МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Нефф Юлия Сергеевна**

Класс: **11 класс**

Технический балл: **80**

Дата проведения: **13 марта 2022 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6	7
Оценка	15	10	15	15	5	5	15

Задача 1

Чистовик

$$A = \frac{\sqrt[6]{4+2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}-1}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{(4+2\sqrt{3})^{\frac{1}{6}}\left((\sqrt{3}-1)^2\right)^{\frac{1}{6}}}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{\left((4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})\right)^{\frac{1}{6}}}{2^{\frac{1}{3}}} =$$

$$= \frac{(16-12)^{\frac{1}{6}}}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{(2^2)^{\frac{1}{6}}}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{2^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}} = 1$$

$$B = \frac{3}{(1\cdot 2)^2} + \frac{5}{(2\cdot 3)^2} + \ldots + \frac{119}{(59\cdot 60)^2} = \sum_{1}^{59} \frac{2n+1}{(n(n+1))^2}$$

$$\frac{2n+1}{n^2\cdot(n+1)^2} = \frac{a}{n^2} + \frac{b}{(n+1)^2}$$

$$an^2 + 2na + a + bn^2 = n^2(a+b) + n\cdot 2a + a = 2n+1$$

$$\begin{cases} a+b=0 \\ 2a=2 \\ a=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$$

Значит,
$$\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}$$

Число B можно переписать:

$$B = \frac{1}{1^2} - \cancel{\frac{1}{2^2}} + \cancel{\frac{1}{2^2}} - \cancel{\frac{1}{3^2}} + \ldots + \cancel{\frac{1}{58^2}} - \cancel{\frac{1}{59^2}} + \cancel{\frac{1}{59^2}} - \frac{1}{60^2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{60^2} = 1 - \frac{1}{60^2}$$

$$\frac{1}{60^2} > 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{60^2} < 1 \Rightarrow B < A$$

Ответ: A

Задача 2 Чистовик

$n = \overline{a_1a_2\ldots a_{2022}}$; $a_1 = 4$

$\overline{a_ia_{i+1}} \vdots 19$ или $\vdots 23$

Рассмотрим все числа, кратные 19: (двузначные)

19; 38; 57; 76; 95: ~~⊘~~

Кратные 23:

23; 46; 69; 92

Можно заметить, что эти числа начинаются все на разные ~~числа~~ цифры, кроме чисел 95 и 95, и, зная первое число, можно восстановить остальные.

Значит, если первая цифра 4, возможны два случая:

1) 469$\underline{2}$ (после 9 идет 2)

238 - после появления в числе цифры 8, число вида $\overline{8x}$ не делится ни на 23, ни на 19

Этот случай не подходит.

Значит, в исходном числе после 9 всегда идет 5, (после 5 - 7, после 7 - 6; после 6 - 9):

2) 469$\underline{5}$

~~$\overline{8}$~~7695 ...

7695...

$\Rightarrow \begin{cases} a_{4k} = 5 \\ \cancel{a_{1+4}}\ \overline{a_1a_2a_3} = 469 \\ \cancel{a_2 =}\ a_{2+4k} = 6 \\ a_{3+4k} = 9 \\ a_{4k+1} = 7 \end{cases}$; $k \in \mathbb{N}$

Загаданное число: 4695$\underline{7695}\underline{76895}$ .. $\underline{7}$695 76

$a_{2022} = \cancel{a_{2022}}\ a_{4\cdot 505+2} = 6$

Ответ: 6

Чистовик

Задача 3

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[7]{1-x^7}} = \frac{1}{(1-x^7)^{\frac{1}{7}}}$$

1) $f(f(x)) = \dfrac{1}{\left(1-\frac{1}{1-x^7}\right)^{\frac{1}{7}}} = \left(\dfrac{1-x^7}{-x^7}\right)^{\frac{1}{7}} = \left(\dfrac{x^7-1}{x^7}\right)^{\frac{1}{7}}$

2) $f(f(f(x))) = \dfrac{1}{\left(1-\frac{x^7-1}{x^7}\right)^{\frac{1}{7}}} = x$

3) $f(f(f(f(x)))) = \dfrac{1}{(1-x^7)^{\frac{1}{7}}} = f(x)$ (f применяется 4 раза)

Пусть $f^n(x)$ — n - сколько раз применяется функция

$$f^1(x) = \frac{1}{(1-x^7)^{\frac{1}{7}}}$$

Тогда, $f^{3k+3}(x) = x$ $\quad k \in \mathbb{Z}$

$f^{3k+1}(x) = \dfrac{1}{(1-x^7)^{\frac{1}{7}}}$; $\quad k \geq 0$

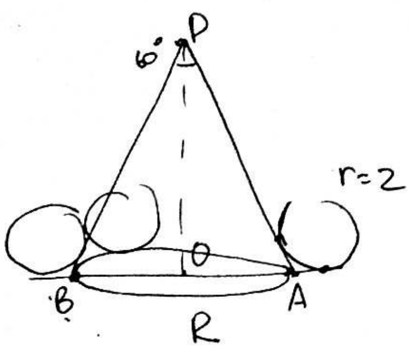
$f^{3k+2}(x) = \left(\dfrac{1-x^7}{-x^7}\right)^{\frac{1}{7}}$

$$f^{1304}(x2022) = f^{3\cdot 434+2}(2022) = \left(\frac{1-2022^7}{-2022^7}\right)^{\frac{1}{7}} = \left(\frac{2022^7-1}{2022}\right)^{\frac{1}{7}}$$

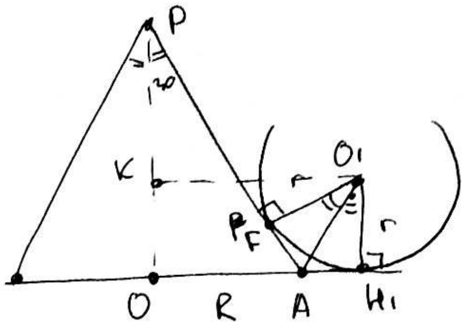
Ответ: $\left(\dfrac{2022^7-1}{2022}\right)^{\frac{1}{7}}$

Задача 4

Чистовик



1) Рассмотрим ~~сечение~~ плоскость сечения ~~конуса~~, проходящую через ось конуса и через центр одного из шаров.



$OA = R$

$O_1H_1 \perp OH_1$; $O_1H_1 = r = 2$

В четырёхугольнике FO_1H_1A:

$\angle FO_1H_1 + \angle FAH_1 = 180$

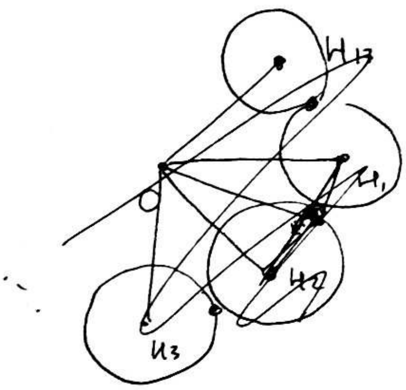
$\angle FO_1H_1 = \angle PAO = 60° = \frac{\pi}{3}$

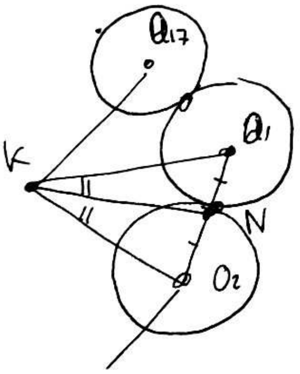
$$\angle AO_1H_1 = \frac{\angle FO_1H_1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$AH_1 = r \cdot \operatorname{tg}\angle AO_1H_1 = r \cdot \operatorname{tg}\frac{\pi}{6} = \frac{r}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Значит, $OH_1 = R + AH_1 = R + \frac{2}{\sqrt{3}} = R + \frac{r}{\sqrt{3}}$

2) Рассмотрим плоскость, параллельную плоскости основания конуса и проходящую через центры шаров. Все центры шаров находятся на расстоянии $R + \frac{r}{\sqrt{3}}$ от оси конуса. $OH_1 = KO_1 = R + \frac{r}{\sqrt{3}}$





$\angle O_1KO_2 = \frac{2\pi}{17}$

$\angle NKO_1 = \frac{\angle O_1KO_2}{2} = \frac{\pi}{17}$

$\sin\angle NKO_1 = \frac{r}{O_1K} = \frac{r}{(R + \frac{r}{\sqrt{3}})}$

Значит, $R + \frac{r}{\sqrt{3}} = \frac{r}{\sin\frac{\pi}{17}} \Rightarrow R = \cancel{\frac{2}{\sqrt{3}}} + \frac{2}{\sin\frac{\pi}{17}} - \frac{2}{\sqrt{3}}$

Ответ: $2\left(\frac{1}{\sin\frac{\pi}{17}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

Задача 6 Чистовик

$a\cdot ctg^3x+(2a^2-a-2)ctg^2x+(2-4a-2a^2)ctgx+4a=0$

Пусть $ctgx=t$:

$2a^2(t^2-t)-a(t^2+4t-t^3-4)+2t-2t^2=0$

$2a^2(t-1)\cdot t-a(t-1)(4-t^2)\cancel{+2}-2t(t-1)=0$

$(t-1)(2t\cdot a^2-4a+t^2a-2t)=0$

$(t-1)(\cancel{2a}\cdot at^2-2t(1-a^2)-4a)=0$

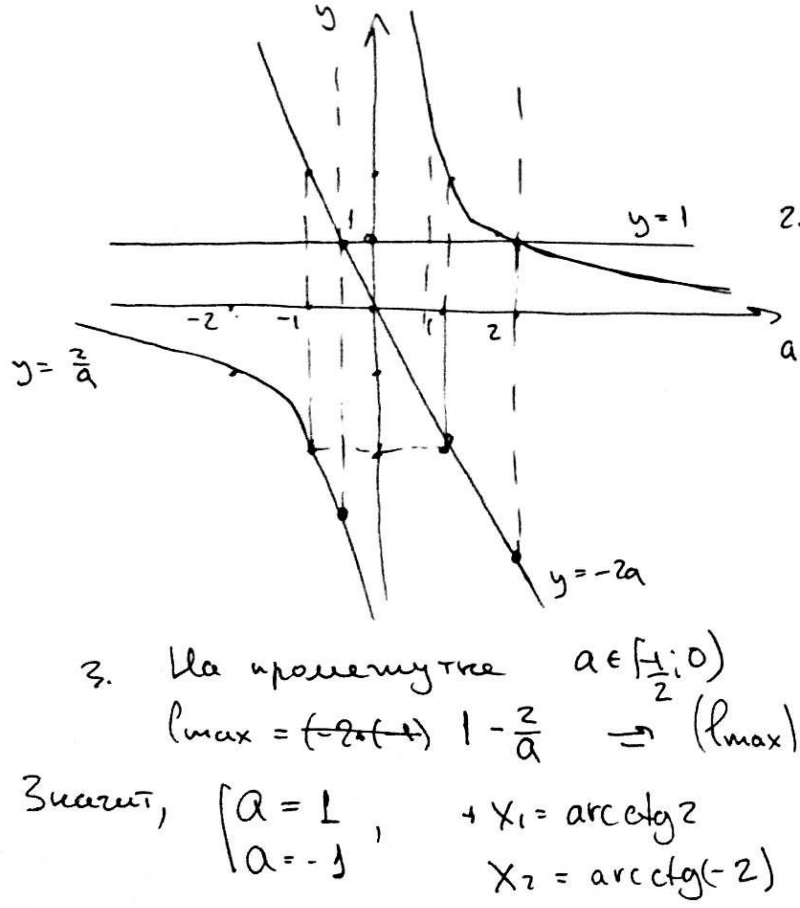
$\left[\begin{array}{l} t=1 \text{ ~~не п. корень~~} \\ t^2\cdot a-2t(1-a^2)-4a=0 \end{array}\right.$

$D_1=(1-a^2)+4a^2=(1+a^2)^2$

$t=\dfrac{1-a^2\pm(1+a^2)}{a}=\left[\begin{array}{l}-2a\\ \frac{2}{a}\end{array}\right.$

Значит, корни ур-ния:

$1;\ -2a;\ \frac{2}{a}$



1. Из графика y(a) корней уравнения видно, что при $a>2$ расстояние между корнями 1 и $-2a$ только увеличивается. $(l_{max})_{min}=1+4=5$

2. На промежутке $a\in(0;2]$ и $a\in(-\infty;1]$ Наибольшее расстояние между корнями:

~~l max~~ $l=\frac{2}{a}+2a\rightarrow min$

$\frac{2}{a}+2a\geq2\sqrt{\frac{2}{a}\cdot2a}=4$

3. На промежутке $a\in[-\frac{1}{2};0)$

$l_{max}=\cancel{(-2\cdot(-1)}\ 1-\frac{2}{a}\Rightarrow(l_{max})_{min}=1+4=5$ (из графика)

Значит, $\left[\begin{array}{l}a=1\\a=-1\end{array}\right.$, $x_1=arcctg2$

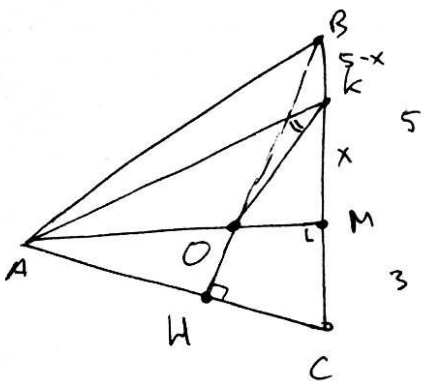
$x_2=arcctg(-2)$

$l=arcctg(-2)-arcctg2=\pi-2arcctg2$

Ответ: ~~$\pi-2arcctg2$~~; $1;-1;$ $\pi-2arcctg2)$

5 из 7

Задача 7.



1) Пусть $AM = b = const$

Тогда $AB = \sqrt{25+b^2}$; $AC = \sqrt{b^2+9}$

По т. косинусов для $\triangle ABC$:

$$\cos\angle C = \frac{64+9+b^2-25-b^2}{2\cdot 8\cdot\sqrt{9+b^2}} = \frac{3}{\sqrt{9+b^2}} = \sin\angle HBC$$

$$\cos\angle HBC = \sqrt{1-\frac{9}{9+b^2}} = \frac{b}{\sqrt{9+b^2}}$$

$$\operatorname{tg}\angle HBC = \frac{3}{b} = \frac{MO}{BM} \Rightarrow MO = \frac{15}{b}$$

2) По т. синусов для $\triangle AKO$

$$\frac{AO}{\sin\angle AKO} = \frac{AK}{\sin\angle AOK}.$$ Пусть $KM = x$

3) т. K лежит на BM:

$$OK = \sqrt{OM^2+x^2} = \sqrt{\frac{225}{b^2}+x^2}; \quad AO = b-\frac{15}{b}; \quad AK = \sqrt{x^2+b^2}$$

$$\sin\angle AOK = \sin\angle KOM = \frac{x}{OK} = \frac{x}{\sqrt{\frac{225}{b^2}+x^2}}$$

$\angle AKO \to max$

$\sin\angle AKO \to max$

$$\sin\angle AKO = \frac{\left(b-\frac{15}{b}\right)\cdot x}{\sqrt{\frac{225}{b^2}+x^2}\cdot\sqrt{x^2+b^2}} \to \max_x$$

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{n+x^2}\cdot\sqrt{x^2+m}},$$ где $n = \frac{225}{b^2}$; $m = b^2$; $m, n = const$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{\sqrt{x^4+x^2(m+n)+mn}} - x\cdot\frac{(4x^3+2(m+n)x)}{2\sqrt{x^4+x^2(m+n)+mn}}}{x^4+x^2(m+n)+mn} = 0$$

$$2x^4+\cancel{2x^2(m+n)}+2mn-4x^4-\cancel{2(m+n)x^2}=0$$

$x^4 = mn = 225$; $f''_x < 0 \Rightarrow x = \sqrt[4]{mn}$ - максимум

$x = \sqrt[4]{225} = \sqrt{15} < 5 \Rightarrow$ ~~$x \in Bk$~~ $K \in BM$

4) Случай, где т. K лежит на MC рассматривать не надо, т.к. в случае BM мы нигде это не использовали.

Ответ: $\sqrt{15}$

Чистовик

Задача 5

$a = t^3 - 144t = t(t^2 - 12^2) = t(t+12)(t-12)$

$b = 2^t - 256 = 2^t - 2^8$

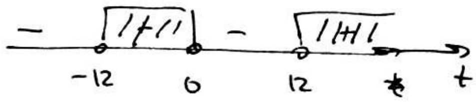
$c = \sin t - \frac{\sqrt{3}}{2}$

Условие, что среднее из чисел a, b, c положительно, можно записать как:

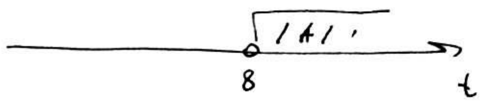
$$\left[\begin{array}{ll} \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases} & (1) \\ \begin{cases} a > 0 \\ c > 0 \end{cases} & (2) \\ \begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases} & (3) \end{array}\right.$$

Рассмотрим знаки a, b, c от t

a:



b:

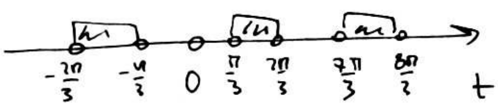


c: $\sin t > \frac{\sqrt{3}}{2}$

~~$t \in (\frac{\pi}{3}; 2$~~

$t \in (\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k)$

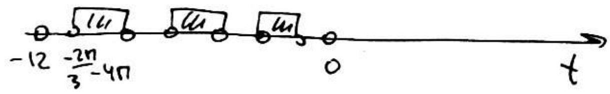
$k \in \mathbb{Z}$



(1) $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$ $\quad t \in (12; +\infty)$

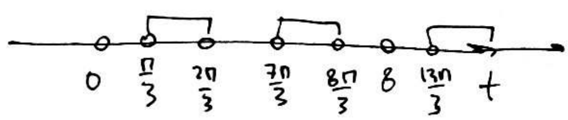
(2) $\begin{cases} a > 0 \\ c > 0 \end{cases}$ $\quad -12 \in (-\frac{\pi}{3} - 6\pi; -\frac{2\pi}{3} - 4\pi)$

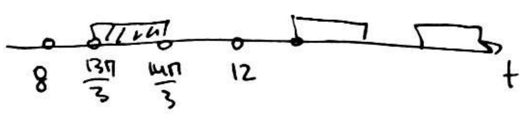
$12 \in (\frac{2\pi}{3} + 4\pi; \frac{\pi}{3} + 6\pi)$



для $t < 12$ $\quad t \in (-\frac{14\pi}{3}; -\frac{13\pi}{3}) \cup (-\frac{8\pi}{3}; -\frac{7\pi}{3}) \cup (-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3})$

(3) $\begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases}$ $\quad 8 \in (\frac{2\pi}{3} + 2\pi; \frac{\pi}{3} + 4\pi)$





для $8 < t < 12$ $\quad t \in (\frac{13\pi}{3}; \frac{14\pi}{3})$

~~Итого~~ Итоговое решение ~~системы~~ совокупности систем:

$t \in (-\frac{14\pi}{3}; -\frac{13\pi}{3}) \cup (-\frac{8\pi}{3}; -\frac{7\pi}{3}) \cup (-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}) \cup (\frac{13\pi}{3}; \frac{14\pi}{3}) \cup (12; +\infty)$

Ответ: $(-\frac{14\pi}{3}; -\frac{13\pi}{3}) \cup (-\frac{8\pi}{3}; -\frac{7\pi}{3}) \cup (-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}) \cup (\frac{13\pi}{3}; \frac{14\pi}{3}) \cup (12; +\infty)$

Черновик

№5

$a = t^3 - 144t$

$b = 2^t - 256$

$c = \sin t - \frac{\sqrt{3}}{2}$

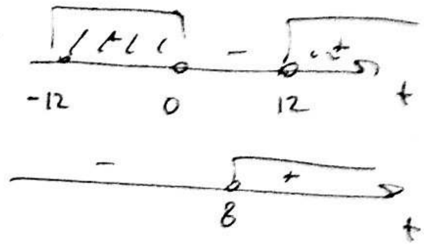
1 | $a, b > 0$; $b, c > 0$; $a, c > 0$

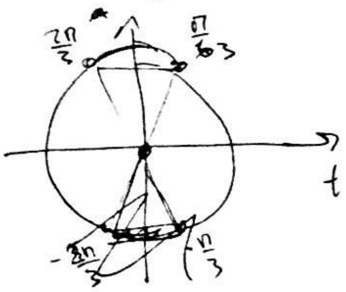
$16 \times 16 = 96 + 16\_ = 256$

$a = \cancel{t(t-15)}\ t(t-12)(t+12)$

$b = 2^t - 2^8$

$c = \sin t - \frac{\sqrt{3}}{2}$





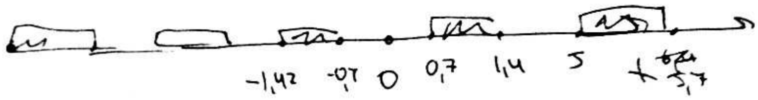
$\pi \approx 3{,}14 \div 3 = 1{,}04$

$t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k;\ \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right)$

$2\pi \approx 6{,}28 = 6{,}3$

$\frac{2\pi}{3} \approx 2{,}09$

$\frac{\pi}{3} \approx 1{,}04$



4π

$-\frac{2\pi}{3} - 4\pi = -\frac{14\pi}{3}$

$-\frac{14\pi}{3}$ VS 12

$3{,}14 \times 16 = 1884 + 314 = 50{,}24 \div 3 = 16{,}7$

$3{,}14 \times 14 = 1256 + 314 = 43{,}96 \div 3 = 14{,}6$

$\pi < 3$ $\quad$ $\pi > 2$

$14 < 3$

$\frac{28}{3}$

$28 \div 3 = 9$

$-\frac{14\pi}{3} \approx 14{,}6$

$-\frac{\pi}{3} + -6\pi = -\frac{19\pi}{3}$

$\frac{16\pi}{3}$

$3{,}14 \times 19 = 2826 + 314 = 59{,}66 \div 3 = 19{,}$

$-12 \in \left(-\frac{\pi}{3} - 6\pi;\ -\frac{2\pi}{3} - 4\pi\right)$

$\frac{19\pi}{3}$

$\frac{2\pi}{3} + 2\pi = \frac{8\pi}{3} < 8$

$\frac{\pi}{3} + 4\pi = \frac{13\pi}{3} > 8$

$-\frac{2\pi}{3} - 2\pi$

$-\frac{\pi}{3} - 4\pi$

$3{,}14 \times 13 = 942 + 314 = 40{,}82 \div 3 = 13$

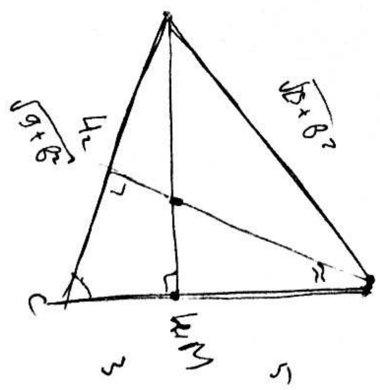
$\frac{14\pi}{3}$

1

Черновик

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^4 + x^2(m+n) + nm}}$$

$$f'(x) = \frac{\sqrt{x^4+x^2(m+n)+mn} - x\,\frac{1\,(4x^3+2(m+n)x)}{2\sqrt{x^4+x^2(m+n)+nm}}}{x^4 \dots} = 0$$



$$2x^4 + 2x^2(m+n) + 2mn - 4x^4 - \cancel{2x^2(m+n)} = 0$$

$$2x^4 = 2mn$$

$$x^4 = mn$$

$$mn = 225$$

$$x^2 = 15$$

$$x = \sqrt{15} \approx 4$$

$$\left(\frac{1}{\left(1 - \left(\frac{1-x^7}{-x^7}\right)\right)}\right)^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{\frac{-1}{-x^7}} = x$$

$$f(f(x)) = \left(\frac{x^7-1}{\cdot}\right.$$

$$\frac{1}{\left(1 - \frac{x^7-1}{x^7}\right)^{\frac{1}{7}}} = x$$

$$f^4(x) = f(x)$$

$$f^5(x) = f^2$$

$$f^6(x) = f^3$$

2

№1

Черновик

$\frac{1}{5\cdot 9}$ $\times 2$ 178

$$A = \frac{\sqrt[6]{4+2\sqrt3}\cdot\sqrt[3]{\sqrt3-1}}{\sqrt[3]{2}}$$

$$B = \frac{3}{(1\cdot2)^2} + \frac{5}{(2\cdot3)^2} + \dots + \frac{117}{(58\cdot59)^2} + \frac{119}{(59\cdot60)^2}$$

$$A = \frac{(4+2\sqrt3)^{\frac16}\cdot((\sqrt3-1)^2)^{\frac16}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{((4+2\sqrt3)(4-2\sqrt3))^{\frac16}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{(16-12)^{\frac16}}{\sqrt{2^{\frac12}}} = \frac{2^{2\cdot\frac16}}{2^{\frac13}} = 1$$

$\frac34$ ~~$\frac{5}{36}$ $\frac{6}{(3\cdot4)^2}$~~

$$\sum_{1}^{59}\frac{2n+1}{(n(n+1))^2} = \frac{2n+1}{(n^2+n)^2} = \frac{2n+1}{n^4+2n^3+n^2}$$

$$\frac{2n+1}{n^2\cdot(n+1)^2} = \frac{A}{n^2} + \frac{B}{(n+1)^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}$$

$1 - \frac14$

$\frac14 -$

$A(n^2+2n+1) + Bn^2 = 2n+1$

$n^2(A+B) + 2An + A = 2n+1$

$A+B=0$

$A=1$

$B=-1$

19 23 $\times$19 4 76

38 46

57 69

76 92

95

№2) 2022 $\overline{a_1a_2\dots a_{2022}}$ $a_{2022} = ?$

$a_1 = 4$ $\overline{a_ia_{i+1}}$ $\vdots$ 19 или $\vdots$ 23

469 5 7 6 9
2 3 8 /

$2022 : 4 = 505$
-20
22
-20
20

3

№3) Черновик

$f(x) = \frac{1}{\sqrt[7]{1-x^7}}$

$f(\ldots f(2022)))$ 1304 раза

1. $f(x) = \frac{1}{(1-x^7)^{\frac{1}{7}}}$

2. $f(f(x)) = \frac{1}{\left(1-\frac{1}{1-x^7}\right)^{\frac{1}{7}}} = \frac{1}{\left(\frac{-x^7}{1-x^7}\right)^{\frac{1}{7}}} = \left(\frac{x^7-1}{x^7}\right)^{\frac{1}{7}} = 1-\frac{1}{x^7}$

3. $f(f(f(x))) = 1 - \frac{1}{\frac{1}{(1-x^7)}} = 1-(1-x^7) = x^7$

4. $f(\ldots) = \frac{1}{1-x^7}$

5. $f(\ldots) = \frac{1}{1-\frac{1}{1-x^7}} = \frac{1}{\frac{-x^7}{1-x^7}} = \frac{x^7-1}{x^7} = 1-\frac{1}{x^7}$

$1304 : 4 = 326$ (12, 10, 8, 24)

$1304 : 3 = 434$ (12, 10, 9, 14, 12, 2)

$260 : 17 = 21$ (34, 20)

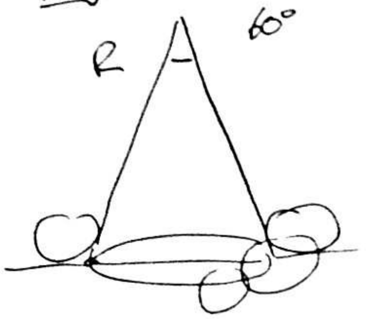
f^{3k+1}

f^{3k} $3k+2$

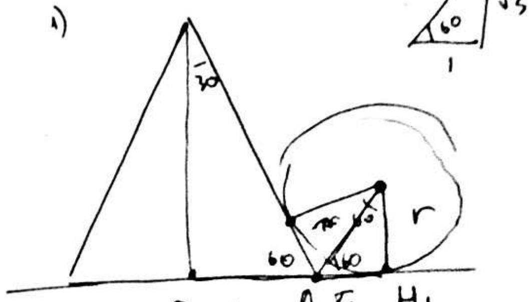
f^{3k+2}

№4) 17 шариков $r=2$

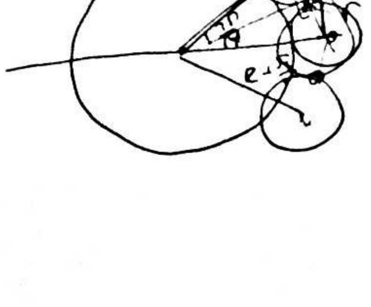
R 60°



1)



2) $\frac{360}{17} = \frac{2\Pi}{17}$



$tg \frac{2\Pi}{17 \cdot 2} = \frac{r}{R+\frac{\sqrt{3}}{r}}$

$\left(R + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{r}{tg\frac{\Pi}{17}}\right.$

$AH_1 = \frac{r}{AH_1} = tg\, 60 = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$AH_1 = \frac{\sqrt{3}}{r}$

№5 Черновик

$x_1 \in x_2 \in x_3$ a, b, c

2	
4	144 | 2
8	72 | 2
16	36 | 2
32	18 | 2
64	9 | 3
128	3 | 3
256	

$a = t^3 - 144t =$ — среднее из.. > 0

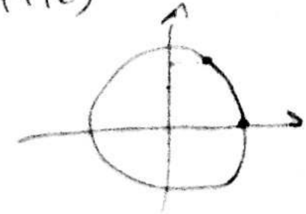
$b = 2^t - 256 = 2^t - 2^8$

$c = \sin t - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$a = t(t^2 - 12^2) = t(t-12)(t+12)$

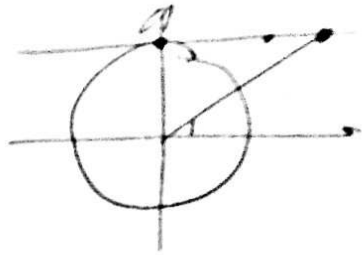
$b = 2^t - 2^8$

$c = \sin t - \frac{\sqrt{3}}{2}$



1)

$t(t-12)(t+12) <$ $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$



$\operatorname{ctg} x = t$

№6

$a \operatorname{ctg}^3 x + (2a^2 - a - 2)\operatorname{ctg}^2 x + (2 - 4a - 2a^2)\operatorname{ctg} x + 4a = 0$

max расст. между корн. $\in (0; \pi)$, принимает наименьшее знач.

$at^3 + 2a^2 t^2 - at^2 - 2t^2 + 2t - 4at - 2a^2 t + 4a = 0$

$-t^2(t-1) + 4(t-1)$

$2a^2(t^2 - t) - a(t^2 - t^3 + 4t - 4) - 2t^2 + 2t = 0$

$2a^2 t(t-1) - a(t-1)(4 - t^2) - 2t(t-1) = 0$

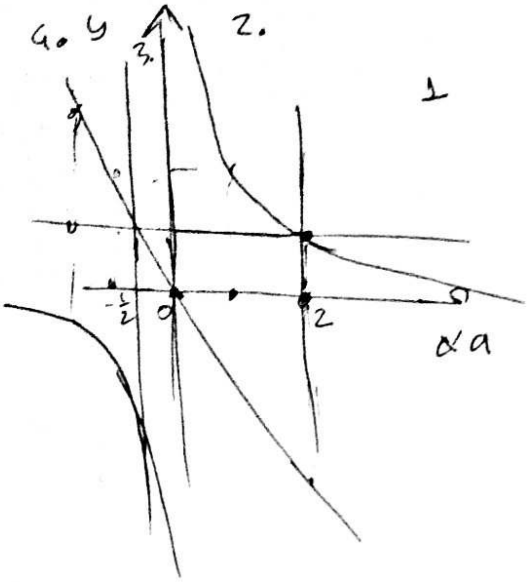
$(t-1)(2a^2 t - a(4 - t^2) - 2t) = 0$

$t = 1$ или $t^2 a - 2t(1 - a^2) - 4a = 0$

$D_1 = (1-a^2)^2 + 4a^2 = 1 - 2a^2 + a^4 + 4a^2 = 1 + 2a^2 + a^4 = (1+a^2)^2$

$t = \frac{1 - a^2 \pm (1+a^2)}{a} = \left[\begin{array}{l} -a \\ \frac{2}{a} \end{array} \right.$

Черновик



1. f_{max}.

$a \geq 2 \quad f = \frac{2}{a} + 2a$

2.

$f(2)$ $\quad \frac{2}{a} - 1 = 1 + 2a \quad | \cdot a$

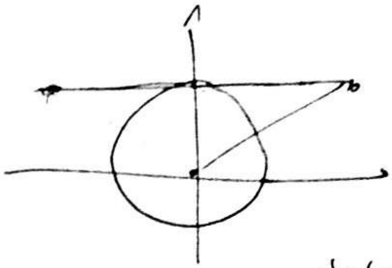
$2a^2 + 2a - 2 = 0$

$a^2 + a - 1 = 0$

$D = 1 + 4 = 5$

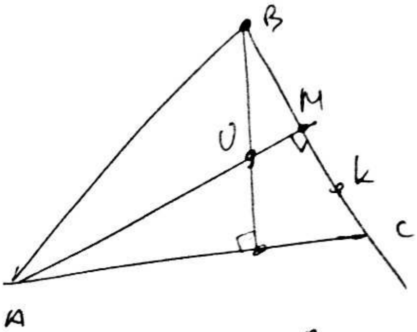
$a = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$-2t^2 + 2t^2 + 0 = 0$



$x_1 =$

$\operatorname{arcctg}(-2) = \pi - \operatorname{arcct}$



$\angle AKO \to max$

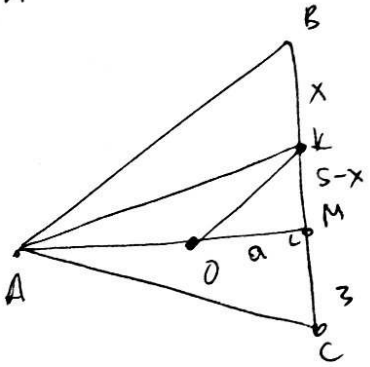
$BM = 5; \quad MC = 3$

$AM = b \qquad AB = \sqrt{25 + b^2}$

$OM = a \qquad OK = \sqrt{a^2 + (5-x)^2}$

$R_{AKO} \to min \qquad AK^2 = \sqrt{(5-x)^2 + b^2}$

$\frac{AO}{\sin \angle AKO} = 2R = \frac{AK}{\sin \angle AOK} \qquad \sin \angle AOK = \sin \angle KOM = \frac{5-x}{OK}$



$a(b) = ?$

Председателю
апелляционной комиссии
олимпиады школьников
"Ломоносов" Ректору МГУ имени
М. В. Ломоносова академику
В. А. Садовничему ученицы
11 класса ГБОУ "~~Курчатовской~~
~~школы"~~ ~~школы~~ "Курчатовская
школа"
(Москва, ул. Маршала Василевского,
9к1)
Нефф Юлии Сергеевны

апелляция.

Прошу пересмотреть выставленные технические баллы (80) за мою работу заключительного этапа по математике, поскольку считаю, что

Задачи №1, №3, №4, №7 решены верно с итоговым правильным ответом.

В задаче №2 рассмотрены ~~двa~~ два вида последовательности, но в ответе указана только одна цифра из двух.

В задаче №5 полностью верный ход решения, но из-за наличия арифметических ошибок получен не до конца верной ответ.

В задаче №6 рассмотрены два случая из трех: $a>0$, $a<0$, но забыт случай $a=0$, что ~~to~~ привело к неправильному ответу.

Мне кажется, что несмотря на ошибки в задачах 2, 5, 6, ход решения и ход мыслей были верные и понятные проверяющему, и итоговая оценка должна быть выше ~~80~~ поставленной.

27.03.2022 (Нефф)