



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Лукин Иван Алексеевич**

Класс: **8 класс**

Технический балл: **60**

Дата проведения: **12 марта 2022 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6
Оценка	15	5	5	15	20	0

Умножим 1 м.

Пусть из А - легкая вес a , ВБ - b , ВС - c . Тогда

$$\begin{array}{ll} a+b=220 & \text{Сложим все} \\ a+c=240 & 2a+2b+2c=410 \\ b+c=250 & a+b+c=355 \end{array}$$

$$\text{Важно } c = a+b+c - (a+b) = 355 - 220 = 135 \text{ м}$$

$$b = a+b+c - (a+c) = 355 - 240 = 115 \text{ кг}$$

$$a = a+b+c - (b+c) = 355 - 250 = 105 \text{ м}$$

Ответ: 135 м

12.

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{2022} = \frac{x+y}{xy}$$

$$2022x + 2022y = xy$$

$$\Leftrightarrow 2022y = x(y-2022)$$

$$y = x \frac{y-2022}{2022}, \text{ т.к. } y - \text{целое, } x - \text{целое, то}$$

$$\frac{y-2022}{2022} - \text{целое, } \frac{y}{2022} - 1 - \text{целое} \Rightarrow$$

$$\frac{y}{2022} - \text{целое, т.е. } y = 2022k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}, k \neq 0$$

целое и не равно 0

Умножил 2

→ ~~2022~~ · 4: 2022.

$$y = 2022k, \text{ ~~2022~~ } z = k \neq 0$$

$$2022k = x \left(\frac{2022k}{2022} - 1 \right)$$

$$2022k = x(k - 1)$$

$$x = \frac{2022k}{k-1}$$

$$|2022k| : |k-1|$$

$$\begin{array}{r} 2022 \overline{) 6} \\ 18 \\ \underline{22} \\ 18 \\ \underline{42} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 334 \\ \underline{2} \\ 644 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \\ 334 \\ \underline{3} \\ 1011 \end{array}$$

Т.к. k и $k-1$ - взаимнопростые, то $2022 \mid k-1$

$2022 = 2 \cdot 3 \cdot 334$, т.к. $|k-1|$ делится на 2022, то $(k-1)$ делит 2022

- $k-1=1$ $k-1=334$
- $k-1=-1$ $k-1=-334$
- $k-1=2$ $k-1=644$
- $k-1=-2$ $k-1=-644$
- $k-1=3$ $k-1=1011$
- $k-1=-3$ $k-1=-1011$
- $k-1=-6$ $k-1=2022$
- $k-1=6$ $k-1=-2022$

$k=2$	$k=338$
$k=0$	$k=-336$
$k=-1$	$k=644$
$k=3$	$k=-643$
$k=4$	$k=1012$
$k=-2$	$k=-1010$
$k=-5$	$k=2023$
$k=7$	$k=-2021$

$y = 2022k$
 $x = \frac{2022k}{k-1}$

Цикловик 3

заменит $y = 2022k$

$$2022k = x(k-1)$$

$$x = \frac{2022k}{k-1}, \text{ т.к. } x - \text{целое, то } k-1$$

возмозно простое (т.к. подпростой и простое), то

$2022/(k-1)$ делитель 2022 (т.к. $k-1$ может

быть меньше нуля, тогда оно отрицательное)

$$2022 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 339$$

$$|k-1| = 1$$

$$|k-1| = 2$$

$$|k-1| = 3$$

$$|k-1| = 6$$

$$|k-1| = 339$$

$$|k-1| = 678$$

$$|k-1| = 1011$$

$$|k-1| = 2022$$

- $k = 2$
- $k = 0$
- $k = 3$
- $k = -1$
- $k = 4$
- $k = -2$
- $k = 7$
- $k = -5$
- $k = 338$
- $k = -340$
- $k = 677$
- $k = -679$
- $k = 1010$
- $k = -1012$
- $k = 2023$
- $k = -2021$

т.к. $k \neq 0$, то ~~$k=0$~~
итого вариантов всего $k = 15$

$$y = 2022 \cdot k$$

$$x = \frac{2022k}{k-1}$$

\Rightarrow пар $(x; y)$ подпадает под условие и целых точек 15 (их значение вычисляются из формулы, а вот-во того, иные все они целые приведем выше)

Ответ: 15

Шмелевич

14

Построим цепь последовательности.

$$\begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & \dots \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x_8 & x_9 & x_{10} & x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \end{matrix}$$

заменим, что последовательность 1, 1, -1, -1, -1, 1, -1
будет повторяться каждые 4 числа

$$x_4 = x_3 \cdot x_1 = -1$$

$$x_5 = x_4 \cdot x_2 = x_3 \cdot x_1 \cdot x_2 = -1$$

$$x_6 = x_5 \cdot x_3 = x_3^2 \cdot x_1 \cdot x_2 = 1$$

$$x_7 = x_6 \cdot x_4 = x_3^2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot x_2 = x_3^2 \cdot x_1^2 \cdot x_2^2 = -1$$

$$x_8 = x_7 \cdot x_5 = x_3^3 \cdot x_1^2 \cdot x_2^2 \cdot x_1 \cdot x_2 = x_3^3 \cdot x_1^3 \cdot x_2^3 = 1$$

$$x_9 = x_8 \cdot x_6 = x_3^4 \cdot x_1^3 \cdot x_2^3 \cdot x_1^2 \cdot x_2^2 = x_3^4 \cdot x_1^5 \cdot x_2^5 = 1$$

Значит числа зависят от степени x_3 , если она
нечетная, то -1, если четная, то 1

$$2022 = 4 \cdot 288 + 6 \Rightarrow 288 \text{ полных последовательностей по 4}$$

$$\begin{matrix} x_{2016} & x_{2017} & x_{2018} & x_{2019} & x_{2020} & x_{2021} & x_{2022} \\ -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{matrix}$$

Ответ: 1

Имеем 5 25

$$a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1, d \geq 1, e \geq 0$$

Т.ч. число перемешивается с 0

$$(\overline{ab} + \overline{bc})(\overline{bc} + \overline{cd})(\overline{cd} + \overline{de}) = 157605$$

$$(10a + b + 10bc)(10bc + 10c + d)(10c + d + 10d + e) = 157605$$

$$(10a + 11b + c)(10bc + 11c + d)(10c + 11d + e) = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 49$$

Оценим количество способов с учетом того,

что $1 \leq a, b, c, d \leq 9, 0 \leq e \leq 9$.

$$22 \leq 10a + 11b + c \leq 198$$

$$22 \leq 10bc + 11c + d \leq 198$$

$$21 \leq 10c + 11d + e \leq 198$$

Если 49 факторизовать по 3, то получим число $\neq 198$,
средний множитель из слов $= 49$

Если $3 \cdot 5$, то $15 \leq 21 \Rightarrow$ есть 2 варианта для
знаменитой стороны (без учета порядка)

$$I \quad 49, 95, 21$$

$$II \quad 49, 95, 21$$

Числом δ
 [Кроме $\delta = 2$. Т.к только одна сторона может быть
 равна 21, то это значит, что $10c + cd + e = 21$,

$$c = 1, d = 1, e = 0 \text{ (т.к по условию величинам)} \\
 \text{независим значения } c \text{ и } d \text{ во втором уравнении}$$

$$10b + 11 = 1 = \frac{95}{49}$$

$$10b + 12 = \frac{95}{49}$$

$$10b = \frac{83}{64}$$

$$\frac{83}{64} = \frac{8,3}{6,4}, \text{ что невозможно, т.к в условии}$$

I. Пусть $10b + 11c + d = 35$, тогда

$$1) b = 2, c = 1, d = 4 \Rightarrow 10a + 23 = \frac{33}{59} \Rightarrow 10a = \frac{56}{34} \quad \emptyset$$

$$2) b = 1, c = 2, d = 3 \Rightarrow 10a + 13 = \frac{49}{59} \Rightarrow 10a = \frac{66}{49} \quad \emptyset$$

Пусть $10c + 11d + e = 35$, тогда

$$1) c = 2, d = 1, e = 4 \Rightarrow 10b + 23 = \frac{49}{59} \Rightarrow 10b = \frac{56}{34} \quad \emptyset$$

$$2) c = 1, d = 2, e = 3 \Rightarrow 10b + 13 = \frac{49}{59} \Rightarrow 10b = \frac{66}{49} \quad \emptyset$$

\emptyset
 Ответом является $10a + 11b + c = \frac{4}{9} 35$

Умножим 4

$$10a + 11b + c = 55, \text{ тогда } \begin{cases} 1) a = 2, b = 1, c = 4 \\ 2) a = 1, b = 2, c = 3 \end{cases}$$

$$1) 10b + 11c + d = 49; 10c + 11d + e = 55$$

$$1.1) b = 1, c = 4, a = 2$$

$$d = 49 - 54 = -5 < 0$$

∅

$$1.2) b = 2, c = 3, a = 1$$

$$d = 49 - 53 = -4 < 0$$

∅

$$2) 10b + 11c + d = 54; 10c + 11d + e = 49$$

$$2.1) b = 1, c = 4, a = 2 \quad \overline{abcde} = 21436$$

$$d = 54 - 54 = 0$$

$$e = 49 - 40 - 33 = -6$$

$$2.2) b = 2, c = 3, a = 1$$

$$\overline{abcde} = 12345$$

$$d = 54 - 20 - 33 = 1$$

$$e = 49 - 30 - 44 = -5$$

Ответ: 21436 или 12345.

Уравнения
 $(10a + 11b + c)(10b + 11c + d)(10c + 11d + e) = 157605$

- 1) $49, 35, 57$
 $49, 95, 21 \quad \emptyset$

$10c + 11d + e = 21$

$c \geq 1$
 $d \geq 1$
 $e \geq 0$
 To $10c + 11d + e \geq 21 \Rightarrow$

$d = 1$
 $c = 1$
 $e = 0$

a) $10b + 11 + 1 = 95$
 sum
 49

$49, 35, 57$

$10b + 12 = 99$
 sum
 49

~~Решения (1) = 10, 11~~

$10a + 11b + c = 19$
 $10b + 11c + d = 35$
 $10c + 11d + e = 57$

$10b = 83$
 sum
 $64 \quad \emptyset$

$10b + 11c + d = 35$
 $b, c, d = 1, 1, 0 \quad \emptyset$
 $b = 2, c = 1, d = 1, 10, 32$
 ~~$b = 1, c = 2, d = 1$~~

- $\emptyset \quad a = 5, 6$
 $\emptyset \quad a = 6, 6$

$b = 2, c = 1, d = 4$
 $b = 1, c = 2, d = 3$

$10a + 11b + c = 19$
 $10b + 11c + d = 35$
 $10c + 11d + e = 57$

Задача 4

... $a=2, b=1, c=4$

10 a

Задача 2

Т.к. ~~тогда можно попробовать (взглянув на 21)~~

1) 10
1)

То вперемешку

$$\begin{cases} 10a + 11b + c = 35 \\ 10b + 11c + d = 49 \\ 10c + 11d + e = 54 \end{cases}$$

~~тогда же~~

логично

~~тогда~~ ~~тогда же~~

$$\boxed{a=2, b=1, c=4}$$

$$\begin{cases} 10a + 11b + c = 35 \\ 10b + 11c + d = 49 \\ 10c + 11d + e = 54 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1, b=2, c=3 \end{cases}$$

2) 1

$$\begin{cases} 10b + 11c + d = 49 \\ 10c + 11d + e = 54 \end{cases}$$

$$40 + 33e = 49$$

$$43e = 9$$

$$\boxed{e=6}$$

$$10 + 44 - d = 54 \Rightarrow \boxed{d=3}$$

$$1 \mid \underline{21436} \checkmark$$

20 55 49

$$a=1, b=2, c=3$$

$$30 + 44 + e = 49$$

$$e=5$$

$$20 + 33 + d = 54$$

$$d=4$$

$$\boxed{212345} \checkmark$$

$$12 + 23 = 35$$

$$22 + 34 = 54$$

$$34 + 45 = 49$$

10 a +

$$10a + 11b + c = 35$$

$$10b + 11c + d = 49$$

$$10c + 11d + e = 55$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c=2, d=1, e=4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c=1, d=2, e=3 \end{cases}$$

У... .. 2

~~У... .. 21~~

Черновик 3

$$(\overline{ab + bc}) (\overline{bc + cd}) (\overline{cd + de}) = 157605$$

$$(\overbrace{10a+ab+10b+bc}^{\text{10}}) (\overbrace{10b+bc+10c+cd}^{\text{10}}) (\overbrace{10c+cd+10d+de}^{\text{10}}) =$$

$$= 157605$$

22

$$\leq \leq 10^8 \leq \leq 10^8 \leq \leq 10^8$$

$$(10a+11b+c) (10b+11c+d) (10c+11d+e) = 457605$$

$$\begin{array}{r} 157605 \\ -15 \\ \hline 4 \\ -5 \\ \hline 26 \\ -25 \\ \hline 10 \\ -5 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 157605 \\ \hline 31521 \end{array}$$

$$157605 = 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 19 \cdot 19$$

$$\begin{array}{r} 31521 \\ -3 \\ \hline 15 \\ -15 \\ \hline 24 \end{array} \quad \begin{array}{r} 31521 \\ \hline 10504 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10504 \\ \times 3 \\ \hline 31512 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10504 \\ -4 \\ \hline 35 \\ -35 \\ \hline 04 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10504 \\ \hline 1501 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 5 \\ \hline 95 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ \times 3 \\ \hline 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1501 \\ -14 \\ \hline 141 \end{array}$$

$$5 \quad 3 \quad 4 \quad 19$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 4 \\ \hline 76 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1501 \\ -141 \\ \hline 133 \\ -141 \\ \hline 141 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1501 \\ \hline 149 \end{array}$$

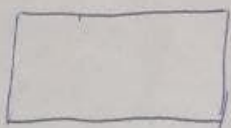
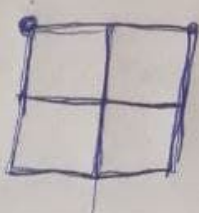
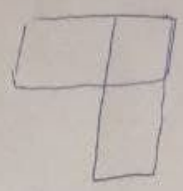
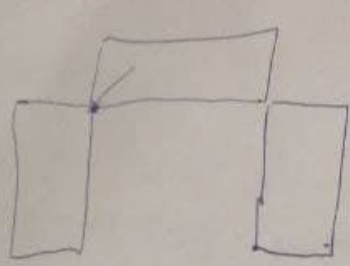
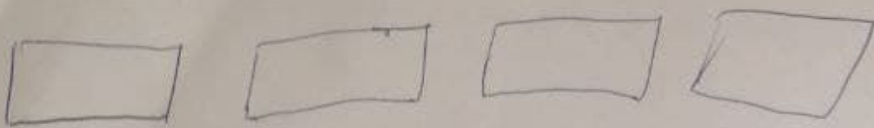
$$b=1$$

$$d=1$$

$$c=1$$

$$j=1$$

Черновик



x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}
1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1

x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	t
1	-1	1	1	

65
 288
 4

 2016

288 * 404

2027 | 4
 -14 | 288

 62
 -26

 62
 -46

 6

+ 6 единиц → 2022

1 1 -1 -1 -1 -1 -1
 6
 ① -1

Черновик 5

$$\begin{cases} a+b = 220 \\ a+c = 240 \\ b+c = 250 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 220 \\ + 240 \\ + 250 \\ \hline 710 \end{array}$$

$$\begin{cases} 2a+2b+2c = 710 \Rightarrow \boxed{a+b+c = 355} \\ c = a+b+c - (a+b) = 355 - 220 = 135 \end{cases}$$

$$b = a+b+c - (a+c) = 355 - 240 = 115$$

$$a = a+b+c - (b+c) = 355 - 250 = 105$$

Ответ: 135 кг.

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{2022} = \frac{y+x}{xy}$$

$$2022 = \frac{xy}{x+y}$$

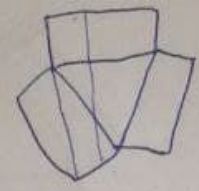
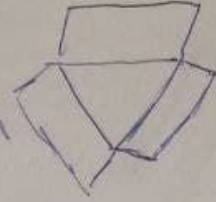
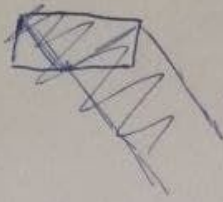
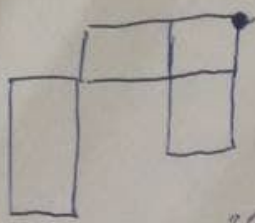
$$2022x + 2022y = xy$$

$$2022y = x(y-2022)$$

$$y = x \frac{y-2022}{2022} \Rightarrow y = x \left(\frac{y}{2022} - 1 \right)$$

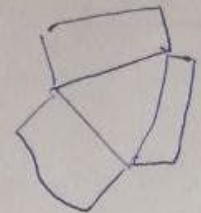
Т.к. y - целое, x - целое, то $\frac{y-2022}{2022}$ - целое

Чертежи 0

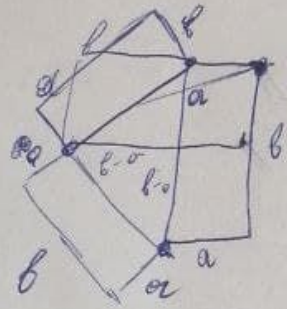
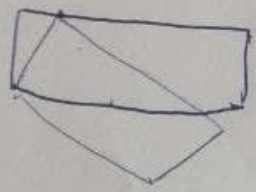


$$\begin{array}{r}
 8 \\
 49 \\
 \times 19 \\
 \hline
 151 \\
 152 \\
 \hline
 1501
 \end{array}$$

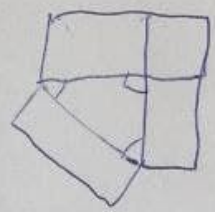
$5 \cdot 3 \cdot 4 = 60$
 $5 \cdot 3 \cdot 4 = 60$



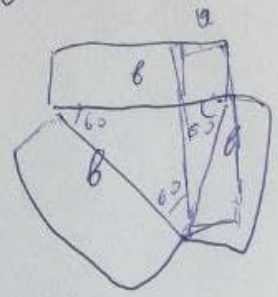
$$\begin{array}{r}
 1501 \\
 \times 105 \\
 \hline
 7505 \\
 15010 \\
 \hline
 157605
 \end{array}$$



$$\begin{cases}
 (b-a)^2 + (b-a)^2 = b^2 \\
 a^2 + (b-a)^2 = b^2
 \end{cases}$$



$$\begin{cases}
 b^2 - 2ab + a^2 + b^2 - 2ab + a^2 = b^2 \\
 2a^2 + b^2 - 2ab + a^2 = b^2
 \end{cases}$$



$$\begin{cases}
 a^2 = 2ab \\
 b^2 - 4ab - 2a^2 = 0 \\
 a = b
 \end{cases}$$