



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Соколов Никита Павлович**

Класс: **11 класс**

Технический балл: **90**

Дата проведения: **13 марта 2022 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6	7
Оценка	15	15	15	15	15	5	10

Установив

используя $\sqrt[3]{2}$

$$B = \frac{\sqrt[6]{4-2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}+1}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt[6]{2(1-\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}+1}}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt[3]{(\sqrt{3}+1) \cdot (\sqrt{3}-1)}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{3-1}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = 1$$

$\sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^2} = \sqrt[3]{|1-\sqrt{3}|} = \sqrt[3]{\sqrt{3}-1}$

Нас Пусть A — сумма некой последовательности, где $a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

В ней 1-ый член равен: $\frac{3}{4}$; 2-ой — $\frac{5}{4 \cdot 9} = \frac{5}{36}$

1-ый + 2-ой: $\frac{3}{4} + \frac{5}{36} = \frac{3 \cdot 9 + 5}{36} = \frac{27+5}{36} = \frac{32}{36} = \frac{8}{9}$

Предположим что $A' = \frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2}$, где n — номер до которого считалась сумма последовательности.

Тогда разность между A'_n и A'_{n+1} : $A'_{n+1} - A'_n = \frac{(n+2)^2 - 1}{(n+2)^2} - \frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2} =$

$$= 1 - \frac{1}{(n+2)^2} - 1 + \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{(n+2)^2} = \frac{n^2 + 4n + 4 - n^2 - 2n - 1}{(n+1)^2(n+2)^2} =$$

$$= \frac{2n+3}{(n+1)^2(n+2)^2} = a'_{n+1}$$

$A'_{n+1} - A'_n = a'_{n+1}$ где a'_{n+1} — член ~~последовательности~~ с номером a'_{n+1}

В нашей последовательности (в условии) $a_{n+1} = \frac{2(n+1)+1}{(n+1)^2 \cdot (n+1+1)^2} =$

$$= \frac{2n+3}{(n+1)^2(n+2)^2} = A'_{n+1} - A'_n \Rightarrow \text{предположение верно} \Rightarrow A'_n = A_n \Rightarrow$$

$\Rightarrow a'_n = a_n$

$\Rightarrow A_n = \frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2} = 1 - \frac{1}{(n+1)^2} < 1$ при $n > 0 \Rightarrow A < B$

Ответ: B.

Число
№2

мст. №3

Если первая цифра 9, то пусть вторая $x \Rightarrow$ $\begin{cases} 9x \div 19 \\ 9x \div 23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=2 \end{cases}$

Если любые две соседние цифры образуют число $\div 19$ или $\div 23$, то эти числа могут быть равны:

$$19 \cdot 1 = 19 \quad 19 \cdot 2 = 38 \quad 19 \cdot 3 = 57 \quad 19 \cdot 4 = 76 \quad 19 \cdot 5 = 95$$

$$23 \cdot 1 = 23 \quad 23 \cdot 2 = 46 \quad 23 \cdot 3 = 69 \quad 23 \cdot 4 = 92$$

Всегда \rightarrow не могут быть ~~38, 46~~, $19 \cdot 0 = 23 \cdot 0 = 0$

Число начинается на 9 \Rightarrow вторая цифра или 5 или 2 \Rightarrow

\Rightarrow $\begin{cases} \text{если } 5, \text{ то } 1\text{-я цифра } 7 \Rightarrow 2\text{-я цифра } 6 \Rightarrow 3\text{-я цифра не} \\ \Rightarrow 5-a2-9, \Rightarrow \begin{cases} 6-a2-5 \\ 6-a2-2 \end{cases} \text{ повторится } \Rightarrow \\ \text{если } 2, \text{ то } 3\text{-я } -3, 4\text{-я } -8, \text{ и нет цифр начинающихся на } 8 \text{ (не является} \\ \text{второй цифрой)} \end{cases}$

\Rightarrow Первые цифры числа это 9576957695769... (повторяется по 4 \Rightarrow 505 раз)

$$\neq 2022 = 2020 + 2 = 4 \cdot 505 + 2$$

\Rightarrow Первые 2020 цифр это 9576...

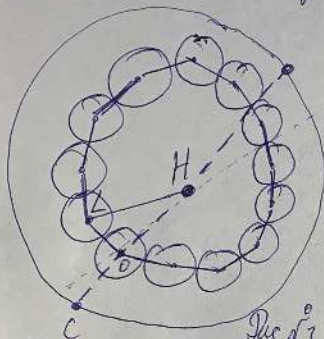
а последние две это 9 и x , где $\begin{cases} x=2 \\ x=5 \end{cases}$

Ответ: 2 или 5.

Чистовик
№4

мест. №4

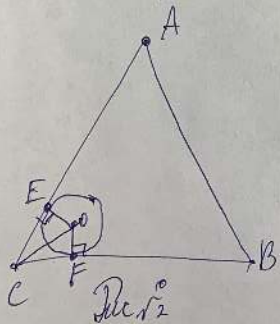
Рассмотрим конус "середина" (перпендикулярно основанию со стороны вершины конуса).
 ↑ Проекция всех шаров на основание конуса
 H — центр основания конуса



Все шары касаются друг друга.
 Точки касания лежат на ~~одной~~ линии центров шаров. \Rightarrow Центры шаров лежат на вершине правильного 13-угльника.

Рис. №1
 Шаров нечетное количество \Rightarrow ~~плоскость проходит от симметрии~~

Рассмотрим осевое сечение проходящее через точку касания двух шаров и диаметрального сечение другого шара (перпендикулярно на рис. №1). Тогда этой плоскости будут принадлежать и точка касания шара и боковой поверхности конуса.



$$EO = OF = 2$$

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{180^\circ - \angle BAC}{2} = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$$

\uparrow т.к. ΔABC равносторонний

$$\Rightarrow CO - \text{бис. } \angle ACB \Rightarrow \angle OCF = 30^\circ$$

$$\Rightarrow CF = OF \cdot \operatorname{ctg} \angle OCF = 2 \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ = 2\sqrt{3}$$

Радиус основания конуса равен $R = OH + CF$.

Рассмотрим $\triangle OKL$ с рис. №1:

№4 регулярное шестоборое сеч. №5



$$LO = 2r = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\angle = \frac{360^\circ}{13}$$

$$OK = OL \sin \frac{\angle}{2}$$

По теореме косинусов в $\triangle OKL$:

$$OK^2 + KL^2 - 2 \cos \angle \cdot OK \cdot KL = LO^2$$

$$2OK^2 - 2OK^2 \cdot \cos \frac{360}{13} = 4^2 = 16$$

$$OK^2 (1 - \cos \frac{360^\circ}{13}) = 8$$

$$OK = \sqrt{\frac{8}{1 - \cos \frac{360^\circ}{13}}}$$

$$R = OK + CF = 2\sqrt{3} + \sqrt{\frac{8}{1 - \cos \frac{360^\circ}{13}}}$$

$$\text{Ответ: } R = 2\sqrt{3} + \sqrt{\frac{8}{1 - \cos(\frac{360^\circ}{13})}}$$

Условие лист №6
№5

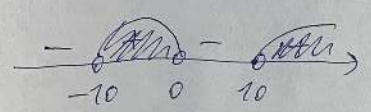
⇒ Чтобы среднее было неотрицательно необходимо, чтобы два числа из трех были неотрицательны:

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t > 4 \\ t \in (-10; 0) \cup (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t > 10 \\ t \in \left(\frac{73\pi}{6}; \frac{77\pi}{6} \right) \\ t \in \left(-10; -\frac{23\pi}{6} \right) \cup \left(-\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6} \right) \end{cases}$$

$a > 0$:

$$t^3 - 100t > 0$$

$$t(t^2 - 100) > 0$$

$$t(t-10)(t+10) > 0$$


$t \in (-10; 0) \cup (10; +\infty)$

$b > 0$:

$$2^t - 16 > 0$$

$$4 \cdot 2^t > 16$$

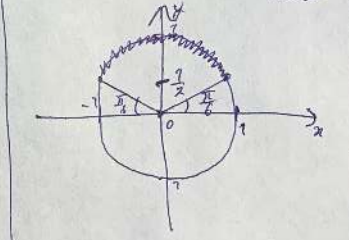
$$2^t > 2^4$$

$$t > 4$$

$c > 0$:

$$\sin t - \frac{1}{2} > 0$$

$$\sin t > \frac{1}{2}$$

$$t \in \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$$


(1): $t > 4$

$t \in \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \right)$ — поочередно рассмотрим $t \in [4; 10]$, πk

$t > 10$ уже рассмотрено в пункте

$$\begin{cases} 2\pi + \frac{\pi}{6} > 4 & \nearrow k=1 \\ 2\pi + \frac{\pi \cdot 5}{6} < 3\pi < 10 & \Rightarrow \\ \frac{\pi}{6} + 2 \cdot \pi \cdot 2 = 4\pi + \frac{\pi}{6} > 4\pi > 10 & \searrow k=2 \end{cases}$$

Условие лист №7
№5 продолжение 1

⇒ В промежутке $t \in (4; 10]$ входить один целый промежуток

$$t \in \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right) \text{ при } k=1.$$

$$t \in \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi; \frac{5\pi}{6} + 2\pi\right) \Rightarrow t \in \left(\frac{13\pi}{6}; \frac{17\pi}{6}\right)$$

(2): $\begin{cases} t \in (-10; 0) \cup (10; +\infty) \\ t \in \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right) \end{cases}$ Можно рассуждать только $t \in (-10; 0)$ т.к. $t > 10$ уже безопасно в решение.

$$t \in (-10; 0)$$

$$t \in \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right)$$

$k=-1: \begin{cases} \frac{\pi}{6} - 2\pi = -\frac{11\pi}{6} > -2\pi > -10 \\ \frac{5\pi}{6} - 2\pi = -\frac{7\pi}{6} > -2\pi > -10 < 0 \end{cases} \Rightarrow$ входить целый промежуток при $k=-1$

$k=-2: \begin{cases} \frac{\pi}{6} - 4\pi = -\frac{23\pi}{6} < -10 \\ \frac{5\pi}{6} - 4\pi = -\frac{19\pi}{6} > -10 \end{cases} \Rightarrow$ входить часть промежутка при $k=-2$
"лиценка сверху":
 $-\frac{19\pi}{6} > -\frac{19}{6} \cdot 3,14 = -\frac{19 \cdot 3,14}{6} = -3,16 \cdot 3,14 >$

$k=0: \begin{cases} \frac{\pi}{6} > 0 \\ \frac{5\pi}{6} > 0 \end{cases} \Rightarrow \emptyset$
 $> -3,14 \cdot 3,14 = -9,9855 > -10 \Rightarrow$
 $\Rightarrow -\frac{19\pi}{6} > -10$

$$\Rightarrow \begin{cases} t \in \left(\frac{\pi}{6} - 2\pi; \frac{5\pi}{6} - 2\pi\right) \\ t \in (-10; \frac{5\pi}{6} - 2\pi \cdot 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \in \left(-\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}\right) \\ t \in (-10; -\frac{19\pi}{6}) \end{cases}$$

№5 продолжение 2

метод Уинера

Ответ:

$$\textcircled{=} t \in (-10; -\frac{19\pi}{6}) \cup (-\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}) \cup (\frac{13\pi}{6}; \frac{17\pi}{6}) \cup (20; +\infty).$$

Числовик
№6

лист №9

$$a \operatorname{tg}^3 x + (1-a-2a^2) \operatorname{tg}^2 x + (2a^2-2a-1) \operatorname{tg} x + 2a = 0$$

Замена переменной: $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

$t = \operatorname{tg} x$. $t \in \mathbb{R}$ каждому t соответствует одно значение x .

$$at^3 + (1-a-2a^2)t^2 + (2a^2-2a-1)t + 2a = 0$$

$$at^3 - (2a^2+a-1)t^2 + (2a^2-2a-1)t + 2a = 0$$

$$at^3 - (2a^2-2a-1)t^2 - 3at^2 + (2a^2-2a-1)t + 2a = 0$$

$$(2a^2-2a-1)t(1-t) + at^2 \cancel{2a} (t-1) + 2a - 2at^2 = 0$$

$$(1-t)t(2a^2-2a-1) + at^2(t-1) + 2a(1-t)(1+t) = 0$$

$$(1-t)(2a^2t - 2at - t - at^2 + 2a(1+t)) = 0$$

$$\boxed{t=1}$$
$$2a^2t - 2at - t - at^2 + 2a + 2at = 0 \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ 2a^2t - at^2 + 2a - t = 0 \end{cases} \quad (\Leftrightarrow) \begin{cases} t=1 \\ at(2a-t) + (2a-t) = 0 \end{cases} \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ (2a-t)(at+1) = 0 \end{cases} \quad (\Leftrightarrow) \begin{cases} t=1 \\ 2a=t \\ at=-1 \end{cases}$$

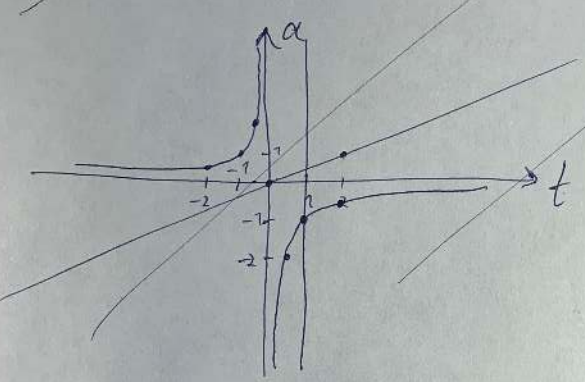
Условие $a \neq 0$
 $\sqrt{6}$ продолжение 1

$t=1$ - график уравнения

$a = \frac{t}{2}$ - прямая Pr. линейная
 $a \neq 0 \Rightarrow t \neq 0$

$a t = -1 \Rightarrow t=0, a \neq 0 \Rightarrow t \neq 0$
 $t \neq 0: a = -\frac{1}{t}$

$\frac{a \pm \sqrt{a^2 - 2}}{a}$
 $\frac{t/2 \pm \sqrt{(t/2)^2 - 2}}{t/2}$
 $\frac{1/2 \pm \sqrt{1/4 - 2}}{1/2}$
 $\frac{1/2 \pm \sqrt{-7/4}}{1/2}$
 $\frac{1 \pm \sqrt{-7}}{1}$
 $\frac{-1 \pm \sqrt{-7}}{2}$



Найдем минимальное расстояние между t_1 и t_2

$\frac{t_1}{2} = -\frac{1}{t_2}$
 $t_1 t_2 = -2$
 $t_2 = t_1 + \Delta t$
 $t_1(t_1 + \Delta t) = -2$

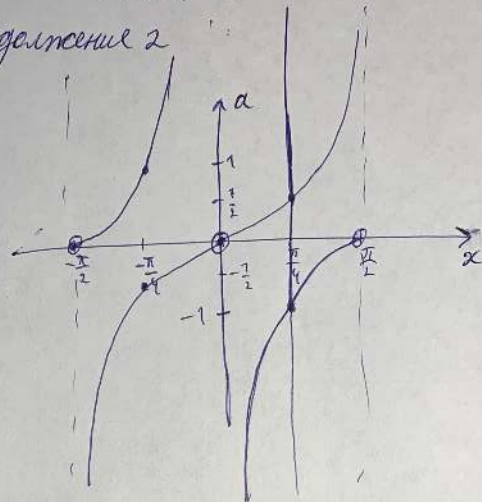
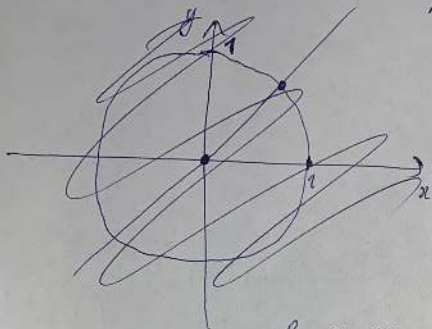
Δx - расстояние между корнями

$a \neq 0$ или $a=0$
 $\begin{cases} \text{tg } x = 2a \\ \text{tg } x = 1 \\ \text{tg } x = -\frac{1}{a} \quad (a \neq 0) \end{cases}$

$\begin{cases} \text{tg } x = 1 \\ \text{tg } x = 0 \end{cases}$ - 2 корня
 $\begin{cases} \text{tg } x = \frac{\pi}{4} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = \frac{\pi}{4}$ при $a=0$.

Если все 3 корня, то $\Delta x = \min$, когда расстояние между всеми корнями одинаково.

Условием для $\sqrt{1+a}$
 в продолжении 2



$$\lim_{x \rightarrow 0} a = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0} a = +\infty$$

$$a = -\frac{1}{\operatorname{tg} x} \quad a = -1 \quad -1$$

$$a = \frac{\operatorname{tg} x}{2} \quad a = \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} a = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} a = -\infty$$

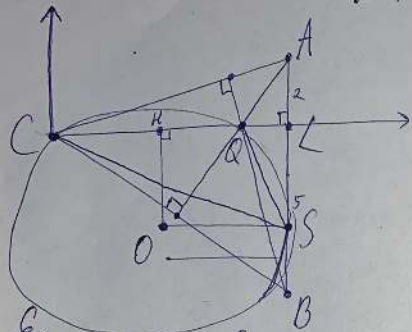
$$\operatorname{tg} x = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{при } a \neq 0 \quad \Delta x \text{ между } \left(-\frac{1}{\operatorname{tg} x}\right) \text{ и } \left(\frac{\operatorname{tg} x}{2}\right) > \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta x_{\min} = \frac{\pi}{4}, a = 0$$

$$\text{Ответ: } a = 0, \Delta x_{\min} = \frac{\pi}{4}$$

Условие
 $\sqrt{7}$

лист №12



Если точку S можно отложить ~~на~~ BL, т.к. $BL > AL$; $CQ \perp AB$.
 (на AL, то можно и на)
 (поперечный по условию)

Пусть $LS = x$.

$$\angle S = \max \Rightarrow \sin \angle S = \max$$

$$R_{osc} = \frac{CQ}{2 \sin \angle S} = \min \Rightarrow \omega(O; R_{osc}) \text{ касается } AB.$$

↑ окружность описанная около $\triangle QSC$ $\omega(O; R)$

$$OC = OQ = OS = R$$

$$OS \perp AB, AB \perp CL \Rightarrow CL \parallel OS.$$

$$x^2 = QL \cdot CL$$

$$HQ = \frac{CQ}{2} = \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$QL = R - HQ = R - \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$CL = 2HQ + QL = 2\sqrt{R^2 - x^2} + R - \sqrt{R^2 - x^2} =$$

$$= R + \sqrt{R^2 - x^2}$$

~~и т.д.~~

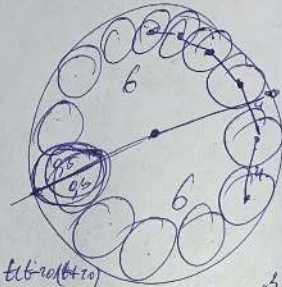
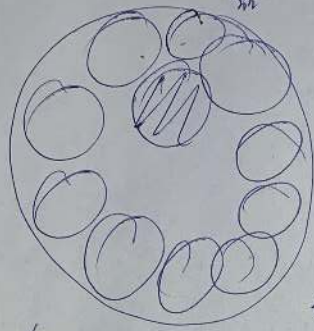
$$\sin(-\frac{127}{6})$$

$$\sin(-\frac{127}{6}) = \sin \frac{5\pi}{6}$$

Memeriksa mem n° 13

$$(2a^2 - 2a - 1)t(1-t) + at^3 + 2a - 3t^2 = 0$$

$$2at^2 - 2t + 1 + at^3 - 3t^2 = 0$$



to: a=0

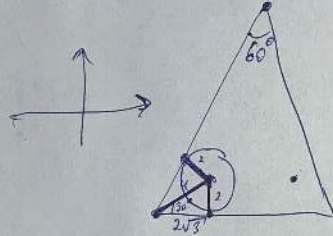
$$2a^2 - 2a - 1 = 0 \quad \sin 20 = \frac{1}{2}$$

titik (0,1)

$$\begin{array}{r} 19/6 \\ - 219,16 \\ \hline 22 \\ - 234 \\ \hline 1340 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13,74 \\ 3,25 \\ \hline 25,85 \\ 217 \\ \hline 265 \end{array}$$

lingkaran 4



$$2 \cdot 3,74 + \frac{3,74}{6}$$

$$\frac{3,74}{6}$$

6,7

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 6} \\ 38 \\ \hline 28 \\ \hline 20 \\ \hline 6 \\ \hline 40 \\ \hline 36 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13,76 \\ 3,25 \\ \hline 15,80 \\ 3,76 \\ \hline 9,48 \\ 9,9540 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 9 \\ \hline 23,77 \\ 3,25 \\ \hline 25,85 \\ 217 \\ \hline 265 \\ 9,9855 \end{array}$$

$$\frac{360}{12}$$

$$\frac{360}{1}$$

Memorise

Memorise

$$2 \rightarrow (n+2)(n^2-2n+4) + 2n - n(n+4)$$

~~$$\frac{n \times n - n + 8}{n^2 - 2n + 4} \times \frac{n-2n+4}{n}$$

$$\frac{3n^2 - 3n + 8}{3n^2 - 3n + 8}$$~~

$$\frac{3 \cdot 3^2 + 5}{2^2 \cdot 3^2}$$

$$\frac{4^2 \cdot 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 4^2 + 4}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{36}$$

$$\frac{4}{3^2 \cdot 4^2}$$

$$\frac{4}{9 \cdot 36} = \frac{4}{324}$$

$$\frac{1}{9}$$

$$\frac{9}{36}$$

$$\frac{4}{36}$$

$$\frac{16}{9 \cdot 36} \quad \frac{9}{9 \cdot 36}$$

$$\frac{9}{4^2 \cdot 5^2} = \frac{9}{4^2 \cdot 5^2} = \frac{9}{16 \cdot 25}$$

$$\frac{9}{4^2} \left(n + \frac{1}{9} - \frac{1}{25} \right)$$

$$R = \sqrt{R^2 - n^2} + QL$$

$$Cl = QL + 2\sqrt{R^2 - n^2}$$

$$1 - \frac{3}{4} \quad \frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2}$$

$$2 - \frac{8}{9}$$

$$3 - \frac{24}{25}$$

$$\frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2} + \frac{(n+2)^2 - 1}{(n+2)^2} =$$

~~$$\frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2} - \frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2}$$~~

$$\frac{(n+2)^2 - 1}{(n+2)^2} - \frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2} =$$

$$= 1 - \frac{1}{(n+2)^2} - 1 + \frac{1}{(n+1)^2}$$

$$= \frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{(n+2)^2}$$

$$= \frac{(n+2)^2 - (n+1)^2}{(n+1)^2 (n+2)^2}$$

$$= \frac{n+4 - 2n+1}{(n+1)^2 (n+2)^2}$$

$$= \frac{2n+3}{(n+1)^2 (n+2)^2}$$

$$\frac{4}{9 \cdot 5}$$

$$\frac{7}{9 \cdot 2}$$

→ 6

5

2

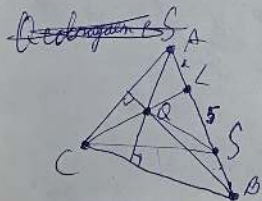
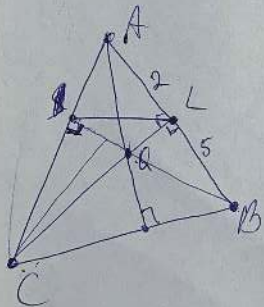
23

23

46

69

92



$$\begin{array}{r} 33 \\ 2434 \\ \times 9 \\ \hline 3906 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 231 \\ \times 9 \\ \hline 306 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ 435 \\ \times 9 \\ \hline 3915 \end{array}$$

метод 15

$$\frac{n^3}{(n-1)^2(n-1)^2} + \frac{n+2}{(n-1)n^2}$$

$$f_{-n} = \sqrt[9]{2^9} = 2 \quad \sqrt[9]{2^{18}} = 2^2$$

$$f_{-...} = \sqrt[9]{\sqrt[9]{2^9}} = \sqrt[9]{2}$$

$$n^3 + (n+1)(n-2)^2$$

$$n^3 + (n^2 - 4)(n-2)$$

$$n^3 + n^2 - 2n^2 - 4n + 8$$

$$\frac{2n^3 - n^2 - 4n + 8}{(n-1)^2(n-2)^2}$$

$$2^{91}$$

$$\frac{n+2}{n^2(n+1)^2} + \frac{n+4}{(n+1)^2(n+2)^2}$$

$$\sqrt[9]{\frac{360}{73}}$$

$$\sqrt[9]{\frac{27}{3}}$$

$$\begin{array}{r} 719^3 \\ + 235 \\ \hline 2305 \end{array}$$

$$\frac{2n^2(2 - \cos \frac{360}{73})}{4} + \frac{5}{36}$$

$$a = \frac{\sqrt[9]{27}}{2 - \cos \frac{360}{73}}$$

$$\frac{3 \cdot 9 + 5}{36} = \frac{27 + 5}{36} = \frac{32}{36} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{(n+2)^2 - 1}{(n+2)^2}$$

$$\frac{7}{3^2 \cdot 4^2} = \frac{7}{9 \cdot 16}$$

$$\frac{8 \cdot 16 + 7}{9 \cdot 16} = \frac{125}{144} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{(n+2)^3 + (n+4)n^2}{n^2(n+1)^2(n+2)^2}$$

$$\frac{n^3 + 6n^2 + 12n + 8 + n^3 + 4n^2}{n^2(n+1)^2}$$

$$\frac{26}{128}$$

$$27$$

$$\frac{2n^3 + 10n^2 + 12n + 8}{(n+1)^2}$$

$$\frac{15}{16} + \frac{9}{4^2 \cdot 5^2}$$

$$2n^3 + 10n^2 + 12n + 8$$

$$\begin{array}{r} n^3 + 5n^2 + 6n + 4 \quad | \quad n^2 + 2n + 1 \\ n^3 - 2n + 1 \quad | \quad n \\ \hline 4n^2 + 5n + 4 \end{array}$$

$$\frac{15 \cdot 25 + 9}{4^2 \cdot 5^2} = \frac{384}{4^2 \cdot 5^2} = \frac{24}{25}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ + 25 \\ \hline 50 \\ + 25 \\ \hline 75 \\ + 25 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 384 \quad | \quad 76 \\ 32 \quad | \quad 24 \\ \hline 64 \end{array}$$

Черновик лист № 26

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)^2}} =$$