. число, то границы не включаем (т.к. отрезок полностью внутри интервала)

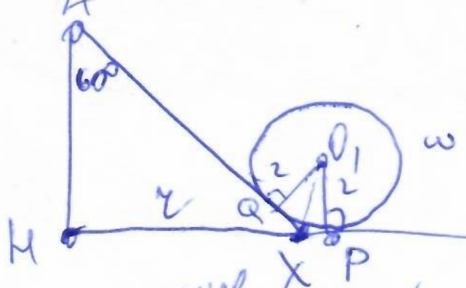
тут ответ $\left(\frac{\pi}{3}+2\pi; \frac{2\pi}{3}+2\pi\right) = \left(\frac{7\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}\right)$

Ответ: $(11;+\infty) \cup \left(\frac{7\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}\right) \cup \left(-11; -\frac{10\pi}{3}\right) \cup \left(-\frac{5\pi}{3}; -\frac{4\pi}{3}\right)$

~~Чистовик~~ №4




Пусть радиус основания конуса равен r.
Рассм. картинку в пл-ти сечения $AHO_1$, где H — центр осн. конуса, а $O_1$ — центр первого шара: (т.е. взяли случайный шар и занумеровали).

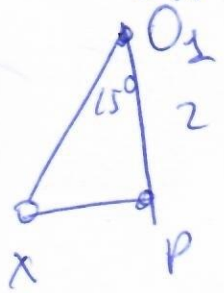



Т.к. ω касается AX и HX (т.к. их сфера (шар) касалась), то $O_1 \in$ внешн. биссектрисе $\angle AXH$. (т.к. ω и вневп. окр. гомотетичны с центром в X.

Пусть P — точка касания с HX, Q — с AX.
$\Rightarrow O_1P = O_1Q = 2$ и $\angle AXP = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$
по усл. и т.к. сечение прох. через $O_1$ осн. угла
$\Rightarrow$ т.к. в силу касания $\angle O_1QX = \angle O_1PX = 90^\circ$, то $\angle QO_1P = 30^\circ \Rightarrow \angle XO_1P$ в силу сим. равен $\frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$.

Чистовик, стр. 9 №4, продолжение

$\Rightarrow r\ \cancel{x}$

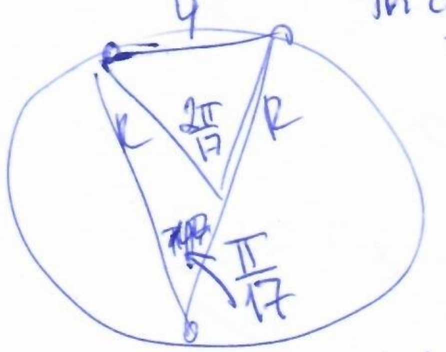



$\Rightarrow \boxed{XP = 2\,tg15^\circ}$

$\Rightarrow HP = r + 2\,tg15^\circ$. – на такое расст. равноудалено $O_1$ от оси $AH$, причем $O_1P$ тоже константа $(r=2)$. $\Rightarrow O_i$ при $1 \le i \le 17$ лежат на одной окр-ти с центром на $AH$ и радиусом $r + 2\,tg15^\circ = HP = R$.

причем если занумеровать шары посл-но, то в силу касания $O_iO_{i+1} = 2+2 = 4$.

т.е. $O_1O_2\ldots O_{17}$ – правильный 17-угольник, вписанный в окр-ть радиуса $R$.




Тh синусов

$\Rightarrow 4 = 2R\sin\frac{\pi}{17}$ – Тh синусов

$\Rightarrow R = \frac{2}{\sin\frac{\pi}{17}}$

$\Rightarrow r + 2\,tg15^\circ = \frac{2}{\sin\pi/17}$

$\Rightarrow r = 2\left(\frac{1}{\sin\frac{\pi}{17}} - tg15^\circ\right)$

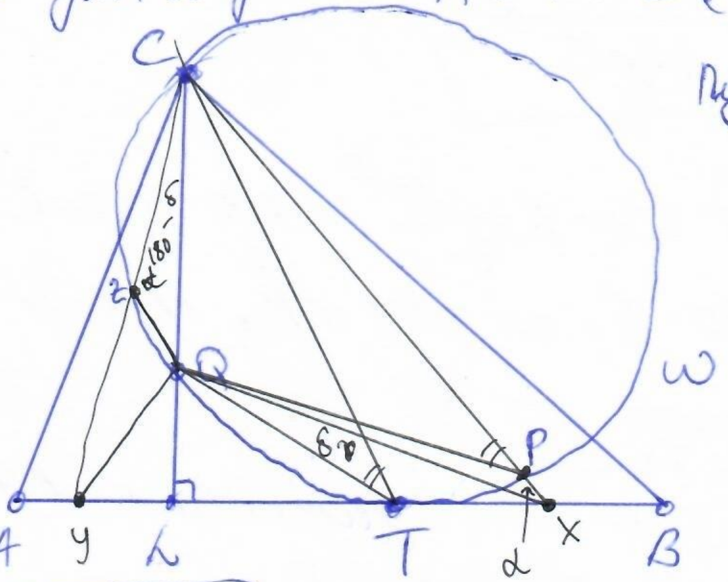
Ответ: $r = 2\left(\frac{1}{\sin\frac{\pi}{17}} - tg15^\circ\right)$.

Чистовик, стр 10 (17)

Пусть, не ум. общности $AC < AB$ (т.к. $2 \neq 5$) в случае равных боковых сторон $AL = LB$, что неверно

$\parallel \omega$

Пусть окр-ть $(CQT)$ касается $AB$ в точке $T$.




1) $\boxed{\text{Пусть } X \in AB}$

1) X ~~правее~~ T: $X \notin \omega \Rightarrow \angle CXQ < \angle QPC$,

(X ≠ T) $\in [L; B], X \neq T$, (т.к. ω касается AB)

см. картинку

$\angle QTC$ $\parallel$ из окр $\omega$

$P \in \omega$

т.к. $\angle QPC = \angle QXC + \angle PQX >$
$> \angle QXC$.

т.е. максимум угла при таких X дост. в T.

2) $X = Y$ левее T. $\delta = \angle QTC$

$\Rightarrow \angle CYQ = (180 - \delta) - \angle ZQY$ (из внеш. угла)

т.е. $\angle CYQ$ max $\Leftrightarrow \angle ZQY$ минимален ~~максимал~~

$\Rightarrow$ минимум на отрезке либо в A, либо в T.

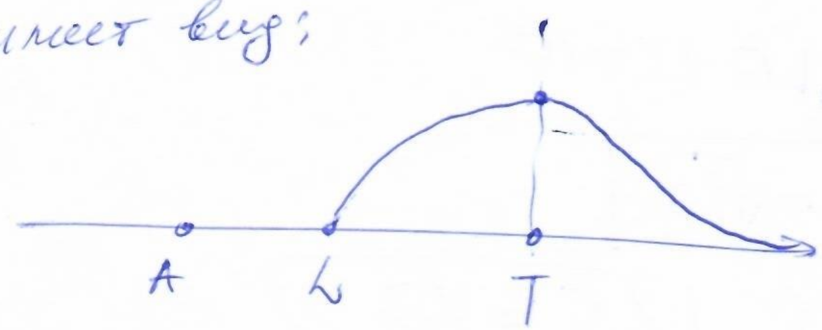
Противоположн окружность могла быть и по-другому: симметрична CQ $\Rightarrow$ была бы T' левее A.

~~и всё~~

Чистовик, стр 11. №7, продолжение

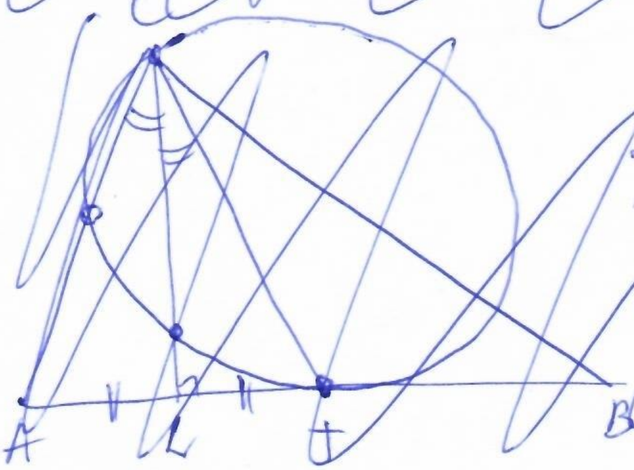
График. ф-ции угла на $[L; +\infty)$ (⊂ AB)

имеет вид:



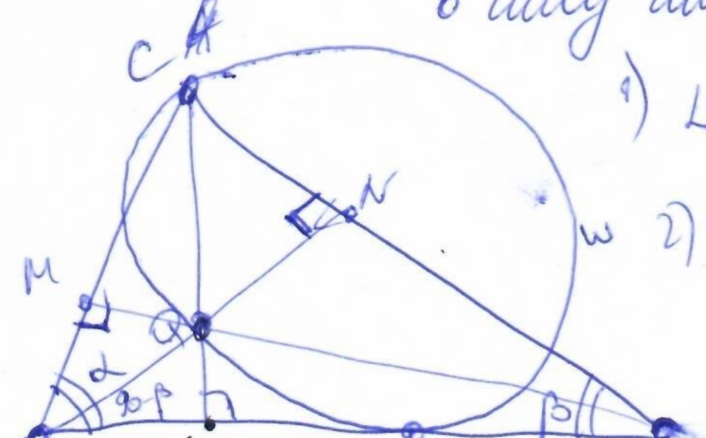

причем она (эта ф-ция) сим. отн. L!
(т.к. CL ⊥ AB)

~~т.е. если докажем, что AL ≠ LT, то победа (т.е. максимум в T)~~




~~От противного~~
~~1) AL = LT~~
~~⇒ ∠ACL = ∠LCT,~~
~~т.к. CL ⊥ AT и AL = LT~~
~~⇒ ...~~

⇒ в T и будет максимум. в силу сим. отн. L! осталось вычислить LT.




1) $LT^2 \overset{LT \text{ кас. } \omega}{=} Pow_{\omega} L = LQ \cdot LC$

2) Пусть $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$

$\Rightarrow \angle QAL = 90^\circ - \beta$ $(AN \perp CB)$

$\Rightarrow \boxed{LQ = 2\,tg(90^\circ - \beta) = \frac{2}{tg\beta}}$

и $LC = \underset{LA}{2}\,tg\alpha \Rightarrow LQ \cdot LC = 4\,\frac{tg\alpha}{tg\beta}$

3) $LC \underset{CL \perp AB}{=} \overset{LA}{2}\,tg\alpha$ и $LC \underset{CL \perp AB}{=} \overset{LB}{5}\,tg\beta \Rightarrow \boxed{\frac{tg\alpha}{tg\beta} = \frac{5}{2}}$

Чистовик, стр 12

№7, продолжение

$\boxed{\Rightarrow}$ $LQ \cdot LC = 4\,\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta} = 4 \cdot \frac{5}{2} = 10$

$\Rightarrow LT^2 = LQ \cdot LC = 10$

подставляем LT.

$\Rightarrow \boxed{LT = \sqrt{10}}$

И. т.к. $T = S$, $\boxed{LS = \sqrt{10}}$

по построению

Ответ: $\sqrt{10}$.

Черновик (стр 1) (№1)

$$A=\frac{\sqrt[6]{4+2\sqrt3}\cdot\sqrt[3]{\sqrt3-1}}{\sqrt[3]{2}},\quad B=\frac{3}{(1\cdot2)^2}+\frac{5}{(2\cdot3)^2}+\ldots+\frac{79}{(39\cdot40)^2}$$

$$\frac{2k+1}{(k(k+1))^2}=$$

$$\frac{1}{k^2}-\frac{1}{(k+1)^2}=\frac{(k+1)^2-k^2}{k^2(k+1)^2}=\frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$$

$$B=\sum_{k=1}^{39}\frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}=\sum_{k=1}^{39}\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{(k+1)^2}\right)=$$

$$=1-\left(\frac{1}{40}\right)^2<1$$

$$A=\frac{\sqrt[6]{4+2\sqrt3}\,\sqrt[3]{(\sqrt3-1)}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[6]{\frac{(\sqrt3-1)^2(4+2\sqrt3)}{4}}=$$

$$=\sqrt[6]{\frac{(3+1-2\sqrt3)(4+2\sqrt3)}{4}}=\sqrt[6]{\frac{(4+2\sqrt3)(4-2\sqrt3)}{4}}=$$

$$=\sqrt[6]{\frac{4(2+\sqrt3)(2-\sqrt3)}{4}}=\sqrt[6]{4-3}=1.$$

$\frac{1}{0}$ ? $\frac{7}{?}$

(№2) $\cancel{a_1a_2\ldots a_n}$ $a_1a_2\ldots a_{2022}$ $\boxed{23\cdot3=69}$

$19+19=38$
$00$
$23$

$4a_2\ldots a_{2022}$

$46$

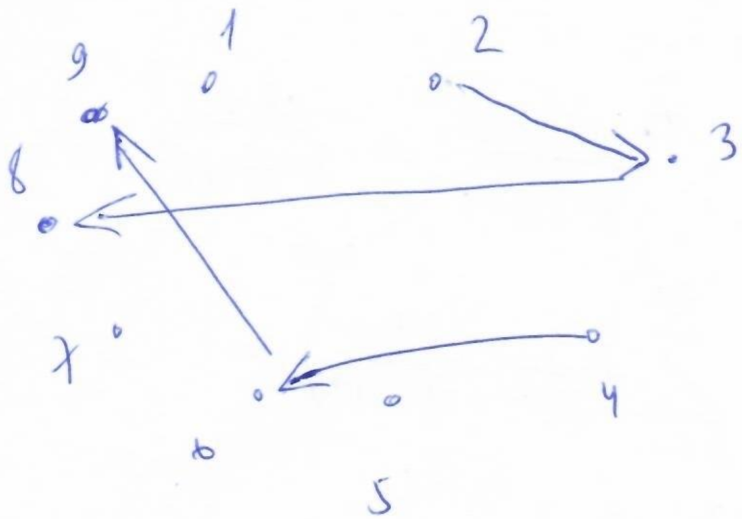
$\frac{x}{y}$ $-\frac{7}{?}$ $\frac{7}{0}$ $\frac{1}{0}$

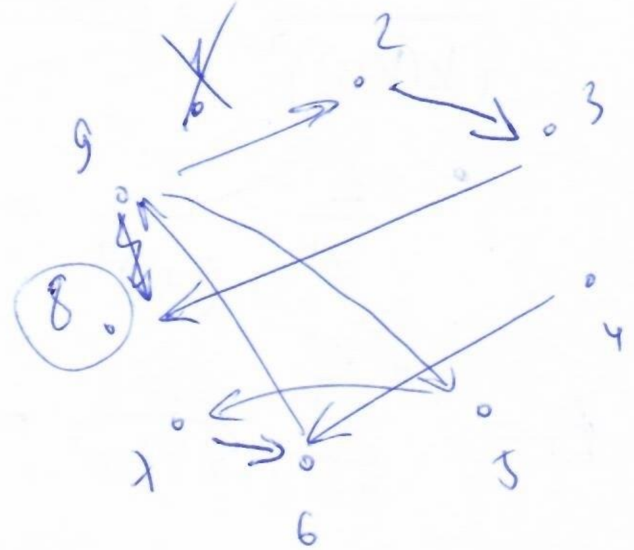
Черновик, стр 2

$19 \cdot 5 = 90 + 4$

:23 : 23
46
69
92

:19 38
57
76
~~85~~ 95





8 — тупик!

469 5769 5769

~~через~~ чередоваться, пока осталось 2019 ≤ 3 цифры.

дальше 2 вар-та

5769 5769 2
5

5 цифр

в 2 не может

---

(13) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[9]{1-x^9}}$ $f(f(x)) = \dfrac{1}{\sqrt[9]{1-\left(\frac{1}{\sqrt[9]{1-x^9}}\right)^9}} =$

$= \dfrac{1}{\sqrt[9]{1-\frac{1}{1-x^9}}} = \dfrac{1}{x}$

черновик, стр 3

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[9]{1-x^9}}$$

$$f(f(x)) = \frac{1}{\sqrt[9]{1-\left(\frac{1}{\sqrt[9]{1-x^9}}\right)^9}} = \frac{1}{\sqrt[9]{1-\frac{1}{1-x^9}}} = \frac{1}{\sqrt[9]{\frac{-x^9}{1-x^9}}} =$$

$$= \cancel{\frac{1-x}{\sqrt[9]{1-x^9}}} \; \frac{\sqrt[9]{1-x^9}}{-x}$$

$$f(f(f(x))) = \frac{1}{\sqrt[9]{1 - \frac{(-x)^9}{\cancel{1-x^9}} \frac{1-x^9}{-x^9}}} = \cancel{\frac{1}{\sqrt[9]{1-\frac{x^9}{1-x^9}}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt[9]{1+\frac{1}{x^9}-1}} = x$$

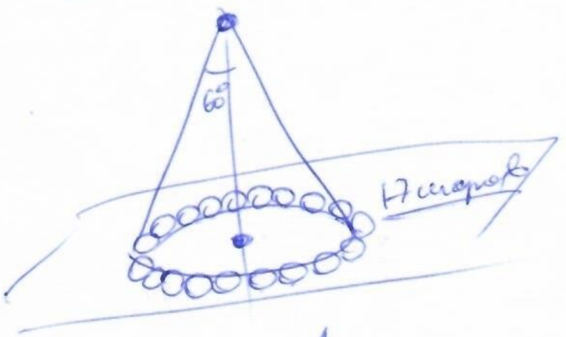
$$f(f(f(x))) = x.$$

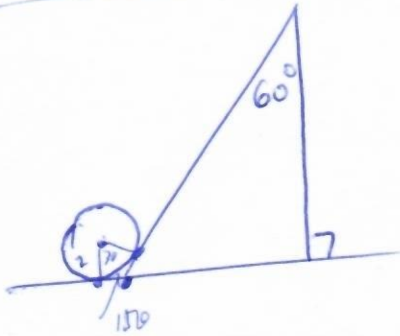
т.е. $\underbrace{f(f \ldots f(x)))}_{1305}$ берем mod 3

$1305 \equiv 1+3+5 \equiv 0 \mod 3$

$\Rightarrow \; f(f(\ldots f(2022))\ldots) = \underline{2022}$

(24) Черновик, стр 4



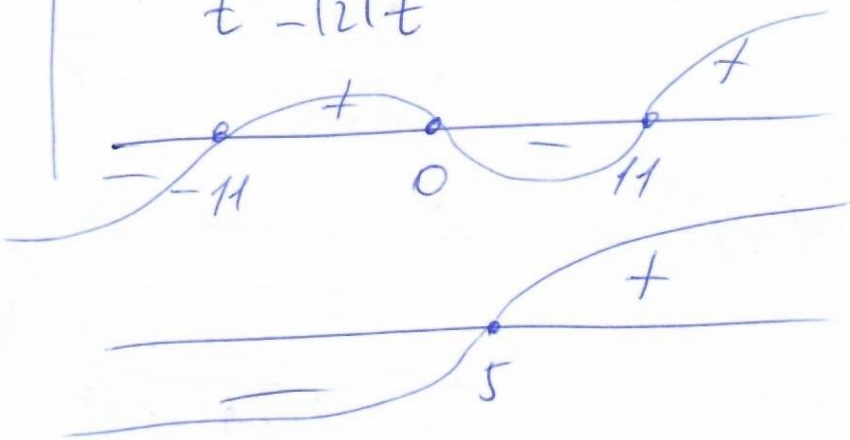



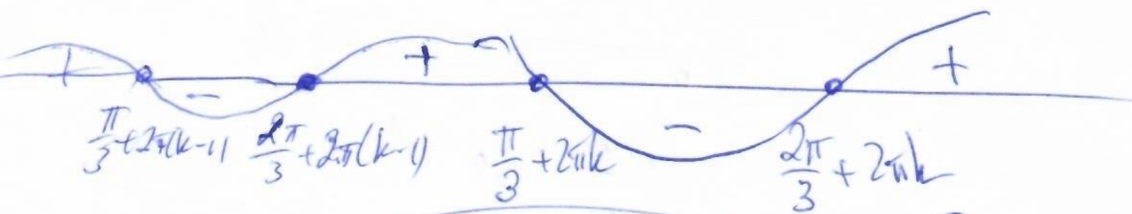

$x_1 \le x_2 \le x_3$

$\sin t = \frac{\sqrt{3}}{2}$

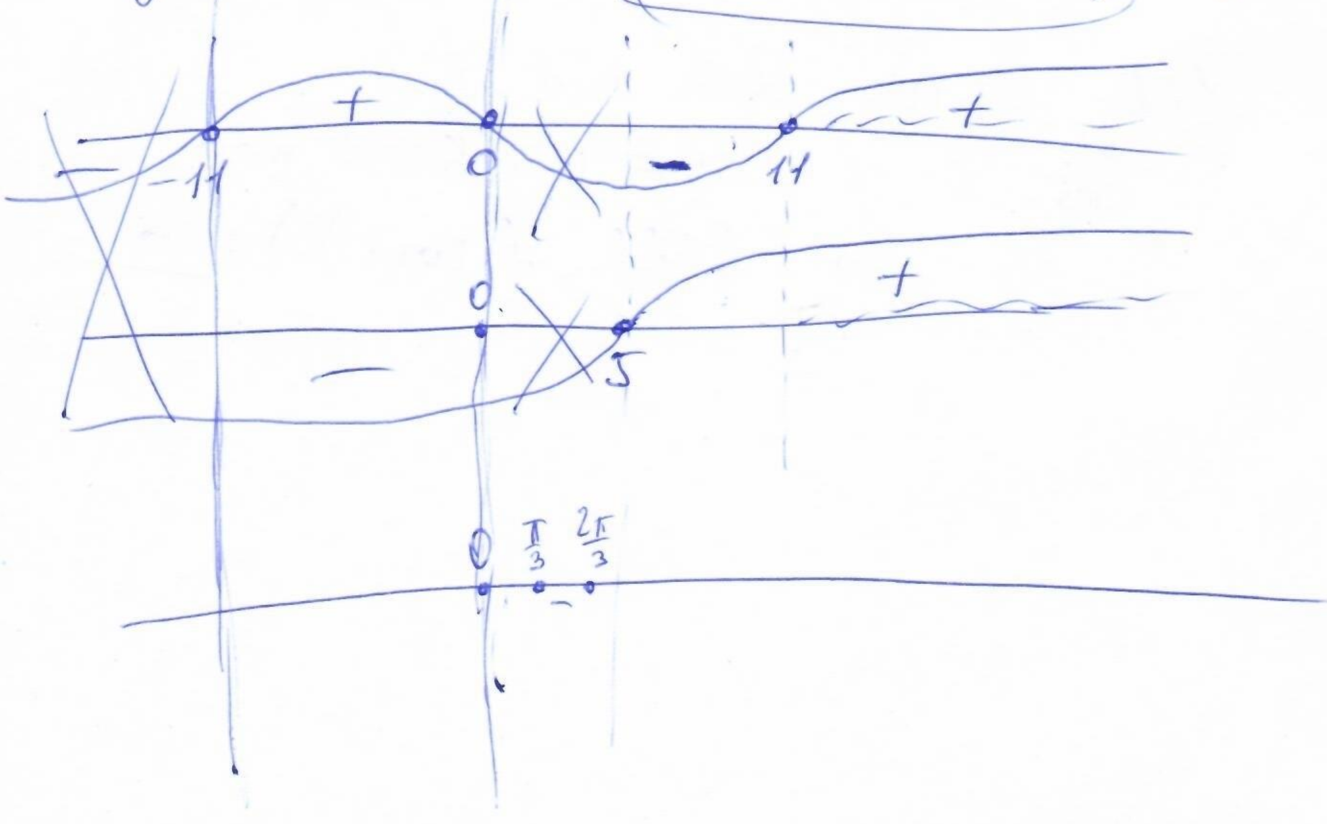

$\boxed{x_2 > 0}$
$\boxed{x_3 > 0}$ || $x_1 = ?$

$t^3 - 121t$



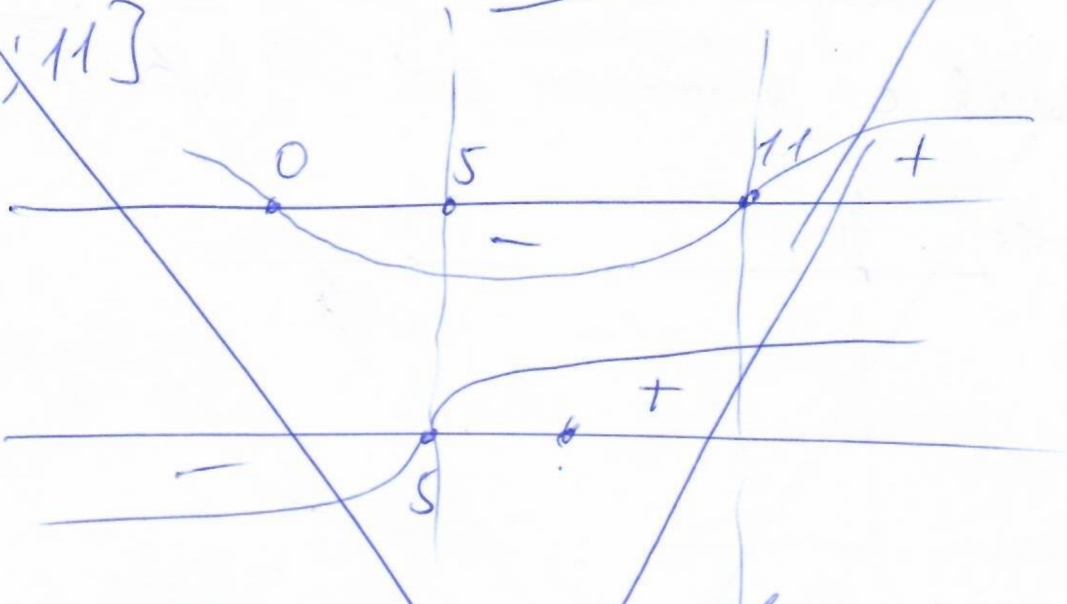

Нужно, чтобы было ≥ 2 целых числа $\frac{\pi}{3}$



~~[illegible]~~

Черновик стр 5

(2°) $[5; 11]$




~~т.к.~~ точка 5 не может быть включена, т.к. ~~есть отриц. значение, точка 11 тоже — тогда~~

~~буд~~ есть отриц. значение

Итак, посмотрим на ~~вид~~ ~~вид~~ отрезки

$\left[\frac{\pi}{3}+2\pi k; \frac{2\pi}{3}+2\pi k\right] \subset [5;11]$ ← с точкой 11 разберемся позже.

$5 < \frac{\pi}{3}+2\pi k < \frac{2\pi}{3}+2\pi k \le 11$

$k \ge 1$

при $k \le 0$ неверно

$k \le 1$, если $k \ge 2$:

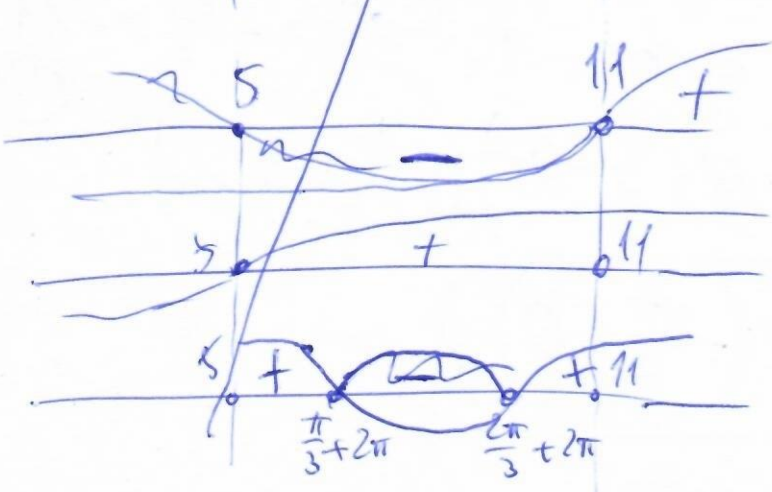
$\frac{2\pi}{3}+2\pi k \ge \frac{2\pi}{3}+4\pi > 4\pi > 12 > 11$

$\Rightarrow \sin 11 > \frac{\sqrt{3}}{2}$

если $k=1$:

~~$\frac{2\pi}{3}+2\pi < 8+\frac{2}{3}\cdot 8$~~

$\frac{2\pi}{3}+2\pi = \frac{8\pi}{3} < \frac{8\cdot 4}{3} = \frac{32}{3} < 11$.



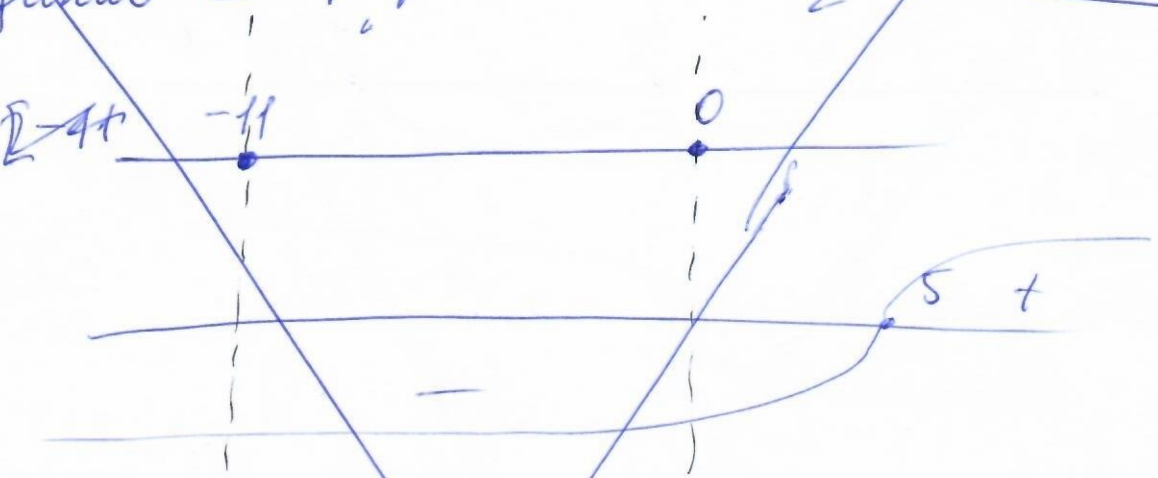
~~Чистовик, стр 5~~

стр 6

Черновик

Остается рассмотреть $[-11; 0]$, $[5; 11]$

объединив с ~~графиком~~ графиками $\sin t - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ...




1° Граничные точки $-11$ и $0$ не подх., т.к. тогда на месте среднего будет $0$.

ищем отрезки $\left[\frac{\pi}{3}+2\pi k; \frac{2\pi}{3}+2\pi k\right] \subset (-11; 0)$:

здесь гр. точки не включаются по ~~сим.~~ аналог. причинам.

$-11 < \frac{\pi}{3}+2\pi k < \frac{2\pi}{3}+2\pi k < 0$

$\Leftrightarrow -11 < \frac{\pi}{3}+2\pi k$ и $\frac{2\pi}{3}+2\pi k < 0$

$\Updownarrow$

$\boxed{k<0}$, т.к. $\frac{2\pi}{3} < \pi < 2\pi$

~~$k \geq -2$: $\frac{\pi}{3}-4\pi = -\frac{11\pi}{3}$~~

~~если $k \leq -3$, то $\frac{\pi}{3}+2\pi k \leq \frac{\pi}{3}-6\pi =$~~

если $k \leq -2$: $\frac{\pi}{3}+2\pi k \leq \frac{\pi}{3}-4\pi = \pi\left(\frac{1}{3}-4\right) = -\frac{11\pi}{3} < -11$ $\quad \pi > 3$

$\Rightarrow$ не подх.

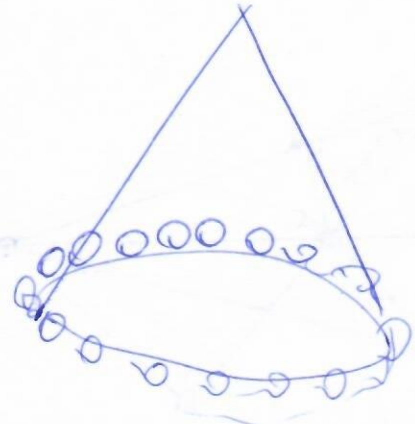
Итог:

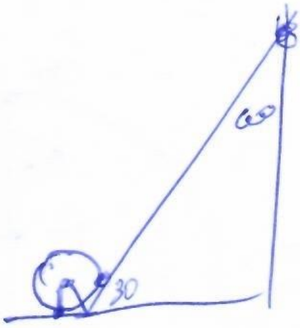
$\Rightarrow -2 < k < 0 \quad \Rightarrow k=-1 \quad \left(0 > -\frac{5\pi}{3} > -\frac{20}{3} > -11\right)$ т.е. ок

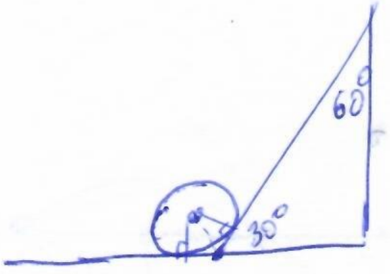
Здесь ответ: $\left(-11; \frac{\pi}{3}-2\pi\right) \cup \left(\frac{2\pi}{3}-2\pi; 0\right)$

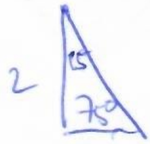
т.е. $\boxed{\left(-11; -\frac{5\pi}{3}\right) \cup \left(-\frac{4\pi}{3}; 0\right)}$.

Черновик, стр 7

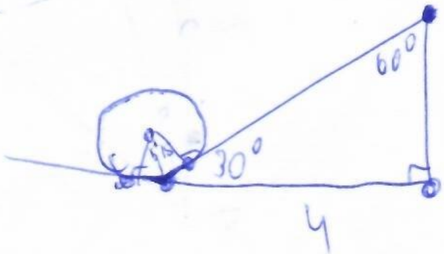


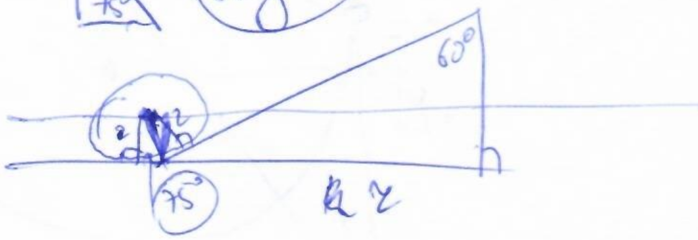


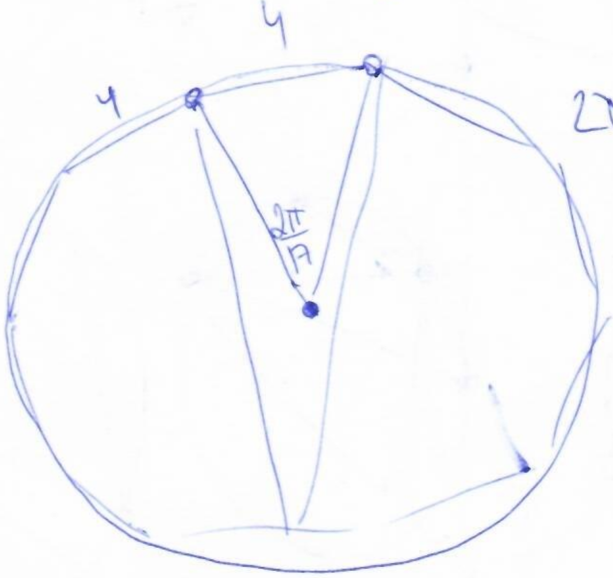




2tg15



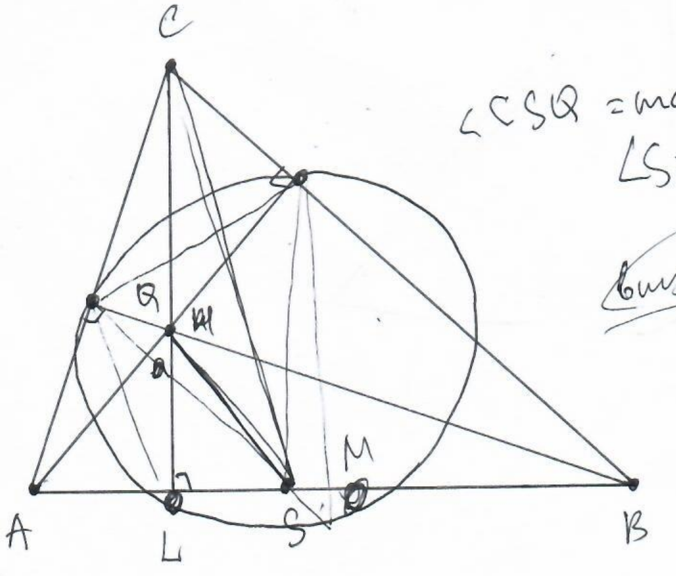

$$4 = 2R\sin\frac{2\pi}{17}$$

$$R = \frac{2}{\sin\frac{2\pi}{17}}$$

$$r + 2tg15^\circ = \frac{2}{\sin\frac{2\pi}{17}}$$

$$r = 2\left(\frac{1}{\sin\frac{2\pi}{17}} - 1\right).$$

7.

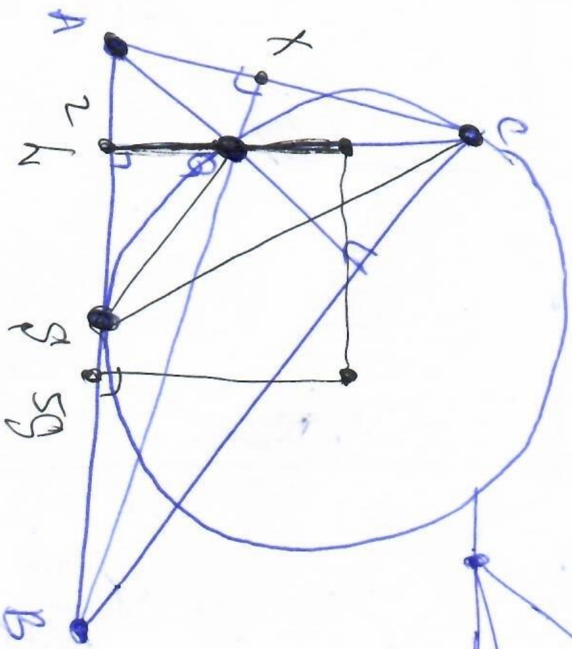


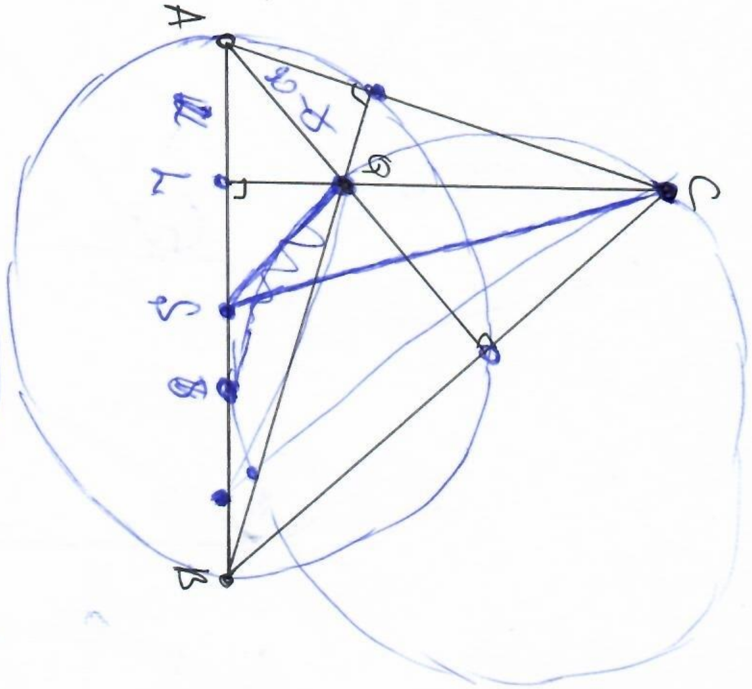

$\angle CSQ = max$

$LS = ?$, $AL = 2$, $LB = 5$.

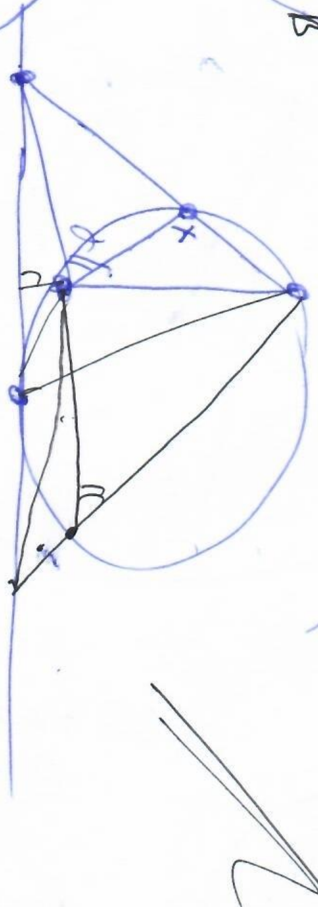
внутри окр-ти.

Черновик, стр 8

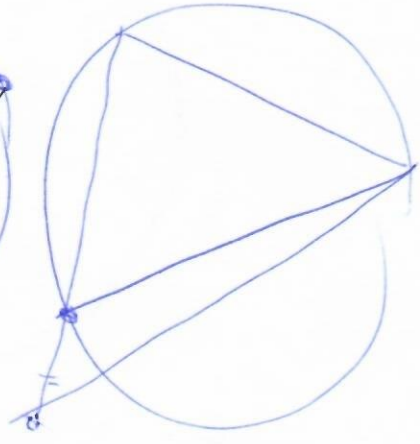


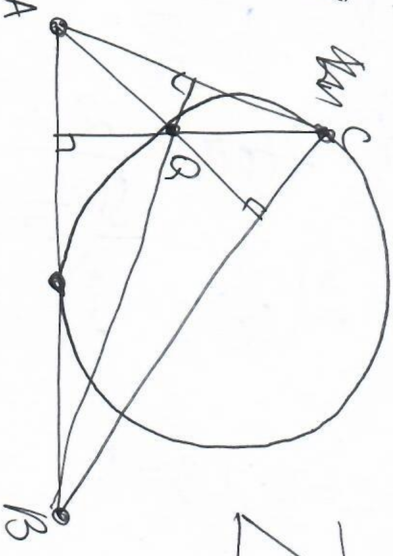




$BQ \cdot BX = 5 \cdot 7 = 35$

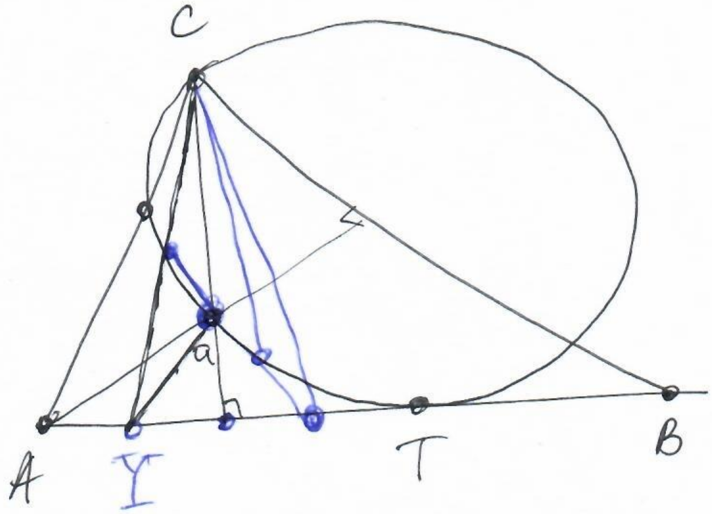


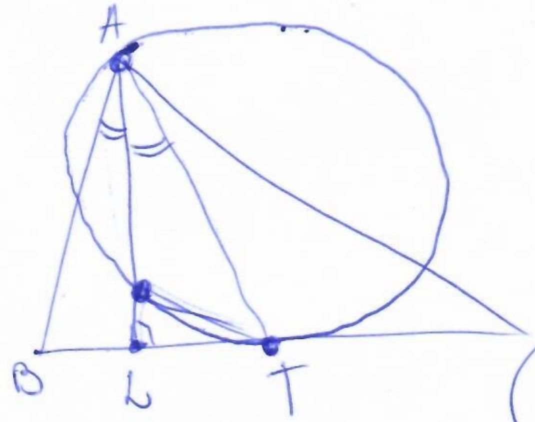

x-∠ чем меньше ∠ тем лучше

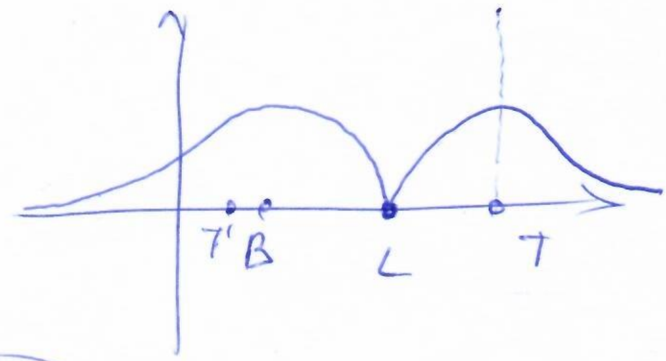





Черновик, стр 9



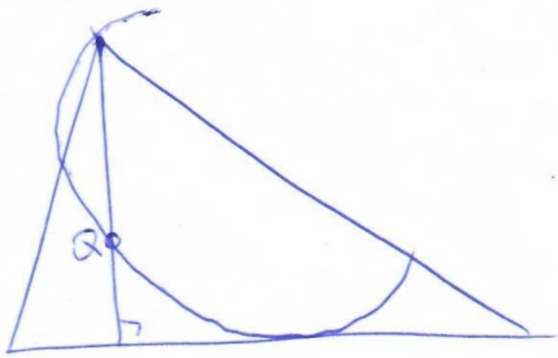



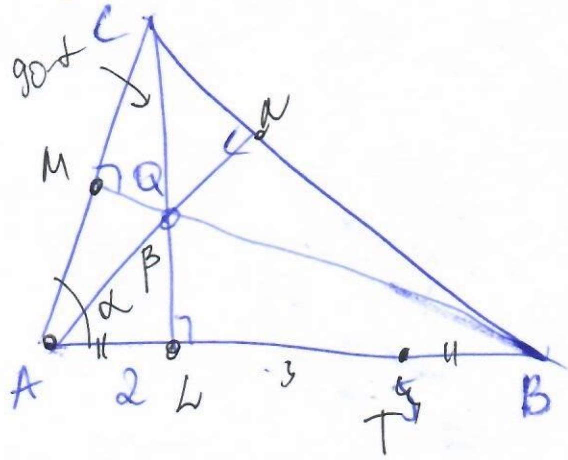




LT vs BL

LT > BL

BL ≠ LT, то победа




$LQ \cdot LC$

$LC = 2\operatorname{tg}\alpha$ $\qquad LC^2 = 4 + AC^2$

$\cancel{AQ = LC}$ $\qquad LQ = \dfrac{2}{\operatorname{tg}\beta}$ $\qquad LC \cdot LQ = 4\dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = 10$

$LC = 2\operatorname{tg}\alpha$

$LC = 5\operatorname{tg}\beta$ $\qquad \dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \dfrac{5}{2}$ $\qquad LT = \sqrt{10}$