МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Малышева Полина Михайловна**

Класс: **11 класс**

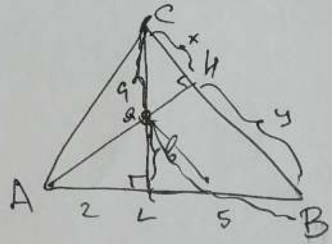
Технический балл: **80**

Дата проведения: **13 марта 2022 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6	7
Оценка	15	10	15	10	15	0	15

Черновик 3



$\boxed{b(a+b) = A - ?}$

$$\boxed{\begin{aligned} y(x+y) &= 35 \\ x(x+y) &= a(a+b) \end{aligned}}$$

$\cancel{x(x+y)+A} =$

$\cancel{\frac{35x}{y} = a(a+b)}$

$\cancel{\frac{35x}{y} = \frac{aA}{b}}$

$\cancel{A = \frac{35xb}{ya}}$

$A = 35 \cdot \frac{2}{\sqrt{b^2+4}} \cdot \frac{b}{y} \quad \frac{\sqrt{b^2+4}}{7}$

$A = 10$

$\sqrt{10}$

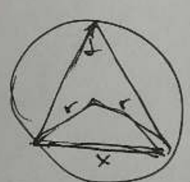
$\cancel{\frac{x}{a+b}} = \frac{a}{x+y}$

$\cancel{BL}\ \frac{5}{ay} = \frac{x+y}{\cancel{4}}$

$\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{b} = \frac{a}{\sqrt{b^2+4}}$

$$\boxed{\frac{x}{a} = \frac{2}{\sqrt{b^2+4}}}$$

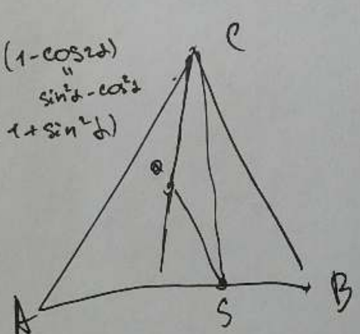
$$\boxed{\frac{b}{y} = \frac{\sqrt{b^2+4}}{7}}$$



$x^2 = 2r^2(1-\cos 2\alpha)$

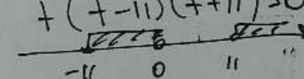
$\sin^2\alpha - \cos^2\alpha$

$x^2 = 2r^2(1+\sin^2\alpha)$



$t^3 - 121t > 0$

$t(t-11)(t+11) > 0$



$2^t - 32 > 0$

$2^t > 2^5$

$\boxed{t > 5}$

$\sin t - \frac{\sqrt{3}}{2} > 0$

$\sin t > \frac{\sqrt{3}}{2}$

$t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k;\ \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right)$

$< \frac{5}{6} - \frac{1}{6}$

$< \frac{2}{3}$

$\frac{\pi}{3} + 2\pi k > 5$

$\frac{1}{3} + 2k > \frac{5}{\pi}$

$2k > \frac{5}{\pi} - \frac{1}{3}$

$k > \frac{5}{2\pi} - \frac{1}{6}$

$k \geq 1$

$\frac{2\pi}{3} + 2\pi k >$

$\frac{1}{3} + k >$

$k > \frac{5}{2\pi}$

$\frac{5}{2} -$

1) $t > 11$

2) $t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k;\ \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right)$

$k \geq$ 1

3)

-3

$k < -3$

$\frac{2\pi}{3} - 6\pi$

$\frac{2\pi}{3} - 4\pi$

$-6 \cdot 3$

$< -4 \cdot 3$

< -12

$t < 2$

< -10

$-2 \quad -1$

$0 < \frac{\pi}{3} + 2\pi k$

$0 < \frac{1}{3} + 2k$

$-\frac{1}{6} < k$

$-4\pi < -12$

$\frac{\pi}{3} - 4\pi \ ? -11$

$\frac{\pi}{3} < \frac{3.5}{3}$

$\frac{\pi}{3} - 4\pi < 1 + \frac{1}{6} - 12$

$-\frac{12}{3} + \frac{1}{3}$

$-\frac{11}{3}$

$\frac{2\pi}{3} - 4\pi$

$\frac{\pi}{3} - 4\pi;\ \frac{2\pi}{3} - 4\pi$

$-\frac{10}{3}\pi \geq -11$

$11 > \frac{10}{3}\pi$

$\frac{\pi}{3} - 2\pi;\ \frac{2\pi}{3} - 2\pi$

$\pi(-4 + \frac{1}{3})$

$\pi \geq 3$

$3.1 \leq \pi \leq 3.2$

$-\frac{11}{3}\pi \leq -11$

$-4 \cdot 3.2 < -4\pi < -4 \cdot 3.1$

$\pi < \frac{32}{10}$

$\frac{10}{3}\pi < \frac{10}{3} \cdot \frac{32}{10} = \frac{32}{3} < 11$

$-\frac{10}{3}$

$-\frac{11}{3} \cdot \frac{7}{2}$

$3 \cdot \frac{7}{2}$

$-\frac{35}{3}$

$\pi < 3.5$

$-\frac{11}{3} \cdot 3.5$

$\frac{2\pi}{3} + 2\pi k < 5$

$\frac{1}{3} + k < \frac{2\pi}{5}$

$k < \frac{2\pi}{5} - \frac{1}{3}$

$< \frac{7}{5} - \frac{1}{3}$

$\frac{21-5}{15}$

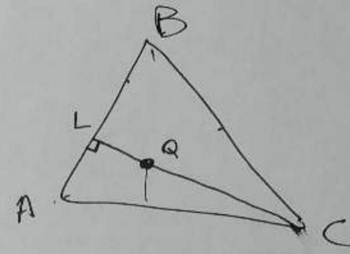
$\frac{\pi}{3} + 2\pi k > 11$

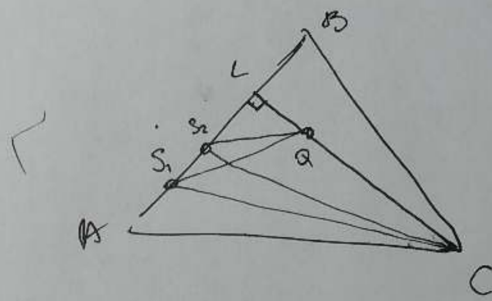
$\frac{1}{6} + k > \frac{11}{2\pi}$

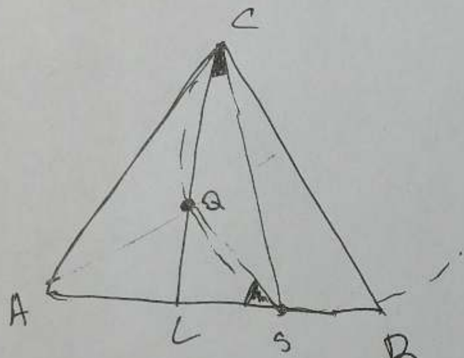
$k > \frac{11}{2\pi} - \frac{1}{6}$

$\frac{11}{7}$

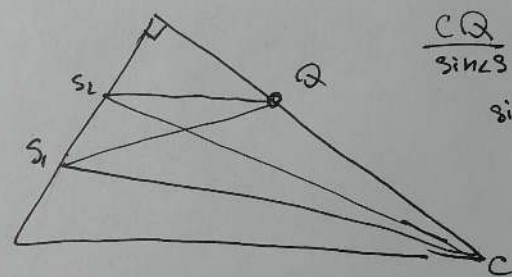
Черновик 2





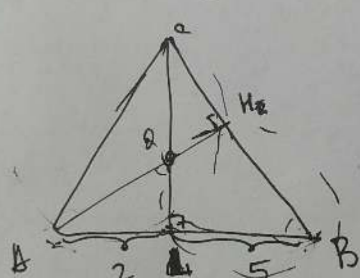


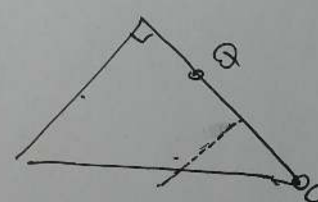
$LQ \cdot CL = LS^2$



$\frac{CQ}{\sin\angle S} = 2R$

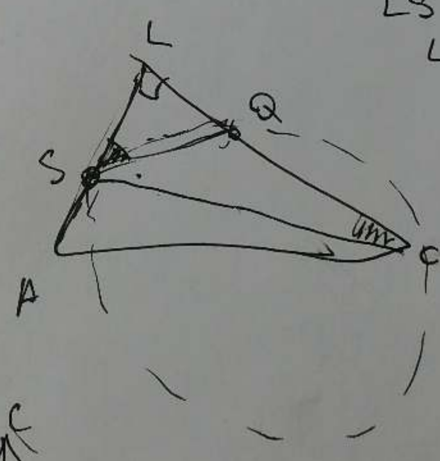
$\sin\angle S = \frac{CQ}{2R}$





$\frac{LQ}{LS} = \frac{LS}{LC}$

$LQ \cdot LC = LS^2$



$BL \cdot AB = \cancel{\frac{AH_1}{AH_2}} = \frac{AQ}{AB}$

$= BH$

$\frac{QL}{BH} = \frac{AQ}{AB} = \frac{AL}{AH}$

$CQ \cdot CL = CH \cdot BC$

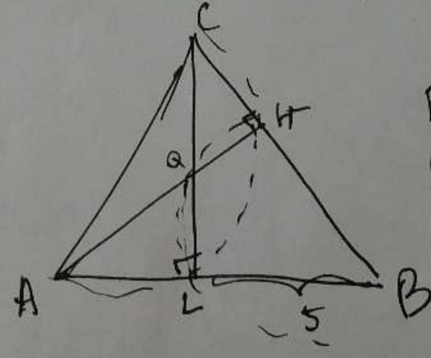
$BH \cdot BC = 35$

$BH(BH + CH) = 35$

$CH(BH + CH) = X$

$BH^2 + BHCH + CH^2 + BHCH$

$BC^2 = 35 + X$



$BL \cdot AB = BH \cdot BC$

$CH \cdot BC = CQ \cdot CL$

$\frac{\pi}{3} + 2\pi \quad \frac{2\pi}{3} + 2\pi$

$8 \quad \frac{8}{3}$

Черновик 9

19 23 46 : 23
38 46
57 69 46
76 92
95

$\frac{38}{19}$ 47 $\frac{38}{19}{57}$

$69 + 23 = 92$

2021 | 14
−20 | 505 ост 2

2022 $469^{576}_{238\times}$

2022
f f f ~~f~~ ~~f~~ f(2022

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{36} + \frac{7}{144}$$

$$f(2022)^9 = \frac{1}{1-2022^9}$$

$$f(2022) = \frac{1}{\sqrt[9]{1-2022^9}}$$

$4+2\sqrt{3}$

$$f(f(2022)) = \frac{1}{\sqrt[9]{1-\frac{1}{1-2022^9}}} =$$

$4+2\sqrt{3} =$
$= 3+2\cdot1\cdot\sqrt{3}+1$
$(\sqrt{3}+1)^2 =$
$= 3+1+2\sqrt{3}$

$$= \frac{1}{\sqrt[9]{\frac{1-2022^9-1}{1-2022^9}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt[9]{-2022^9}}{\sqrt[9]{1-2022^9}}} = \frac{\sqrt[9]{1-2022^9}}{-2022}$$

$$f(f(f(2022))) = 2022$$

$$\frac{1-2022^9}{-2022^9} = -\frac{1}{2022^9}+1$$

$$1-\frac{1}{2022^9}$$

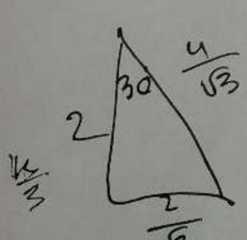
$$1 - \frac{3}{(1\cdot2)^2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{5}{(2\cdot3)^2} = \frac{1}{4}\left(1-\frac{5}{9}\right) = \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{\sqrt[9]{1-1+\frac{1}{2022^9}}} = \frac{1}{\sqrt[9]{\frac{1}{2022^9}}} = \frac{1}{\frac{1}{2022}} = 2022$$

$$\frac{2k-1}{((k-1)k)^2}$$

$77 = 2k-1$ $k = \frac{78}{2} = 39$



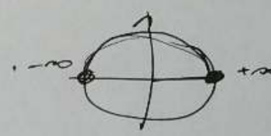
$\frac{4}{3}$ $\frac{16}{3}$

$\frac{4}{3}$

$$\frac{1}{(k-1)^2} - \frac{2k-1}{(k-1)^2k^2} = \frac{1}{(k-1)^2}\left(1-\frac{2k-1}{k^2}\right) = \frac{k^2-2k+1}{k^2} = \frac{(k-1)^2}{k^2}$$

Черновик 4

$ctg\, x =$



$ctg = \frac{cos}{sin} = \frac{1}{c}$

$$a y^3 + (2a^2 - a - 2) y^2 + (2 - 4a - 2a^2) y + 4a = 0$$

$$\cancel{y_1 y_2 y_3} = -4$$

$$y^3 + \left(2a - 1 - \frac{2}{a}\right) y^2 + \left(\frac{2}{a} - 4 - 2a\right) y + 4 = 0$$

$\cancel{y + 2y}$ $k<n$

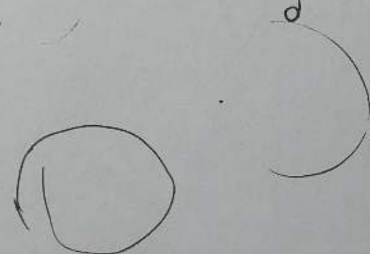
y $y+k$ $y+n$

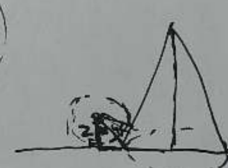
$$y_1 + y_2 + y_3 = 1 + \frac{2}{a} - 2a$$

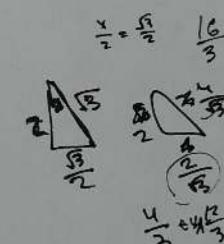
$$y_1 \cdot y_2 \cdot y_3 = -4$$

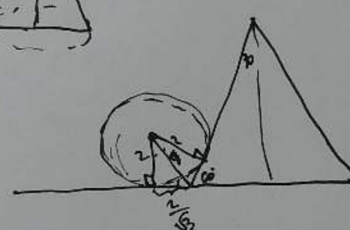
$$3y + k + n =$$

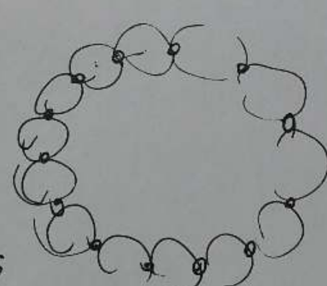
$$y^2 + ky + y^2 + ny + y^2 + ky + ny + kn =$$



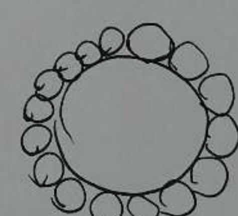


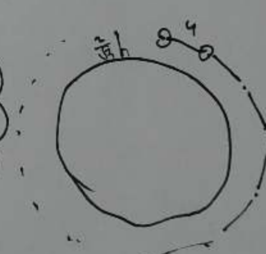




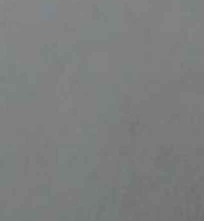


$\frac{AH}{DH} = tg\, 30°$





AH



Задача №1

$4+2\sqrt{3} = 3+2\sqrt{3}+1 = (\sqrt{3}+1)^2$

$$A = \frac{\sqrt[6]{4+2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}-1}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[6]{(\sqrt{3}+1)^2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}-1}}{\sqrt[3]{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt[3]{\sqrt{3}+1}\ \sqrt[3]{\sqrt{3}-1}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = 1$$

$$B = \frac{3}{(1\cdot 2)^2} + \frac{5}{(2\cdot 3)^2} + \ldots + \frac{77}{(38\cdot 39)^2} + \frac{79}{(39\cdot 40)^2}$$

каждое слагаемое из которых состоит B можно записать в виде $\frac{2k-1}{((k-1)k)^2}$

Рассмотрим разность: $\frac{1}{(k-1)^2} - \frac{2k-1}{(k-1)^2k^2} =$

$$= \frac{1}{(k-1)^2}\left(1 - \frac{2k-1}{k^2}\right) = \frac{1}{(k-1)^2}\left(\frac{k^2-2k+1}{k^2}\right) =$$

$$= \frac{1}{(k-1)^2} \cdot \frac{(k-1)^2}{k^2} = \frac{1}{k^2}$$

Тогда:

$$1-B = \underbrace{1 - \frac{3}{(1\cdot 2)^2}} - \ldots = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{(2\cdot 3)^2} - \ldots =$$

$$= \frac{1}{3^2} - \ldots = \ldots = \frac{1}{39^2} - \frac{79}{(39\cdot 40)^2} = \frac{1}{40^2} = \frac{1}{1600}$$

$1-B = \frac{1}{1600} \Rightarrow B = \frac{1599}{1600}$ $\quad 1 > \frac{1599}{1600}$

$A = 1$

Ответ: A

чистовик 1

Задача №2

Все двузначные числа делящиеся на 19 или на 23:

⋮19	⋮23
19	23
38	46
57	69
76	92
95	

Загаданное число:

$4\underbrace{6957}\underbrace{695}$

Загадочное число начинается с 4, далее идёт 6, т.к. только 46 из всех двузн., начинающихся с 4 ⋮ 19 или ⋮ 23. Далее по аналогии 9 (69 ⋮ 23), далее либо 5 либо 2 (95 ⋮ 19; 92 ⋮ 23). Предположим, что далее идёт 2, тогда след. цифра – 3, далее 8, но двузн. числа, которое начинается с 8 и ⋮ 19 или ⋮ 23 нет. Противоречие. ⇒ После 9 идёт 5.
После 5 идёт 7, после 7 идёт 6.
Итак все последующие числа опр. однозначно.
Образуется цикл 6957, который повторяется.
2022 : 4 = 505 (ост. 2)
⇒ Первая цифра – 4, потом 505 повторений $\underbrace{6957}$ и остаётся последняя цифра – 6 (т.к. только 76 ⋮ 19 из 70, 71 – 79)

Ответ: 6

Чистовик 2

Задача №3

$$f(2022) = \frac{1}{\sqrt[9]{1-2022^9}}$$

$$f^9(2022) = \frac{1}{1-2022^9}$$

$$f(f(2022)) = \frac{1}{\sqrt[9]{1-\frac{1}{1-2022^9}}} = \frac{1}{\sqrt[9]{\frac{1-2022^9-1}{1-2022^9}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt[9]{\frac{-2022^9}{1-2022^9}}} = \frac{\sqrt[9]{1-2022^9}}{-2022}$$

$$f(f(f(2022))) = \frac{1}{\sqrt[9]{1-\frac{1-2022^9}{-2022^9}}} = \frac{1}{\sqrt[9]{\frac{-2022^9-1+2022^9}{-2022^9}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt[9]{\frac{1}{2022^9}}} = \frac{1}{\frac{1}{2022}} = 2022$$

$$\Rightarrow \quad f(f(f(2022))) = 2022$$

$$\begin{array}{l|l} 1305 & 3 \\ \underline{-12} & 435 \\ 10 & \\ \underline{-9} & \\ 15 & \end{array} \qquad 1305 \vdots 3$$

$$\Rightarrow \quad \underbrace{f(f(f(\ldots f}_{1305}(2022\ldots)) = 2022$$

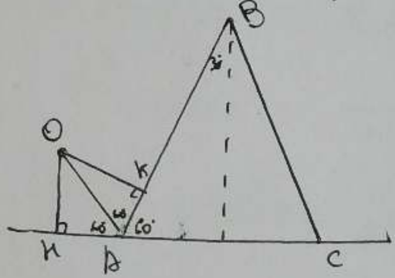
Ответ: 2022

Чистовик 3

Задача №4

Посмотрим в плоскости осевого сеч. конуса где лежит один из центров шаров

(осев. сеч. ABC, центр шара - O)



Пусть шар касается AB в точке K, AC в точке H

$OH = OK = 2$

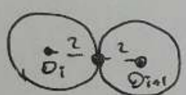
$\triangle ABC$ - равн. $\angle ABC = 60° \Rightarrow \angle BAC = \angle BCA = 60°$

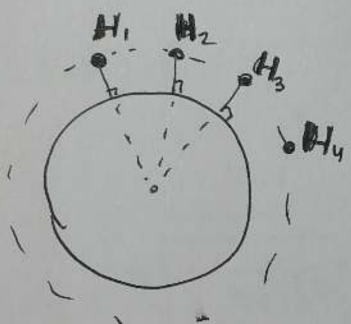
$\triangle OHA = \triangle OKA$ (OA - общ; $OH = OK$, $\triangle$ - прямоуг.)

$\Rightarrow \angle HAO = \angle OAK = \frac{180 - \angle BAC}{2} = 60°$

$AH = ctg\,60° \cdot OH = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 2 = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Посмотрим в плоскости основания конуса:



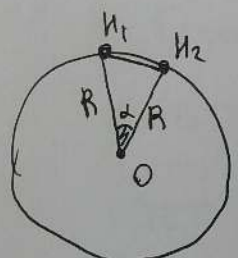


~~где~~ ка

$H_1; H_2 \ldots H_{17}$ - точки касания

все H_i лежат на одной окр, радиус которой на $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ больше радиуса осн. конуса

$H_iH_{i+1} = 4$ (т.к. если эту пл. поднять на 2 вверх, мы попадём в точки $O_1; O_2 \ldots O_{17}$, которые лежат над точками $H_1; H_2 \ldots H_{17}$)



$\alpha = \frac{2\pi}{17}$

По теор. cos ($\triangle OH_1H_2$):

$H_1H_2^2 = 16 = 2R^2 - 2R^2\cos\alpha = 2R^2(1-\cos\alpha)$

$$R^2 = \frac{8}{1-\cos\alpha}$$

$$R = \sqrt{\frac{8}{1-\cos\alpha}} = \sqrt{\frac{8}{1-\cos\frac{2\pi}{17}}}$$

$$r = R - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \sqrt{\frac{8}{1-\cos\frac{2\pi}{17}}} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Ответ: $\sqrt{\frac{8}{1-\cos\frac{2\pi}{17}}} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Чистовик 4

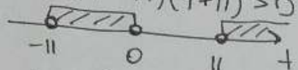
Задача N 5

Посмотрим при каких t $a, b, c > 0$

1) $a > 0$

$t^3 - 121t > 0$

$t(t-11)(t+11) > 0$



$t \in (-11; 0) \cup (11; +\infty)$

2) $b > 0$

$2^t - 32 > 0$

$2^t > 2^5$

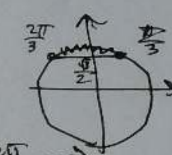
$t > 5$

$t \in (5; +\infty)$

3) $c > 0$

$\sin t - \frac{\sqrt{3}}{2} > 0$

$\sin t > \frac{\sqrt{3}}{2}$



$t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right)$

$k \in \mathbb{Z}$

если среднее из 3-х чисел положительно, то и наиб. тоже положительно.

если 2 из 3 чисел положительны, то среднее обязательно положительно.

Есть 3 варианта:

1) $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} t \in (-11; 0) \cup (11; +\infty) \\ t \in (5; +\infty) \end{cases}$ $t \in (11; +\infty)$

2) $\begin{cases} a > 0 \\ c > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} t \in (-11; 0) \cup (11; +\infty) \\ t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right) \end{cases}$ т.к. $t > 11$ уже и так подходит, то рассмотрим:

$\begin{cases} t \in (-11; 0) \\ t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right) \end{cases}$

1) при $k \le -3$

$\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \le \frac{2\pi}{3} - 6\pi < -18 + \frac{8}{3} < -11 \Rightarrow$ не подходит

2) при $k \ge 0$ $\frac{\pi}{3} + 2\pi k \ge \frac{\pi}{3} > 0 \Rightarrow$ не подходит

при $k = -1$

$t \in \left(\frac{\pi}{3} - 2\pi; \frac{2\pi}{3} - 2\pi\right)$ $-11 < \frac{\pi}{3} - 2\pi$; $\frac{2\pi}{3} - 2\pi < 0$

при $k = -2$

$t \in \left(\frac{\pi}{3} - 4\pi; \frac{2\pi}{3} - 4\pi\right)$ $\frac{2\pi}{3} - 4\pi < 0$; $\frac{\pi}{3} - 4\pi = -\frac{11}{3}\pi$ $\pi > 3$

$\Rightarrow -\frac{11}{3}\pi < -11$

$\frac{2\pi}{3} - 4\pi = -\frac{10}{3}\pi$ $\pi < 3{,}2$

$\Rightarrow -\frac{10}{3}\pi > -\frac{10}{3} \cdot \frac{32}{10} = -\frac{32}{3} > -11$

$\Rightarrow t \in \left(-11; \frac{2\pi}{3} - 4\pi\right) \cup$ т.е. $\frac{\pi}{3} - 4\pi < -11$, $\frac{2\pi}{3} - 4\pi > -11$

$\cup \left(\frac{\pi}{3} - 2\pi; \frac{2\pi}{3} - 2\pi\right)$

3) $\begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} t \in (5; +\infty) \\ t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right) \end{cases}$ т.к. $t > 11$ уже и так подходит, то рассмотрим:

$\begin{cases} t \in (5; 11] \\ t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right) \end{cases}$

При $k \ge 2$

$\frac{\pi}{3} + 2\pi k \ge \frac{\pi}{3} + 4\pi > 12$

не подходит

При $k \le 0$

$\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \le \frac{2\pi}{3} < 5$

не подходит

при $k = 1$

$t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi; \frac{2\pi}{3} + 2\pi\right)$ $2\pi + \frac{\pi}{3} > 5$; $\frac{2\pi}{3} + 2\pi < 11$

$\Rightarrow t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi; \frac{2\pi}{3} + 2\pi\right)$

$\boxed{\left(-11; \frac{2\pi}{3} - 4\pi\right) \cup}$

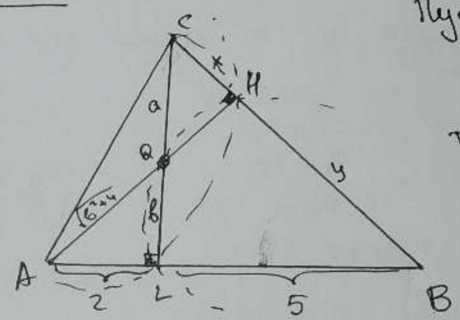
Ответ: $t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right)$ где $k = -1; 1$ $\cup$ $(11; +\infty)$

Чистовик 5

Задача № 7

Дано:
CL - выс в $\triangle ABC$
Q - точка перес. высот
$S \in AB$
$\angle CSQ$ - max
$AL=2$
$LB=5$

LS - ?



Пусть AH - высота.
$CH=x \quad BH=y$
$CQ=a \quad QL=b$
тогда по теор. Пифагора:
$AQ=\sqrt{b^2+4}$

Пусть:
$LQ \cdot LC = b(a+b) = A$

$\angle BHQ + \angle BLQ = 180^\circ \Rightarrow BHQL$ - вписс
степень точки C отн. этой окр. равна:
с одной ст: $CQ \cdot CL = a(a+b)$
с другой: $CH \cdot BC = x(x+y)$ $\quad \Rightarrow a(a+b)=x(x+y)$

$\angle AHC = \angle ALC = 90^\circ \Rightarrow ALHC$ - вписс
степень точки B отн. этой окр. равна:
с одной ст: $BL \cdot AB = 5 \cdot 7 = 35$
с другой: $BH \cdot BC = y(x+y)$ $\quad \Rightarrow y(x+y)=35$

Итак:

$$\begin{cases} b(a+b)=A \\ y(x+y)=35 \\ x(x+y)=a(a+b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+b)=\frac{A}{b} \\ (x+y)=\frac{35}{y} \\ \frac{35x}{y}=\frac{aA}{b} \end{cases}$$

$\triangle ALQ \sim \triangle AHB$ (т.к. $\angle A$ - общ; $\angle ALQ = \angle AHB = 90^\circ$)

$\Rightarrow \frac{QL}{BH} = \frac{AQ}{AB}$ т.е. $\frac{b}{y} = \frac{\sqrt{b^2+4}}{7}$

$\triangle ALQ \sim \triangle CHQ$ (т.к. $\angle AQL = \angle CQH$ как верт. и $\angle ALQ = \angle CHQ = 90^\circ$)

$\Rightarrow \frac{CH}{AL} = \frac{CQ}{AQ}$ т.е. $\frac{x}{2} = \frac{a}{\sqrt{b^2+4}}$ $\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{2}{\sqrt{b^2+4}}$

$\Rightarrow A = 35 \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{b}{y} =$

$= 35 \cdot \frac{2}{\sqrt{b^2+4}} \cdot \frac{\sqrt{b^2+4}}{7} = \frac{35 \cdot 2}{7} = 10$

$\angle CSQ < 90^\circ \Rightarrow$ если $\angle CSQ$ - max, то $\sin\angle CSQ$ - max

По теор. sin в $\triangle CSQ$:

$\frac{CQ}{\sin\angle CSQ} = 2R$ $\qquad$ R - радиус опис. окр. $\triangle CSQ$

$\sin\angle CSQ = \frac{CQ}{2R}$

$\Rightarrow$ чем меньше R, тем больше $\angle CSQ$

минимальный радиус достигается, когда AB касается этой окр (в точке S

Тогда степень точки L отн. опис. окр. $\triangle CSQ$ равна:
с одной стороны: LS^2
с другой: $LQ \cdot LC = A$ $\quad \Rightarrow LS^2 = A = 10$
$LS = \sqrt{10}$

$\sqrt{10} < LB (=5)$
$\Rightarrow$ такая точка S обязательно найдётся

Ответ: $\sqrt{10}$

Чистовик 6

Председателю апелляционной комиссии
олимпиады школьников «Ломоносов»
Ректору МГУ имени М.В. Ломоносова
академику В.А. Садовничему

ученицы 11 класса ГБОУ Школы 2086
по адресу Университетский пр. 7
Малышевой Полины Михайловны

апелляция.

Прошу пересмотреть выставленные технические баллы 80 за мою работу заключительного этапа по математике, поскольку считаю, что возможно эти баллы не верны, и рассчитываю на 85 баллов. Из-за того, что я не имею критериев и не знаю, как распределяются баллы по задачам, я не понимаю, где именно я потеряла баллы. Единственное, что я знаю, что ошиблась во второй задаче, но не думаю, что эта ошибка стоит 10 баллов.

Дата 27.03.2022 *(подпись)*