



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Науменя Андрей Станиславович**

Класс: **8 класс**

Технический балл: **80**

Дата проведения: **12 марта 2022 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6
Оценка	15	0	15	15	20	15

Задача 1

Пусть A поднимет a килограмм; B — b кг; $B - V$ кг:

$$\begin{cases} a + b = 220 \text{ кг} \\ a + v = 240 \text{ кг} \\ b + v = 250 \text{ кг} \end{cases}$$

Составим систему и сложим уравнения:

$$2(a + b + v) = 710 \text{ кг}$$

$$a + b + v = 355 \text{ кг}$$

Найдём a , b и v :

$$v = 355 \text{ кг} - 220 \text{ кг} = 135 \text{ кг}$$

$$b = 355 \text{ кг} - 240 \text{ кг} = 115 \text{ кг}$$

$$a = 355 \text{ кг} - 250 \text{ кг} = 105 \text{ кг}$$

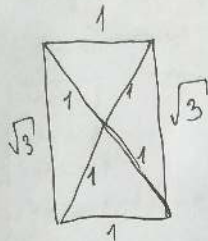
Больше всех поднимет штангист B — 135 кг

Ответ: 135 кг

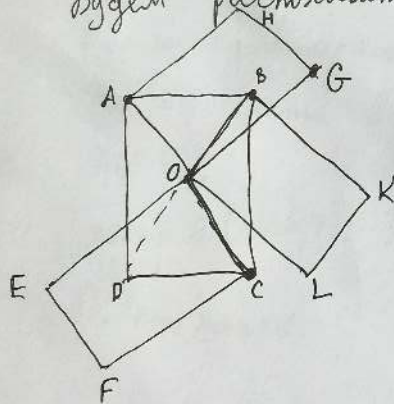
Задача 3

Будем расставлять прямоугольники, у которых одна сторона равна 1, а другая $\sqrt{3}$.

Тогда в него уместятся 2 равнобедренных треугольника:



Будем располагать так:



прямоугольником:

AHO , BGO , CLO и $ABCD$
 следует проверить, что
 при таких пропорциях
 сторон и расположении
 все условия будут
 выполнены.

Ответ: да, можно. Например прямоугольник со сторонами 1 и $\sqrt{3}$.

Задача 4.

Асно, что если повторится блок из ≥ 4 чисел, то последовательность замкнется.

(... - второй блок получается из первого и самого себя, при этом повторяет первый. Тогда третий так же получится из второго, будет тоже повторять его).
Рассмотрим первые несколько x_i :

$x_1 = 1$	$x_6 = -1 \cdot (-1) = 1$	$x_{11} = -1 \cdot 1 = -1$
$x_2 = 1$	$x_7 = 1 \cdot (-1) = -1$	$x_{12} = -1 \cdot 1 = -1$
$x_3 = -1$	$x_8 = -1 \cdot (-1) = 1$	$x_{13} = -1 \cdot (-1) = 1$
$x_4 = -1 \cdot 1 = -1$	$x_9 = 1 \cdot 1 = 1$	$x_{14} = -1 \cdot 1 = -1$
$x_5 = -1 \cdot 1 = -1$	$x_{10} = -1 \cdot 1 = -1$	$x_{15} = -1 \cdot (-1) = 1$

Блоки повторяются. Длина блока равна 7. То есть все числа x_i , где $i \equiv k \pmod{7}$
 $x_i = x_k$.

$$2022 \equiv 6 \pmod{7}. \text{ Значит } x_{2022} = x_6 = 1$$

Ответ: $x_{2022} = 1$

Числовик - лист 3 из 14

Задача 5

$$157605 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 79.$$

Возможны варианты разбиения на

3 числа-сложения $((a\bar{b} + \bar{b}c), (\bar{b}c + \bar{c}d))$ и $(\bar{c}d + \bar{d}e)$:

① $79, 3 \cdot 5, 19 \cdot 7$ — невозможен, т.к. любая
сложка ~~≥ 20~~ ≥ 20 , а $3 \cdot 5 < 20$

① $79, 3 \cdot 7, 19 \cdot 5$ — рассмотрим дальше

② $79, 7 \cdot 5, 19 \cdot 3$ — рассмотрим позже

① $79, 21, 95$

~~возможно~~ ^{случаю} ~~используя~~ только из чисел 10 и 11

Но тогда 10 — это $\bar{d}e$, т.к. только с
цифры e не начинаются числа.

$$\bar{d}e = 10, \quad \bar{c}d = 11$$

Но тогда либо ~~$\bar{a}b + \bar{b}c = 79$~~ $\bar{b}c + 11 = 79$, либо

$\bar{b}c + 11 = 95$. Или то, или то невозможно
из-за последней цифры

② $79, 35, 57$

Задача 5 продолжение 1

Рассмотрим случаи, когда $\overline{bc} + \overline{cd}$ равно 79, 35 или 57.

I) $\overline{bc} + \overline{cd} = 79$

Тогда $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{de} = 92$

Тогда $\overline{ab} + \overline{de} = 92 - 79 = 13$ — невозможно, т.к.
 $\overline{ab} + \overline{de} \geq 20$

II) $\overline{bc} + \overline{cd} = 35$

Тогда либо $b=1, c=2$; либо $b=2, c=1$

(вариант $b=c=1$ не подходит, т.к. $11 + \overline{cd} \neq 35$)

$\overline{bc} = 12, \overline{cd} = 23$; либо $\overline{bc} = 21; \overline{cd} = 14$

Допустим, $\overline{ab} + \overline{bc} = 79$: тогда:

либо $\overline{a1} + 12 = 79$, либо

$\overline{a2} + 21 = 79$ — ни то, ни то не работает!

Допустим $\overline{ab} + \overline{bc} = 57$: тогда:

либо $\overline{a1} + 12 = 57$, либо $\overline{a2} + 21 = 57$ —

ни то, ни то не подходит.

Получается, что $\overline{bc} + \overline{cd} \neq 35$

III) $\overline{bc} + \overline{cd} = 57$

Выходит, $c+d \geq 7$ (если меньше, 57 не выйдут).

Тогда $\overline{cd} + \overline{de} \geq 10(c+d) \geq 70$

Число вых. мест 5 из 14

Задача 5 продолжение 2.

Итого $\overline{cd} + \overline{de} = 79 \Rightarrow d + e = 9$

Значит $c + d = 7$

Но тогда $b + c = 5$

Мы знаем, что $a + b + c$ осталось некое

значение 35. Тогда $10(a + b) = 30 \Rightarrow a + b = 3$

~~Мы~~ Рассмотрим: $a = 1, b = 2$:

Тогда $c = 5 - 2 = 3; d = 7 - 3 = 4; e = 9 - 4 = 5$

число 12345.

Или $a = 2, b = 1$

Тогда $c = ~~4~~ 5 - 1 = 4; d = 7 - 4 = 3; e = 9 - 3 = 6$

число: 21435

Ответ: число $\overline{abcde} = 12345$ или $\overline{abcde} = 21435$

Частовик - мест 6 из 14

Задача 6

Оценка:

Назовём действием, пару лампа-цвет
(например действие: лампа-красный)

Изначально есть 4 действия.

Каждым ходом добавляется 3 действия.

Нужно получить 28 действий. Значит
ходов минимум 8.

Пример построить не дан!

$$1100(abd + ac^2 + b^2c) +$$

$$+ 100(abe +$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 19 \\ 7 \\ \hline 133 \end{array}$$

79, 19.3, 5.7
или 79, 19.5, 7.3

$$\begin{array}{r} 2 \\ \frac{15}{5} \\ + 5 \\ \hline 105 \end{array}$$

3 79, ~~79~~

$$\begin{array}{r} 157605 \quad | \quad 15 \\ \hline 15 \\ \hline 076 \\ \hline 76 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 79$$

$$39 + 39 = 78$$

$$\begin{array}{r} 1501 \quad | \quad 19 \\ \hline 133 \\ \hline 171 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10507 \quad | \quad 7 \\ \hline 7 \\ \hline 35 \\ \hline 35 \\ \hline 007 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1501 \quad | \quad 19 \\ \hline 11 \\ \hline 11 \\ \hline 204 \\ \hline 71 \\ \hline 40 \cdot 40 \\ \hline 17 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 19 \\ 5 \\ \hline 95 \\ \hline 8 \\ \times 19 \\ 9 \\ \hline 171 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1501 \quad | \quad 1751 \\ \hline 51 \\ \hline 145 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 145 \quad | \quad 5 \\ \hline 19 \\ \hline 29 \\ \hline 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1501 \\ - 171 \\ \hline 1330 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ - 95 \\ \hline 38 \end{array}$$

Черновик - лист 8 из 14

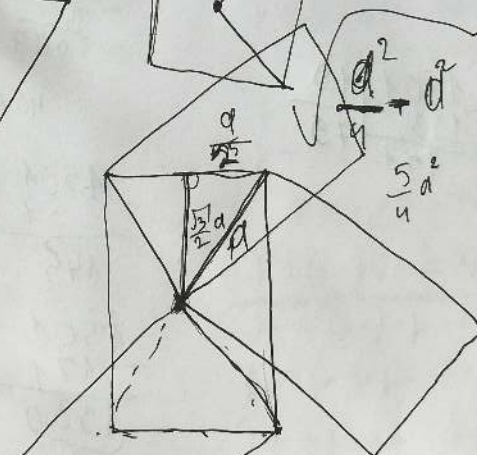
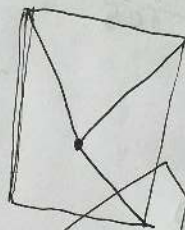
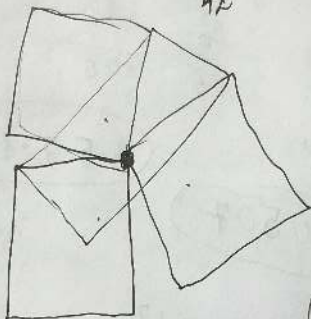
$$\frac{1}{2022} = \frac{x+y}{xy}$$

$$2022 = \frac{xy}{x+y}$$

xy: 2022

2 · 3 · 337

$$\begin{array}{r} 2022 \overline{) 6} \\ \underline{-18} \\ 202 \\ \underline{-18} \\ 42 \end{array}$$



Германович - лист 9 из 14

$1234 - 5674 - 5123 - 4167 - 2365 -$
 $- 7415 - 73 \cdot 2$

~~1 2 3 4 5 6 7~~

~~1 2 3 4 5 6 7~~

~~1 2 3 4 5 6 7~~

~~1 2 3 4 5 6 7~~

	5		5		5		6
1	3	2	4	3	1	4	1
	4		2		3		1
5	1	6	7		7		
	4						
7							

1-3; 2-*,7; 3-1,*,5; 4-*,3,6

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ - 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ - 4 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ - 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ - 1 \\ \textcircled{6} \end{array}$$

1 5 6
 1 7 3
 1 6 4
 2 6 5
 3 6 7
 4 1 7
 5 2 7
 6 3 1
 7 4 2

~~1~~
 1 7 5 3
 2 6 5 4
 3 1 5 7
 4 2 6 7
 1 2 3 7
 1 5 4 6
 5 4
 6 3
 7 2

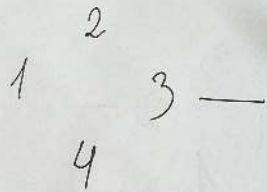
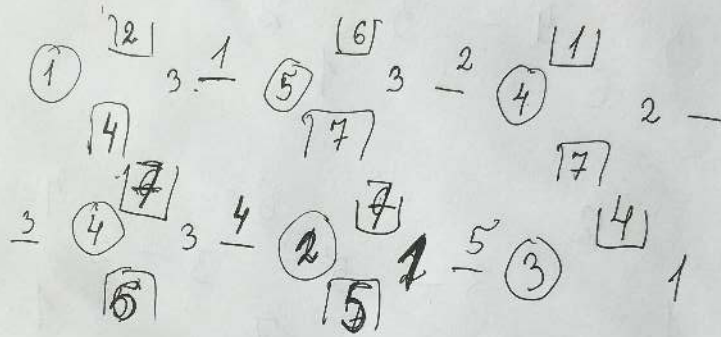
Черновик - Мст 12 из 14

4 есімб

28 мадо

+3 катг. раз

8 жодов мн.



Черновик - лист 14 из 14