



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Деменова Маргарита Витальевна**

Класс: **8 класс**

Технический балл: **65**

Дата проведения: **12 марта 2022 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6
Оценка	15	0	0	15	15	20

11) Чепуховые

$157605 = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 79$

$(10a + 11b + c) (10b + 11c + d) (10c + 11d + e)$

$7 \ 0 \ 9 \quad 0 \ 9 \ 9 \quad 0 \ 1 \ 1 \quad > 0$
 $70 + 19 \quad 133 \quad 90 + 99 + 9 \quad 5$
 $50 + 45 \ 99 \quad 99 \cdot 2 = 198 \quad 33 \cdot 2$
 $11 \cdot 9 \cdot 2 \quad 315 \quad 466$

$79; 35; 57 \quad 19$
 $19 \cdot 7$
 $19 \cdot 3$
 $19 \cdot 5$

6	1	8
1	6	3
1	2	3
4	5	

$5 \cdot 3 \quad 5 \cdot 7 \quad 35$
 $7 \cdot 19 \quad 3 \cdot 19 \quad 57$
 $30 +$
 $15 \quad 133$
 $79 \quad 44$
 $30 \quad 74$

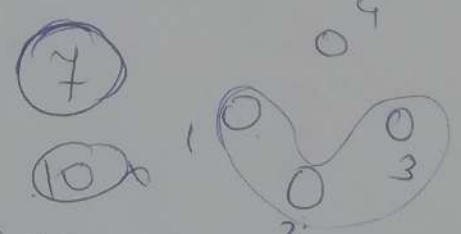
$3 \cdot 7 \quad 15$

анн $b = 0$

$55 \cdot 35$
 $(10 + 22 + 3) (20 + 33 + 4)$
 7
 $(930 + 44 + 9)$

$0 \ 1 \ 4 \quad 15 \ 10 \ 5$

1	2	3	4
0	0	0	0



$7 \cdot 4 = 28 \quad 30 \ 3$

Числовы (3) 6 4. Числ

Черновик (10)

337 2 3 y-x

2022 (x+y) = xy

x+y

2022 a = b

337 2.3 a

en x, y < 0

то небул < 0

мрлар > 0

a=1

a=2

en x < 0 y > 0

x > 0, y < 0

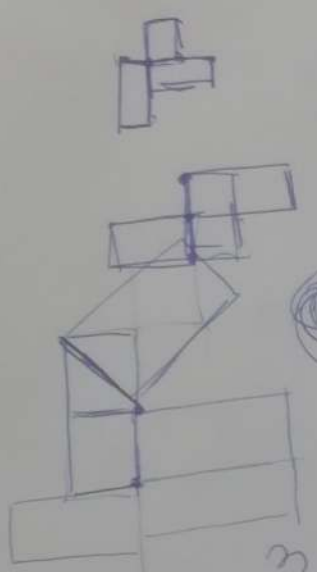
x > y то бозо-

x < y небул.

337.2
- 337.3

337.3
340.3

3.6



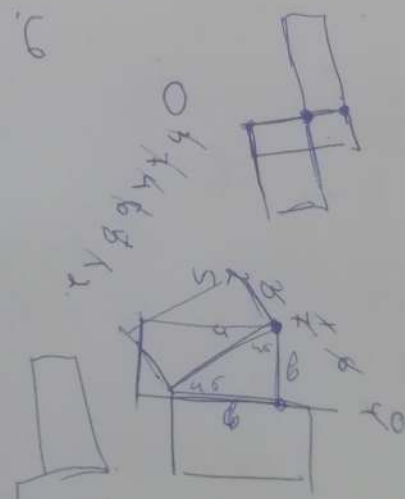
3+2+1=



(4)

5451276
67

02144366752



15244367

02788844
4

027888447

4+11111
8

01838446
9

Чистовы (3) Чистон Чистон

3a) Черновик

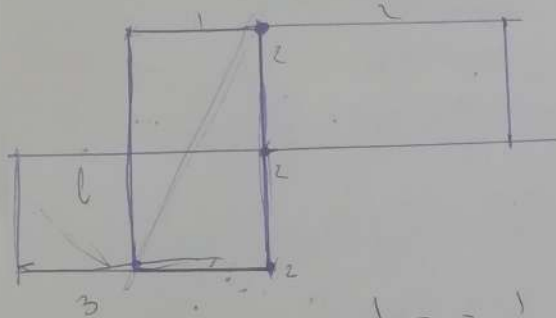
$2022 \equiv -1 \pmod{7}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1		

1.3	2.4	3.5	4.6	5.7	10.8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		6.8	7.9			1	1	-1	-1						

$1 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1$

$7 \quad 21002023 \mid 7$
 $\underline{14}$
 62
 $\underline{58}$
 63
 $\underline{7}$
 35



$1 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1$

$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$
 $\frac{y+x}{xy} = \frac{1}{2022}$
 $2022(y+x) = xy$
 $y+x = a$
 $xy = b$
 $337 \cdot 2 \cdot 3 = xy$

$2022 \cdot a = b$
 $b = 2022a$
 $b: 2022$

$337 \cdot 2 \cdot 3$
 $xy: x+y$
 $xy \equiv x+y$

$2022 \cdot 2022 \cdot (2022 \cdot 2) = 2022^2$

$10507 \mid 7$
 $\underline{1}$
 35
 $\underline{33}$
 6

$10507 \mid 103$
 $\underline{103}$
 207

$10507 \mid 101$
 $\underline{101}$
 402

$10507 \mid 91$
 $\underline{91}$
 10
 $\underline{140}$
 41
 $\underline{497}$

$16507 \mid 99$
 $\underline{99}$
 602

Handwritten notes and symbols at the bottom right.

Черновик

$$\frac{1}{2022} = \frac{y+x}{xy}$$

$$yx = 2022(y+x)$$

$$\begin{array}{r} 2022 \overline{) 2} \\ 1011 \overline{) 3} \\ 337 \end{array}$$

$$\begin{aligned} A+B &= 220 \\ A+B &= 200 \\ B+B &= 250 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1011 \overline{) 3} \\ -9 \\ \hline 11 \\ -9 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 337 \overline{) 13} \\ -26 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 337 \overline{) 17} \\ -17 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} y &= 337b \\ x &= \end{aligned}$$

$$337 \cdot 6 = 2022$$

$$\begin{cases} A+B=220 \\ A+B=200 \\ B+B=250 \end{cases}$$

$$yx = y+x$$

$$y+x = yx$$

$$yx = y+x$$

$$\begin{array}{r} 337 \overline{) 7} \\ -22 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 6 \\ \hline 114 \end{array}$$

$$\begin{aligned} B-b &= 20 \Rightarrow B = 20+b \\ 2B+20 &= 230 \\ 2B-20 &= 200 \Rightarrow B = 105 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 115 \\ B &= 125 \end{aligned}$$

$$(10a+b+10b+c)(10b+c+10c+d)(10c+d+10d+e) =$$

$$= (10a+11b+c)(10b+11c+d)(10c+11d+e)$$

$$\begin{array}{r} 157605 \overline{) 5} \\ 31521 \\ 10507 \\ 1501 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 40 \\ \hline 1600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 157605 \overline{) 5} \\ -15 \\ \hline 7 \\ -5 \\ \hline 26 \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31521 \overline{) 3} \\ 10507 \\ 21 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1501 \overline{) 11} \\ 11 \\ \hline 40 \\ -32 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 337 \overline{) 23} \\ -23 \\ \hline 0 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 10507 \overline{) 13} \\ 104 \\ \hline 107 \end{array}$$

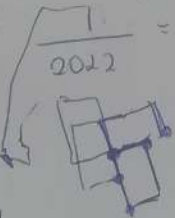
$$\begin{array}{r} 24 \\ 80 \end{array}$$

$$y = 337b$$

$$x = 6c$$

$$bc = 20337b + 6c$$

$$\begin{array}{r} 1501 \overline{) 7} \\ 7 \\ \hline 74 \\ -70 \\ \hline 4 \end{array}$$



$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2022}$$

$$\begin{aligned} x &= 6(337+x) \\ x &= 6 \cdot 337 + 6x \\ 5x &= \end{aligned}$$

$$100 \cdot 10000$$

$$\begin{array}{r} 1501 \overline{) 19} \\ 133 \\ \hline 171 \\ -171 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$1 + \frac{337+x}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2022} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2022}$$

$$x = 2022+x$$

$$x =$$

$$\frac{337 \cdot 2}{x} = \frac{1}{2}$$

$$1 + \frac{2022}{x} = 1$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ 101 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 10201 \end{array}$$

23

Чистову.

2

6 Чистовик

-всич (v, u)

$$2022 \equiv -1 \equiv 6 \pmod{7}$$

7 Черновик

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{x}$$

$$\frac{1}{4044} + \frac{1}{4044} = \frac{2}{4044}$$

$$\frac{2}{2022} \quad x: y \quad x=ay$$

$$\frac{a+1}{ay} = \frac{1}{2022}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{2022}$$

$$y=2022$$

$$2022(a+1) = ay$$

$$1+3 = 4$$

$$y = (a+1) \cdot b$$

$$ab$$

$$(x, y) = 1$$

$$(x, y) = a$$

$$(x+y)2022 = x+y$$

$$x=ab$$

$$(b, c) = 1$$

$$y=ac$$

$$\frac{b+c}{abc} = 2022$$

$$2022(b+c) = abc$$

337

337.2

2.3

3

337.3

2

$$\frac{a+1}{a} = \frac{1}{2022}$$

(23)

н.т.2

Чистовик

2

б) Чистовик

- если $(x, y) = a$, то $x = ab$
 $y = ac$, где $(b, c) = 1$

$$\frac{b+c}{abc} = \frac{1}{2022} \Rightarrow 2022(b+c) = abc$$

$b+c$ может делиться только на a (где

$(b, c) = 1$) - если $a = b+c$, то

$2022 = bc$, где bc может быть

4 пары \Rightarrow 8 решений.

• если $a = (b+c)d$

Задача №3

Ответ: невозможно

Чистович

Чистович

Задача
Пусть
вс
и
та
А
В
Г

а) Чистович
б) Чистович

Билан. Порядок шестнадцати цветов палин:
(цифры - это номера палин) 1, 3, 2, 4, 1, 3, 2, 4

- ① ~~1524367~~ → (стрелки) - это в каком порядке
- ② ~~21436752~~ → (стрелки) - это меньшего цвета
- ③ ~~3451276~~ → (стрелки) - пример шрифт.

Ответ: 8 цветов.

Задача № 2

- если $x=y$, то $\frac{2}{x} = \frac{1}{2022} \Rightarrow x=y=4044$
1 решение

- если $(x,y) \neq y$ (без ограничений)

$$x = ay, \frac{2}{ay} = \frac{1}{2022} \Rightarrow \frac{a+1}{ay} = \frac{1}{2022}$$

$2022(a+1) = ay$, тк. a и $a+1$ взаимнопросты \Rightarrow
 $y = (a+1)b$ в $y: a+1$, пусть $y = (a+1)b$

$$2022(a+1) = a(a+1)b \Rightarrow 2022 = ab \quad (2022 = 2 \cdot 3 \cdot 337)$$

$a = a \cdot b$ может быть $\begin{matrix} 337 \\ 4 \\ 2 \cdot 3 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 337 \cdot 2 \\ 4 \\ 3 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 337 \cdot 3 \\ 4 \\ 2 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 2022 \\ 4 \\ 1 \end{matrix}$

3 пары \Rightarrow 2 решения.

- если $(x,y) = 1$, то $\frac{x+y}{xy} = \frac{1}{2022} \Rightarrow 2022(xy) = xy$

то $\frac{x+y}{x+y} = 1$, но тк. ч. $(x,y) = 1 \Rightarrow$ это невозможно.
но.

говик

Чистович

а) Чистович
4) Чистович

Значит, стороны равны 79, 19.3, 7.5 (79, 57, 35). Далее прочь методом подбора

будем подбирать числа (в итоге получиме - первое число = 35, второе = 57, третье = 79)

Число (a=1, b=2, c=3, d=4, e=5) 12345

Ответ: abcde = 12345.

Задача №6.

Всего на каждой панели голкико подбито 7 цветов (панель всего 4, т.к. 4 стены), значит, цветов голкико подбито (минимум) $7 \cdot 4 = 28$, но так

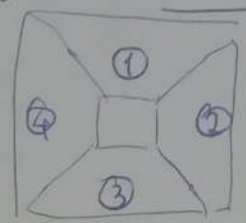
сейчас уже горят панели 4 цветами \Rightarrow голкико еще останется $28 - 4 = 24$ цвета. За

одну коу мы смешаем 3 цвета (1 на панель, которая

которую переключаем и 2 на панель, которую переключим). Значит, наименьшее число ходов (в идеале - если это возможно) голкико быть $24 : 3 = 8$. Пример на 8 коуов.

0 - панель, из черры оно 0 - это номер

цвета. Тактика: ~~Менять цвета~~



(n), где n - номер панели



комнаты в перспективе)

Чистович

Чистович

Если хотя бы одна сторона равна 1, то.
 (Заметим верхняя граница стороны $9 \cdot 10 + 9 \cdot 11 + 9 = 198$) остальные стороны должны содержать все множители числа 157605 (так же заметим, что какая-то сторона равняется 79 , так как если 79 умножим хотя бы на 3 (минимальное из оставшихся множителей), то это число ~~превысит~~ будет больше 198)
 Значит группа сторон будет $19 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7$, но это более $157605 / 198$, значит никакое из сторон не равно 1 (аналогично если какая-то из сторон равна 3, то группа две 79 и $79 \cdot 5 \cdot 7$ (это более 198 , значит не может), равна 5, то группа две 79 и $19 \cdot 3 \cdot 7$ (это больше 198) и если какая-то из сторон равна 7, то группа равна 79 и $19 \cdot 3 \cdot 5$ (это более 198)). Значит, одна из сторон равна 79 , группа 2 равна по два множителя $(19, 7, 3, 5)$
 Если возьмем пары $3 \cdot 7$ и $19 \cdot 5$ (или $3 \cdot 5$ и $19 \cdot 7$) то ~~какое-то из чисел~~ b, c , во-первых, какое-то из чисел равно 0 ($15 < 2^{10+11+1}$, $21 < 10+11+1$), во-вторых, для чисел не превосходящих 9, это невозможно.

$$a+1 = \frac{1}{2022}$$

337 307-2

Чистовик

Значит $x_{2022} = 1$. Посмотрим первые 10 чисел этой последовательности:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1

Заметим, что $x_8 = x_1$, $x_9 = x_2$, $x_{10} = x_3$, (x_{11} зависит от x_8 и x_{10}), далее числа не зависят от первой семёрки. А так как $x_8 = x_1$, $x_9 = x_2$, $x_{10} = x_3 \Rightarrow x_{11} = x_4$; $x_{12} = x_5 \dots x_{14} = x_7 \Rightarrow x_{15} = x_1$, $x_{16} = x_2$, $x_{17} = x_3$ и т.д. (защипываемся, так как если разделим последовательность на цепочки по 7 чисел, первое значения в каждой семёрке равны (и все семёрки равны)).

Пойдем, $2022 \equiv 6 \pmod{7}$, значит, $x_{2022} = x_6 = 1$.

$$x_6 = 1 \Rightarrow x_{2022} = 1.$$

Ответ: 1

Задача №5

Разложим 157605 на простые множители.

$$157605 = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 79.$$

В скобках распишем числа и упростим:

$$\begin{aligned} & (10a + b + 10b + c)(10bc + 10cd + d)(10c + d + 10d + e) = \\ & = (10a + 11b + c)(10b + 11c + d)(10c + 11d + e) \end{aligned}$$

7) Чистовик

$$\frac{a+1}{-} = \frac{1}{2622} \quad 337 \quad 377.2$$

8) Чистовик

Задача №1

Пусть вес поднятый штангистом А равен A_1 , вес поднятый штангистом Б равен B_1 , а штангистом В будет B_1 . Тогда из условия составим систему уравнений:

$$\begin{cases} A_1 + B_1 = 220 \\ A_1 + B_1 = 240 \\ B_1 + B_1 = 250 \end{cases} \quad \begin{cases} B_1 - B_1 = 20 \\ A_1 + B_1 = 240 \\ B_1 + B_1 = 250 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \text{из второго} \\ \text{уравнения} \end{array} \right)$$

(из 2-го уравнения вычитаем 1-ое)

$B_1 = 20 + B_1$ подставим в 3-е уравнение

$$B_1 + 20 + B_1 = 250 \Rightarrow 2B_1 = 230 \Rightarrow B_1 = 115 \Rightarrow$$

$$B_1 = 20 + B_1 = 20 + 115 = 135$$

$$A_1 = 240 - B_1 = 240 - 135 = 105$$

Заметим, что самое большое число — это $B_1 = 135$

↓
Победитель поднимет 135 кг.

Ответ: 135 кг.

Задача №4

Заметим, что при перемножении $x_1 \cdot x_3 \cdot x_4$ будет $|x_4| = 1, |x_5| = |x_2 \cdot x_4| = |1| \Rightarrow$ все числа в этой последовательности (тк все числа зависят от первых 3, а ~~и~~ при перемножении ~~числа~~ но модулю равно 1, их произведение по модулю будет 1).