



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Потапенко Степан Андреевич**

Класс: **9 класс**

Технический балл: **55**

Дата проведения: **12 марта 2022 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6	7
Оценка	10	15	15	0	10	0	5

n1

Чтобы число делилось на 10, обязательно быть 2, 4 и 6 среди выданных. \Rightarrow 1, 3, 5 - могут не быть (только они)
 Тогда 1, 3, 5 - 3 числа, всего чисел 6. Все они равновероятны, $\Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$.

n2

Первая цифра прогр. вычеркивает все нечётн. числа. Вторая - каждое третье чётное (из ост). Начиная с 4. Тогда число останется $2022 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2022}{3} = 674$

n3

Выкинем первые 22. остатка 9^n по mod 1000:

- [0 8 9
- [0 8 1
- [7 2 9
- [5 6 1
- [0 4 9
- [4 4 1
- [9 6 9
- [7 2 1
- [4 8 9
- [4 0 1
- [6 0 9
- [4 8 1
- [3 2 9
- [9 6 1
- [6 4 9
- [8 4 1
- [5 6 9
- [1 2 1

- [0 8 9
- [8 0 1
- [2 0 9
- [8 8 1

т.к. 9 взаимно просто с 1000,

то $1000 \text{ mod } 9$ (кар $\text{ord}_{1000}(9)$ -

минимальн. r , такое, что $9^r \equiv 1 \pmod{1000}$)

\Rightarrow нам нужно взять 22 остаток

Тогда
$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 881 \\ \hline 119 \end{array}$$

Ответ: 119

15

тогда средн. число было положительн,
нем надо, тогда $\sqrt{x^2-100}$ 2 числа было положит.

$$a = x^2 - 100 > 0 \Rightarrow x(x^2 - 100) > 0 \Rightarrow x > 0 \Rightarrow x > 10, x < 0 \Rightarrow x < -10$$

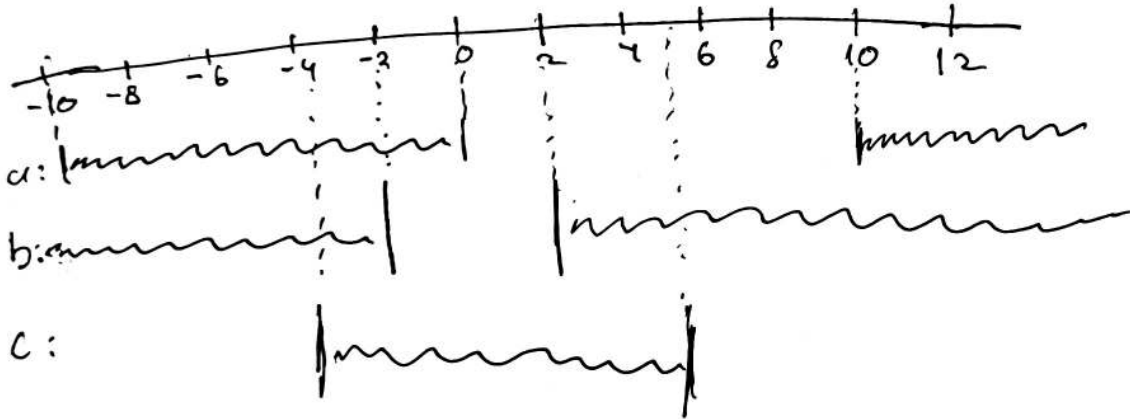
$$\Rightarrow x \in (-10; 0) \cup (10; +\infty)$$

$$b = x^4 - 16 > 0 \Rightarrow |x| > 2 \Rightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$$

$$c = -x^2 + x + 20 > 0 \Rightarrow x_1 < x < x_2 \Rightarrow x \in (-4; 5)$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{-2} = -4; +5$$

Найдём пересечения



$$x \in (-4; 0) \cup (2; 5) \cup (10; +\infty)$$

14

Пусть хатриг на мотоцикле - свет (он движется как луч и меняет скорость в зависимости от среды).

Тогда по закону Снелла: $n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta$,
где α и β - углы к нормали α_0 и после преломления.

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha = \frac{v_2}{v_1} \cdot \sin \alpha = 0,8 \cdot \frac{40}{50} \cdot 1 = 0,6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15 - x = \frac{3}{4} \cdot 9 \Rightarrow x = 15 - \frac{27}{4} = 8,25 \text{ км}$$

$v_1 \sin \alpha$, где α - угол к нормали = $v_2 \sin \beta$, где β - угол к норм., после преломления



$\sin \alpha = 1$, $v_1 = 50$, $v_2 = 40$
 $(111) \quad (111) +$
 $C_{-1}, C_{-2} = 0$

$C_4 = C_3^4 + C_0^2 \cdot C_2 + C_1^1 \cdot C_1 + C_0^1 \cdot C_0 \cdot C_1 + C_0^4 = 2$

$C_3 = C_2^2 + C_0 \cdot C_1 + C_0^3 = 4$

$C_2 = C_1 + C_0 = 2$

~~$C_9 = C_8 \cdot C_1 + C_7 \cdot C_2$~~

$C_9 = C_7 \cdot C_0 + C_6 \cdot C_1 + C_5 \cdot C_2 + C_4 \cdot C_3 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_6 + C_0 \cdot C_1 \cdot C_5 +$
 $+ C_0 \cdot C_2 \cdot C_4 + C_0 \cdot C_3 \cdot C_3 + C_1 \cdot C_1 \cdot C_4 + C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 +$
 $+ C_2 \cdot C_2 \cdot C_2 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_5 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_1 \cdot C_4 +$
 $+ C_0 \cdot C_0 \cdot C_2 \cdot C_3 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_1 \cdot C_1 \cdot C_2 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot C_2 +$
 $+ C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_4 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_1 \cdot C_3 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_2 \cdot C_2 +$
 $+ C_0 \cdot C_0 \cdot C_1 \cdot C_1 \cdot C_2 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_3 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_1 \cdot C_2 +$
 $+ C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_1 \cdot C_1 \cdot C_1 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_2 +$
 $+ C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_1 \cdot C_1 + C_0^9 \cdot C_1 + C_0^9$

$C_5 = C_4 + C_0 \cdot C_3 + C_1 \cdot C_2 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_2 + C_0 \cdot C_1 \cdot C_1 + C_0^4 \cdot C_1 + C_0^4 = 20$

$C_6 = C_5 + C_0 \cdot C_4 + C_1 \cdot C_3 + C_2 \cdot C_2 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_3 + C_0 \cdot C_1 \cdot C_2 + C_1 \cdot C_1 \cdot C_1 +$
 $+ C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_2 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_1 \cdot C_1 + C_0 \cdot C_1 + C_0^5 = 20 + 10 + 10 + 3$

$C_7 = C_6 + C_0 \cdot C_5 + C_1 \cdot C_4 + C_2 \cdot C_3 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_4 + C_0 \cdot C_1 \cdot C_3 + C_0 \cdot C_2 \cdot C_2 +$
 $+ C_1 \cdot C_1 \cdot C_2 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_3 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_1 \cdot C_2 + C_0 \cdot C_1 \cdot C_1 \cdot C_1 +$
 $+ C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_2 + C_0 \cdot C_0 \cdot C_0 \cdot C_1 \cdot C_1 + C_0^5 \cdot C_1 + C_0^7 =$

$= 50 + 20 + 10 + 10 + 10 + 10 + 7 = 117$

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 107 \\ \hline 117 \\ \hline 314 \end{array}$$

Число

нест

$$\begin{aligned}
 K_8 &= k_7 + k_0 \cdot k_6 + k_1 \cdot k_5 + k_2 \cdot k_4 + k_3 \cdot k_3 + k_0 \cdot k_0 \cdot k_5 + k_0 \cdot k_1 \cdot k_4 + \\
 &+ k_0 \cdot k_2 \cdot k_3 + k_1 \cdot k_1 \cdot k_3 + k_1 \cdot k_2 \cdot k_2 + k_0 \cdot k_0 \cdot k_0 \cdot k_4 + k_0 \cdot k_0 \cdot k_1 \cdot k_3 + \\
 &+ k_0 \cdot k_0 \cdot k_2 \cdot k_2 + k_0 \cdot k_1 \cdot k_1 \cdot k_2 + k_1 \cdot k_1 \cdot k_1 \cdot k_1 + k_0 \cdot k_0 \cdot k_0 \cdot k_0 \cdot k_3 + \\
 &+ k_0 \cdot k_0 \cdot k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 + k_0 \cdot k_0 \cdot k_2 \cdot k_1 \cdot k_1 + k_0^5 \cdot k_2 + k_0^4 \cdot k_1 \cdot k_1 + k_0^6 \cdot k_1 \\
 &+ k_0^8 = 117 + (49) + (20) + (16) + (16) + (20) + (9) + (8) + (4) + \\
 &+ (4) + (9) + (4) + (4) + (2) + (4) + (9) + (2) + (1) + (2) + (4) + (1) + (1) \\
 &\leq \underline{50 + 20 + 20} + \underbrace{20 + 20 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}_{+117} = 197
 \end{aligned}$$

Черковник

лист 7



16 = 2^4

144 + 25 = 169

$$\begin{array}{r} 441 \\ \times 9 \\ \hline 3969 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 28 \\ 729 \\ \times 9 \\ \hline 6561 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 561 \\ \times 9 \\ \hline 5049 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 049 \\ \times 9 \\ \hline 441 \end{array}$$

3658

387

$\frac{13}{40} + \frac{5}{40} + \frac{12}{50} k =$

$\frac{8}{40} + \frac{12}{50}$

2 4 6 8 10 12 | 14 16 18 | ... 2018 2020
2022

8 * 9 = 72



082644280

$$\begin{array}{r} 009 \\ 081 \\ 729 \\ 561 \\ 049 \\ 441 \\ 969 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 314 \\ \times 18 \\ \hline 1992 \\ + 1800 \\ \hline 5652 \end{array}$$

$\frac{2022}{3} = 672$

$$\begin{array}{r} 68 \\ 969 \\ \times 9 \\ \hline 8721 \end{array}$$

$\frac{5}{40} + \frac{4}{50} + \frac{3}{40}$

$\frac{4}{50} + \frac{3}{40}$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 436 \\ \times 9 \\ \hline 3924 \\ + 3500 \\ \hline 8516 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 609 \\ \times 9 \\ \hline 5481 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 88 \\ 489 \\ \times 9 \\ \hline 4401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 401 \\ \times 9 \\ \hline 3609 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 596 \\ \times 9 \\ \hline 5364 \end{array}$$

- 10^2 -> 2
- 10^3 -> 3
- 10^4 -> 4
- 10^5 -> 5

$\frac{8}{50} + \frac{\sqrt{115 - x^2 + 9^2}}{40}$

$$\begin{array}{r} 329 \\ 964 \\ 849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 481 \\ \times 9 \\ \hline 4329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 329 \\ \times 9 \\ \hline 2961 \end{array}$$



$\frac{x}{50} + \sqrt{\frac{9}{40} + \frac{15}{50}}$

$\sqrt{9^2 + 15^2} = \sqrt{306}$

$$\begin{array}{r} 841 \\ 569 \\ 121 \\ 089 \\ 801 \\ 209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 961 \\ \times 9 \\ \hline 8649 \\ + 6800 \\ \hline 15449 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 649 \\ \times 9 \\ \hline 5841 \\ + 1210 \\ \hline 7051 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 841 \\ \times 9 \\ \hline 7569 \\ + 1080 \\ \hline 8649 \end{array}$$

359
1
0

119

$\frac{18}{40} + \frac{9}{40} + \frac{15}{50}$

$\frac{9}{40} + \frac{15}{50}$

45 60

$$\begin{array}{r} 881 \\ 929 \\ 361 \\ 249 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 361 \\ \times 9 \\ \hline 3249 \\ + 2400 \\ \hline 5649 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 209 \\ \times 9 \\ \hline 1881 \\ + 3600 \\ \hline 5481 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ \times 9 \\ \hline 945 \\ + 2090 \\ \hline 3035 \end{array}$$

$$a = x^3 - 100x$$

$$\rightarrow a > 0, \text{ если } x > 10$$

$$b = x^2 - 16$$

$$\rightarrow b > 0, \text{ если } x > 4$$

$$c = x + 20 - x^2$$

$$\rightarrow c > 0, \text{ если } -4 < x < 5$$

$$c = (x^2 + 20 - x)$$

$$c = \left(\frac{-1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} \right) = \frac{\pm 9}{2} =$$

и



$x > 10$

$$2 < x < 5$$



$$y = -3x^2 + 2$$

$$\Rightarrow x = -4(-3x^2 + 2)^2 - 2$$

$$x = -4y^2 + 2$$

$$y = -4(9x^4 - 12x^2 + 4) + 2$$

$$y = -36x^4 + 48x^2 - 14$$

