



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Монастырский Максим Алексеевич**

Класс: **8 класс**

Технический балл: **60**

Дата проведения: **12 марта 2022 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6
Оценка	15	10	0	15	0	20

1. Умножение

N^o 1

$$\begin{aligned} A - x \text{ кЛ} \\ B - y \text{ кЛ} \\ B - z \text{ кЛ} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 490 \\ + 220 \\ \hline 710 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y = 220 \\ y + z = 250 \\ x + z = 240 \end{cases}$$

$$x + y + z = 355$$

$$\begin{cases} z = 135 \\ y = 115 \\ x = 105 \end{cases}$$

Ответ: 135 кЛ

N^o 2

$$2022 = \frac{xy}{x+y}$$

$$xy - 2022x - 2022y = 0$$

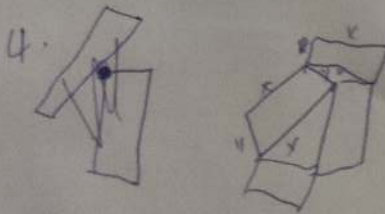
$$(x - 2022)(y - 2022) = 2022^2$$

$$2022^2 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 337^2$$

$$(3^3) = 27$$

Ответ: 27

N^o 3



2. Терновик.

N^2_1

$$x_n = x_{n-1} \cdot x_{n-3}$$

1 1 -1 -1 -1 1 +1 1 1 -1

~~10~~
~~2022~~
7
2022 | 4
14 286
62
92
- 1

$$10a + 11b + c$$

$$10b + 11c$$

137

N^0_5

~~115~~ 11

$$10a + b + 10b + c$$

~~33~~ ≤ 9
5

$$(10a + 11b + c)(10b + 11c + d)(10c + 11d + e) = 157605$$

$$157605 =$$

$$157605 \div 5$$

$$31521 \div 3$$

$$10507 \div 7$$

$$1501$$

55 3

55 3

114

118

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 5 \\ \hline 95 \end{array}$$



3. Repetitive.

N^o 8

28

$$\overline{ab} + \overline{bc}$$

$$\overline{bc} + \overline{cd}$$

$$x + y = 134$$

$$y + z = 55$$

$$z + k = 3$$

$$y > 37 \quad \begin{matrix} 5 \\ 55 \end{matrix}$$

~~28~~

$$\begin{array}{r} 134 \\ - 55 \\ \hline 79 \end{array}$$

$$x + y = 134$$

$$y + z = 55$$

$$z + k = 3$$

$$10d + 11b + c = 134$$

$$10b + 11c + d = 55$$

$$10c + 11d + e = 3$$

$$e = 3$$

$$10b = 55$$

$$c = 0$$

$$d = 0$$

157605

$$150 \overline{) 190} \begin{array}{r} - 150 \\ \hline 40 \\ - 30 \\ \hline 10 \\ - 10 \\ \hline 0 \end{array}$$

19.4

$\frac{3}{13}$

4. Кривобук

28-4

N^o 6

125764

24

1 2 3
4

8

5 7
6 4

31645273
87821574
4253761

8 - 46

0

1 7
3 2

3: 7 11

1

4 1 6
3 5

2

4 7 2
3

3

20

158

1011

337

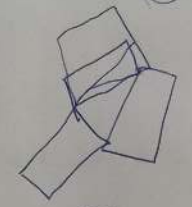
5 1
3

2 74

(2) (3)

4
2 1

356



3 3

7
4

127

3

3 5
6

2 2

2
(7) 5

4
3 6

1
3

4 4

4
28

Б. Чистовик.

№1

Пусть А посыл х кг, Б - у кг, В - z кг.
В соответствии с условиями составим систему из 3-х уравнений:

$$\begin{cases} x+y=220, \\ x+z=240, \\ y+z=250; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=220, \\ x+z=240, \\ y+z=250, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=220, \\ x+z=240, \\ y+z=250; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=355-250, \\ y=355-240, \\ z=355-220; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=105, \\ y=115, \\ z=135. \end{cases}$$

Пл. К $x < y < z$, то посылать - В, и он посылает $z = 135$ кг.

Ответ: 135 кг.

№2

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, \text{ заметим, что } x \neq 0, y \neq 0$$

$$\frac{1}{2022} = \frac{x+y}{xy}, \text{ заметим, что } x+y \neq 0, \text{ т.к. левая часть не равна } 0.$$

$$2022(x+y) = xy, \text{ т.к. } x \neq 0, y \neq 0, x+y \neq 0.$$

$$xy - 2022x - 2022y = 0$$

$$xy - 2022x - 2022y + 2022^2 = 2022^2$$

$$(x-2022)(y-2022) = 2022^2$$

Заметим, что уравнение $x-2022=0$, где a -целое число, имеет ровно одно решение в целых числах, как и уравнение $y-2022=b$, где b -целое число.

Сл-но нам достаточно найти одну количество решений уравнения $ab=2022^2, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$.

$$2022^2 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 337^2$$

Сл-но количество натуральных делителей $2022^2 = (2+1)(2+1)(2+1) = 27$, но еще есть отрицательные делители, сл-но всего делителей $27 \cdot 2 = 54$

Если мы подготовили влисто a один из этих делителей, то получаем целое b , иначе $b \notin \mathbb{Z}$

Сл-но количество целых решений уравнения $ab=2022^2 = 54$.

Ответ: 54.

6. Числовой

Из соотношения $x_n = x_{n-1} \cdot x_{n-3}$, мы понимаем, что знак 3 последовательных элементов, мы можем найти все последующие элементы (убь. 1)
 П.р. у нас есть первые 3 элемента, то мы запишем первые девять элементов.

Заметим, что $x_1 = x_8$; $x_2 = x_9$; $x_3 = x_{10}$, следовательно из убь. 1 $x_c = x_{c+7k}$
 П.р. $2022 \equiv 6 \pmod 7$, то $x_{2022} = x_6 = 1$ из записи первых 10 членов последовательности.

Ответ: 1

N° 6

Изначально каждая лампочка горит одним из 7 цветов.

а-но каждая лампочка имеет цвет ~~раз~~ ^{минимум} раз.

За один ход меняют цвет три лампочки.

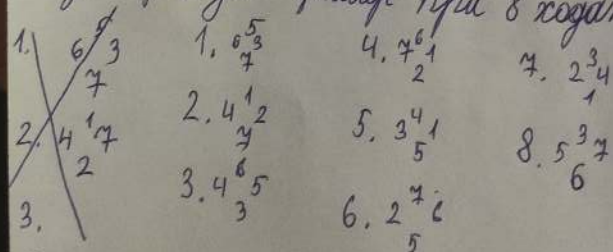
а-но минимум $\frac{6 \cdot 4}{3} = 8$ ходов.

Пусть 1- первый цвет, 2- второй, ..., 7- седьмой цвет.

П.р. цвета взаимноперпендикулярны, то пусть изначально след. полость:



Тогда приведем пример при 8 ходах:



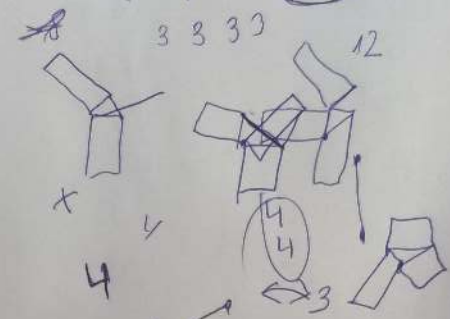
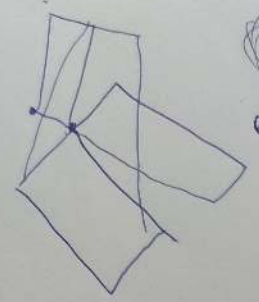
Ответ: 8 ходов.

символ
N^o 3

1501
122 64
134
28 16 1

-8
3 3 3 3 4
-16
44 44
3 3 3 3
12
③

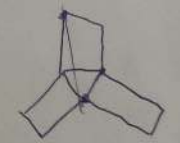
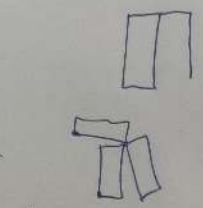
④
 $6^3 = \frac{4!}{3!4!}$
4.5 = 35



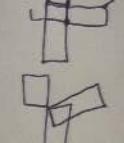
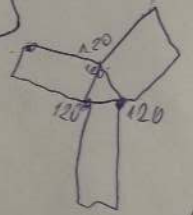
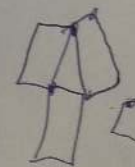
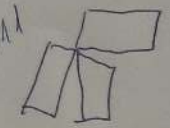
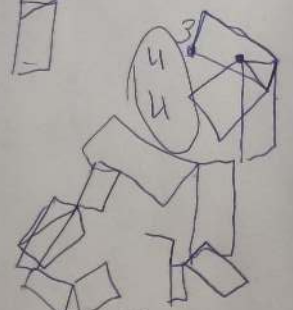
⑦
①
②
114
39
4

270
90

141
4 3
129
24
20
34
39
9134
330
39
351
37
111



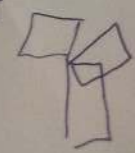
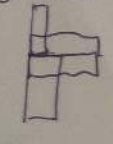
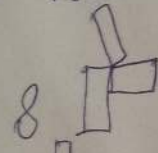
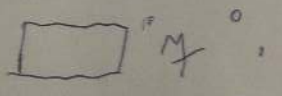
83
83x8
64
24
1510
152
64
784
1631



15 7605 / 3
52535 / 5
10504 / 4
1501
N^o 5
1501
154605

1501

N^o 6



8. черновики.

N=6

8
0 0 0
0 0

2 4
3 3 3 3

1
2 4
3

5 4
6 7

5 3 7
2 1 3 7

2 5
4 7
6

3
4 2
1

6
7 5
1

3 2 5
4

1 2 3 5 6
1 2 3 4 6 7
1 2 3 6 7
2 3 4 5 7

4 6 7

5 6 7

2 3 4

1
2 4
3

2
1

5 4
7 6

1 4
3 2

1 5
6 7

3 2
4 7

1 6
5

8 4
1 7
2

3 3 3 3 3 3
2 2 2 3 3 3

2 7 3 6 4 1
1 5 3

4 5 2 6
3 6 2 7 5

5

1 5 6

② 1 2 3 4 6 7
① 1 3 5 6 7
③ 2 3 4 5 6 7
④ 2 3 4 5 6 7

3 3 3 3 3 3

2 2 2

2 4 7

1 - 18
2 - 15
21 18
3 - 12
4 - 9
5 - 6
6 -

1 2
4 3

4 5

5 3
2 4

4 1
2 2

4 6
3 5

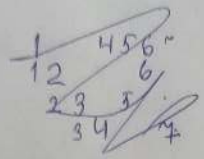
7 6
2 1

4 1
3 5

2 4
5 6

2 3
1 4

5 3
6 4



2 1 4

3 5 6

7 2 1

4 3 5

6 4 2

1 2 3 4

1 4 3

2 5 6 4

1 6 4 7 3 2 5

2 5 1 6 4 7 3

3 2 5 1 6 4 7

4 7 3 2 5 6

10. Числовые.

№ 5

$$157605 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1501$$

П.к. сумма факторных чисел всегда меньше 1501, то не будет такого множителя.

Сл-но такого числа не существует.

Ответ: не существует.

№ 3

Исходя из нерав-ва треугольников (против большего угла лежит большая сторона), это невозможно.

Ответ: невозможно.



9. Числа

2
1 3
4

5
6
7

5
6
7

1
4 2
7

6
4 5
3

6
7 1
2

4
3 1
5

2
2 6
5

3
2 4
1

3
5 7
6

2 1 4

3 5 6

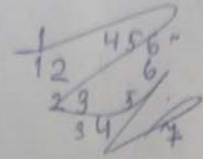
7 2 1

4 3 5

6 7 2

1 4 3

2 5 6 7



1 6 4 7 3 2 5

2 5 1 6 4 7 3

3 2 5 1 6 4 7

4 7 3 2 5 6