



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Гусев Арсений Вячеславович**

Класс: **6**

Технический балл: **80**

Дата проведения: **11 марта 2022 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5
Оценка	10	20	20	20	10

Черновик
Лист 1 из 10
№1

max 4-знач:

сред цифр разн.

6789

7890

не м.б.

9000

Если 1-е цифра 7, 9

а > б

Менее а и б между → Все цифр сходятся и нет
в кореске возвращение.

Оценка:

2	1	3	2	1	3	2	1
3			3	2	1	3	2
1			1	3	2	1	3
2	1	3			3	3	1
3	2	1			1	3	2
1	3	2	1	3			3
2	1	3	2	1			1
3	2	1	3	2	1	3	2

№2

~~18x18~~

$$64 - 12 = 52$$

max число, кот. $3n < 52 = 52$

||

$$17 \cdot 3$$

$$\begin{aligned} 1^n &\rightarrow 18 \\ 2^n &\rightarrow 16 \\ 3^n &\rightarrow 18 \end{aligned} \quad \Sigma = 52 \text{ w}$$

Пример:

9			8	7	5		6
					4	3	2
10	13	14					
11			15	16			
12							

Значит, max 16

Числовик

Мет 10 из 10

Таким образом, в результате полного перебора,
получены следующие варианты:

1) 34% в 6:34

2) 25% в 7:25

3) 17% в 8:17

4) 8% в 9:08

Ответ: 6:34; 7:25; 8:17; 9:08

Черновик
Лист 2 из 10

N3

$$\frac{220 \cdot 4}{20 \cdot 55}$$

$$\begin{array}{r} \times 56 \\ 110 \\ \hline 56 \\ 56 \\ \hline + 6160 \\ \hline 6218 \end{array}$$

А сколько таких чисел?

$$0 \cdot 4 + 3; 1 \cdot 4 + 3; \dots; 55 \cdot 4 + 3 \quad \begin{array}{l} 168 \\ \parallel \end{array}$$

$$\text{Всего } 56 \text{ чисел, } \Sigma = 4(0 + \dots + 55) + 56 \cdot 3 = 2 \cdot 55 \cdot 56 + 56 \cdot 3$$

$$56(110 + 3)$$

Кажд. раз Σ умнож. на 2

Всего сделано 55 ходов.

Σ умнож. на 110

$$\text{Получается } \Sigma_0 = 4(0 + \dots + 55) + 168 - 110 =$$

$$= 4 \left(\frac{55 \cdot 56}{2} \right) + 58 = 2 \cdot 55 \cdot 56 + 58 = 110 \cdot 56 + 58 = 6160 + 58 = 6218$$

$$\Sigma_0 \text{ и есть искомое число; } = \boxed{6218}$$

Черновик
Лист 3 из 10

№4

В каждой точке - хотя бы одна кривая

1) ~~Посадим в кривую 3 вершины \Rightarrow не посадим 1 кривую
в какой-то из вершин $\neq 6!$~~

$$\begin{array}{r} 1 \\ 720 \\ \times 7 \\ \hline 5040 \\ \times 3 \\ \hline 15120 \end{array}$$

1) Выберем точку, где будут только 2 кривые $\rightarrow 6$

2) Определим двух кривых где нет $\rightarrow C_7^2$

3) Посадим ост. 5 в 5 точек $\rightarrow 5!$

$$C_n = 6 \cdot C_7^2 \cdot 5! = 6 \cdot \frac{7!}{5!2!} \cdot 5! = \frac{6 \cdot 7!}{2} = 7! \cdot 3 = 720 \cdot 7 \cdot 3 =$$

$$= 5040 \cdot 3 = \{15120\}$$

Черновик
Лист 4 из 10
№5

Промежуток: 00:00 → 10:00

00:00
100%

01:00
90%

08:00

09:00
10%

10:00
0%

Всего уловов 600 тонн
100%

за 6 мин → 1% улова

Точно не рассчитываем 100... - 60%

↑
уровень неаси

04:00

04:00
60%

05:00
56%

06:00
40%

07:00
30%

08:00
20%

09:00
10%

10:00
0%

04:00	06	12	18	24	30	36	42	48	54
%:	59	58	57	56	55	54	53	52	51

Числовик
Лист 5 из 10

№ 1

Назовем такие четырехзначные числа, среди которых нас просит найти наибольшее, хорошими.

1. Поймем, что в записи хорошего числа не может быть цифра "0". Действительно, в противном случае помещем цифру "0" ~~на первом месте~~ с любой не первой цифрой (очевидно, что такая найдется) и поскольку цифра меньше любой другой цифры, то мы получим меньшее число.
2. Очевидно, что в хорошем числе все цифры идут в порядке возрастания, т.к. если в числе есть такая цифра a , а за ней - цифра b , причем $a > b$, то мы меняем эти две цифры местами (мы всегда можем это сделать, ведь мы сразу отсекали вариант присутствия в хорошем числе цифра "0") и получим число, меньшее данного.
3. Значит, в нашем числе нет нулевых цифр и все цифры должны идти в порядке возрастания. Поймем, что макс. такое 4-знач. число - это 6789. Докажем, почему оно действительно максимальное:
 - Если 1-я цифра числа $\neq 6$, то вторая $\neq 7$, третья $\neq 8$ и для четвертой просто не хватит цифр.
 - Если 1-я цифра - это 6, то вторая $\neq 7$, третья $\neq 8$, четвертая $\neq 9$. Цифр, больших, чем 9, не бывает, поэтому четвертая цифра равна 9, тогда третья - 8, вторая - 7.
 - Значит, макс. хорошее число - это и в правду 6789

Ответ: 6789

Ответ: 16

N2

Чайовик
Лист 1 из 10

Оценка:

Раскрасим наш квадрат диагонально в 3 цвета
цвета будем обозначать цифрами "1", "2", "3"

2	1	3	2	1	3	2	1
3	2	1	3	2	1	3	2
1	3	2	1	3	2	1	3
2	1	3	2	1	3	2	1
3	2	1	3	2	1	3	2
1	3	2	1	3	2	1	3
2	1	3	2	1	3	2	1
3	2	1	3	2	1	3	2

Посчитаем кол-во клеток каждого цвета:

- "1" → 18
- "2" → 16
- "3" → 18

При данной раскраске как бы мы не клали прямоу-
гольник 1*3, он будет занимать по одной клетке
цвета "1", "2", "3". Клеток цвета "2" ровно 16 и мы не
можем положить прямоуг. 1*3 так, чтобы он не покрыл
ни одной клеточки цвета "2". Значит, мы не можем
заполнить в данном случае фигуру больше, чем 16 прямоуг. 1*3.

Пример:

9	8	7	6
10	11	12	4
13	15	16	1
14			

В данном примере разрешили ровно 16 пр-ков 1*3.
Для наглядности они процурованы.

Числовик
Лиси 7 из 10
№3

Для начала пойдем, сколько же чисел написано на доске:

$$3 = \underline{\underline{0}} \cdot 4 + 3; \dots; 223 = \underline{\underline{55}} \cdot 4 + 3$$

С каждым новым числом то, что мы умножаем на 4, увеличивается на 1, значит, всего чисел $\boxed{56}$.

Сложим их исключительно сумму:

$$\begin{aligned}\Sigma &= 0 \cdot 4 + 3 + 1 \cdot 4 + 3 + \dots + 55 \cdot 4 + 3 = 4(0 + \dots + 55) + 56 \cdot 3 = \\ &= 4\left(\frac{55 \cdot 56}{2}\right) + 56 \cdot 3 = 2 \cdot 55 \cdot 56 + 168 = 110 \cdot 56 + 168 = 6160 + 168 = \\ &= 6328.\end{aligned}$$

Когда мы знаем код, общая сумма всех чисел уменьшается на 2. Всего мы сделали $56 - 1 = 55$ ходов, значит, общая сумма уменьшится на $55 \cdot 2 = 110$

$$\Sigma_0 = \Sigma - 110$$

$$\Sigma_0 = 6328 - 110 = 6218.$$

После всех ходов у нас останется одно число, а значит, Σ_0 и есть это число

Ответ: только 6218

Числовик
Лист 8 из 10

№ 4

Определить, что единственная расстановка, удовлетворяющая условию, — это расстановка, где в каком-то домике живут 2 куры, а в остальных — по одной.

Давайте эту расстановку осуществлять:

- 1) Сначала каждый выберем домик, где будут жить 2 куры \rightarrow 6 способов
- 2) Потом выберем 2 куры из 7 для этого домика $\rightarrow C_7^2$ способов.
- 3) Теперь каждый оставшиеся 5 куры в 5 домиков $\rightarrow 5!$ способов
- 4) Определить, что все эти 3 величины можно перемножить:

$$6 \cdot C_7^2 \cdot 5! = 6 \cdot \frac{7!}{5!2!} \cdot 5! = 6 \cdot \frac{7!}{2!} = \frac{6}{2} \cdot 7! = 7! \cdot 3 = 5040 \cdot 3 = 15120$$

Ответ: 15120 способов

Числовик
Лист 3 из 10
NS

• Поскольку за 10 часов = 600 минут ступа равномерно
разрезается, то каждые 6 минут уходят 1% заряда.

• ~~В~~ Време при заряде от 100% до 60% нас точно
не интересует, ведь электрические часы показывают
от 0 до 59 минут.

Значит, будем смотреть время от 04:00 (как раз тогда
и будет 60%) до 10:00

• Произведем полный пересчет - будем смотреть, в какое время
сколько процентов показывает.

Процент	Интервал времени
59%	4:01...4:06
58%	4:07...4:12
57%	4:13...4:18
56%	4:19...4:24
55%	4:25...4:30
54%	4:31...4:36
53%	4:37...4:42
52%	4:43...4:48
51%	4:49...4:54
50%	4:54...5:00
49%	5:01...5:06
48%	5:07...5:12
47%	5:13...5:18
46%	5:19...5:24
45%	5:25...5:30
44%	5:31...5:36
43%	5:37...5:42
42%	5:43...5:48
41%	5:49...5:54
40%	5:55...6:00
39%	6:01...6:06
38%	6:07...6:12
37%	6:13...6:18
36%	6:19...6:24
35%	6:25...6:30
34%	6:31...6:36
33%	6:37...6:42
32%	6:43...6:48
31%	6:49...6:54

Процент	Интервал времени
30%	6:55...7:00
29%	7:01...7:06
28%	7:07...7:12
27%	7:13...7:18
26%	7:19...7:24
25%	7:25...7:30
24%	7:31...7:36
23%	7:37...7:42
22%	7:43...7:48
21%	7:49...7:54
20%	7:55...8:00
19%	8:01...8:06
18%	8:07...8:12
17%	8:13...8:18
16%	8:19...8:24
15%	8:25...8:30
14%	8:31...8:36
13%	8:37...8:42
12%	8:43...8:48
11%	8:49...8:54
10%	8:55...9:00
9%	9:01...9:06
8%	9:07...9:12
7%	9:13...9:18
6%	9:19...9:24
5%	9:25...9:30
4%	9:31...9:36
3%	9:37...9:42
2%	9:43...9:48
1%	9:49...9:54