



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Сорокин Игорь Сергеевич**

Класс: **7 класс**

Технический балл: **65**

Дата проведения: **12 марта 2022 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6
Оценка	15	0	15	15	0	20

Чистовик

№1.

Давайте запишем ~~все суммы~~ сумму всех сумм, а именно:

$(A+B) + (B+B) + (B+A)$, она равна удвоенной настоящей сумме поднятых весов, а именно: $\frac{240+250+220}{2} = \frac{710}{2} = 355 \text{ кг}$.

Далее давайте посчитаем вес, который поднял каждый участник:

Для А:

Сложим пары, где участвовал А и получим $(A+B) + (A+B) = 460 \text{ кг}$, заметим, что отсюда можно выделить сумму $A+B+B$, а она равна 355, значит А поднял $460 - 355 = 105 \text{ кг}$, аналогично находим для Б и В и получаем,

Б = 115 кг, а В = 135 кг, значит поднял В, поднял 135 кг.

№2.

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

тогда $2022 = \frac{xy}{x+y} \Rightarrow 2022 = \frac{xy}{x+y}$, тогда $xy : 2022$, а значит где-то в числе

х или числе у присутствуют простые множители 337, 3 и 2.

Давайте найдем, что первое уравнение, это ~~какое~~ уравнение

$$\frac{1 \cdot k}{2022 \cdot k} = \frac{y+x}{xy} \quad \text{тогда } x \text{ и } y, \text{ это либо } (0;0), \text{ либо}$$

числа, которые при приведении к общему знаменателю при сокращении дают 2022, а это (6066; 3033) (1011; 1011) Тогда уравнение имеет

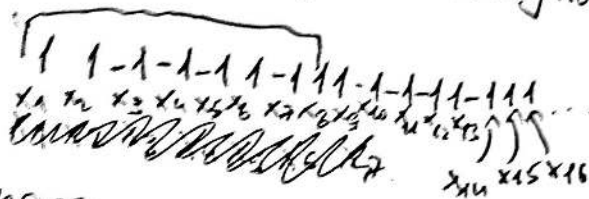
два решения.

Страница 1 ⁸₁₃₈

Числовик.

№4.

Давайте продолжим нашу последовательность:



Заметим, что набор ~~последовательности~~ есть последовательности, которое

повторяется каждые 7 членов, давайте найдём ближайшее число к 2022, которое кратно 7, это число ²⁰²³ 2023, значит число 2022 имеет в последовательности, а знаки $x_{2022} = 1$.

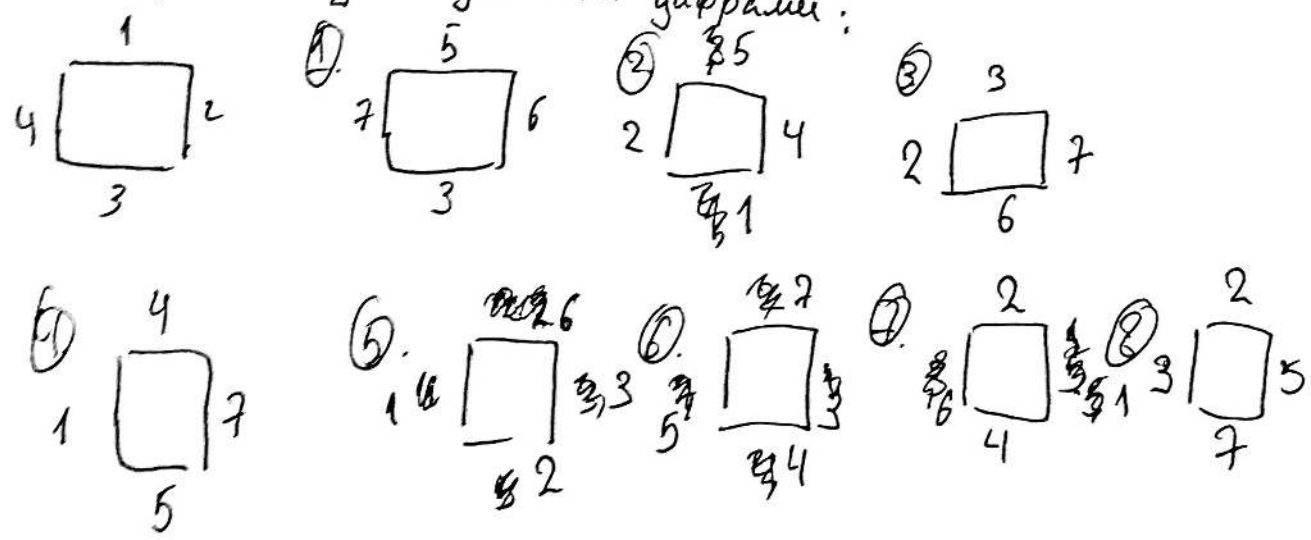
№6.

Для начала выполним задачу:

За год мы можем не более 3 цветов лампочек, каждая лампочка должна погореть ещё в 6 цветах кроме начального, значит всего 24 цвета, таким образом меньше чем за 8 годов мы не справимся.

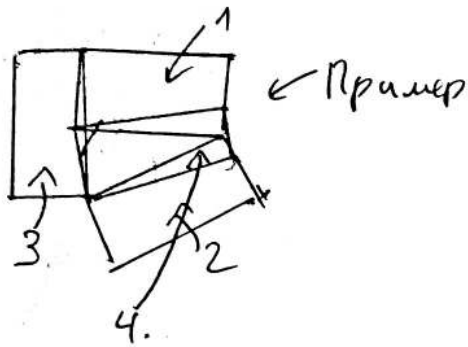
Пример:

Для удобства цвета заменим цифрами:



Давайте будем использовать прямоугольники с отношением сторон

1:2:



Черновик.

№1

A B B

$A+B=220\text{кг}$ $A+B+A+B+B+B=220+240+250=490+220=710$ — угловый вес,

$A+B=240\text{кг}$ тогда $\frac{710}{2}=355\text{кг}$

$B+B=250\text{кг}$ $A+B+B+A=460\text{кг}$, тогда $A=105\text{кг}$, аналогично:
 $B=470-355=115\text{кг}$, а $B=480-355=135\text{кг}$.

Поделим B пополам 135 кг.

№2

$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

$\frac{2022}{xy} + \frac{2022}{xy} = 1$

$\frac{2022}{xy} + \frac{2022}{x} = 1$

$2022 = \frac{xy}{x+y} \Rightarrow 2022x + 2022y = xy$

2022

до 40

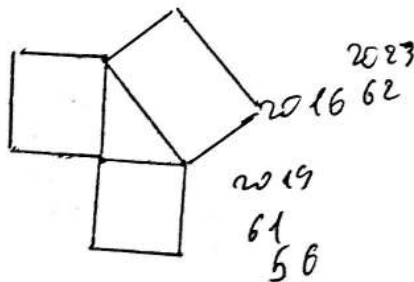
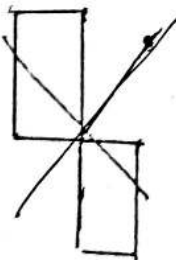
$$\begin{array}{r} x \ 42 \\ + \ 42 \\ \hline 1884 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 47 \\ + 47 \\ \hline 94 \\ \hline 329 \\ + 188 \\ \hline 2209 \\ \hline 13 \end{array}$$

~~$\frac{2022(x+y)}{xy} = 1$~~

$2022x + 2022y = xy$

$2022x - xy + 2022y = 0$



$$\begin{array}{r} + \ 176 \\ 176 \\ \hline 4936 \end{array}$$

$64 + 22 = 86$

1011

$$\begin{array}{r} 2022 \\ + 2022 \\ \hline 4044 \\ \hline 4044 \\ \hline 8088 \\ \hline 8088 \\ \hline 16176 \end{array}$$

$2022 = \frac{xy}{x+y}$

$x = x \cdot \frac{2022}{x-2022}$

~~$(x-2022) + 2022y$~~

$2022x + 2022y = xy$

$\frac{x \cdot xk}{x+xk} = 2022 \Rightarrow x + x \frac{2022}{x-2022}$

$\frac{x^2k}{x(k+1)} \cdot \frac{xk}{k+1} = 2022$

$xk = 2022k + 2022$

$k(x-2022) = 2022$

$x = \frac{2022}{x-2022} = \frac{2022}{k}$

$k = \frac{2022}{x-2022}$

4 238
24 433

Черновики

ХУ: 2027, а значит в нём есть такие простые

факторы как 337, 2, 3, а значит

$$x+y$$

∴ ХУ-чётно.

$$2027x + 2027y = xy -$$

$$2027 + \frac{2027}{x} = y$$

$$\frac{2027}{y} + \frac{2027}{x} = 1.$$

$$\frac{2027(x+y)}{xy} = 1, \text{ тогда}$$

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{1}{2027}.$$

$$2027x + 2027y - xy =$$

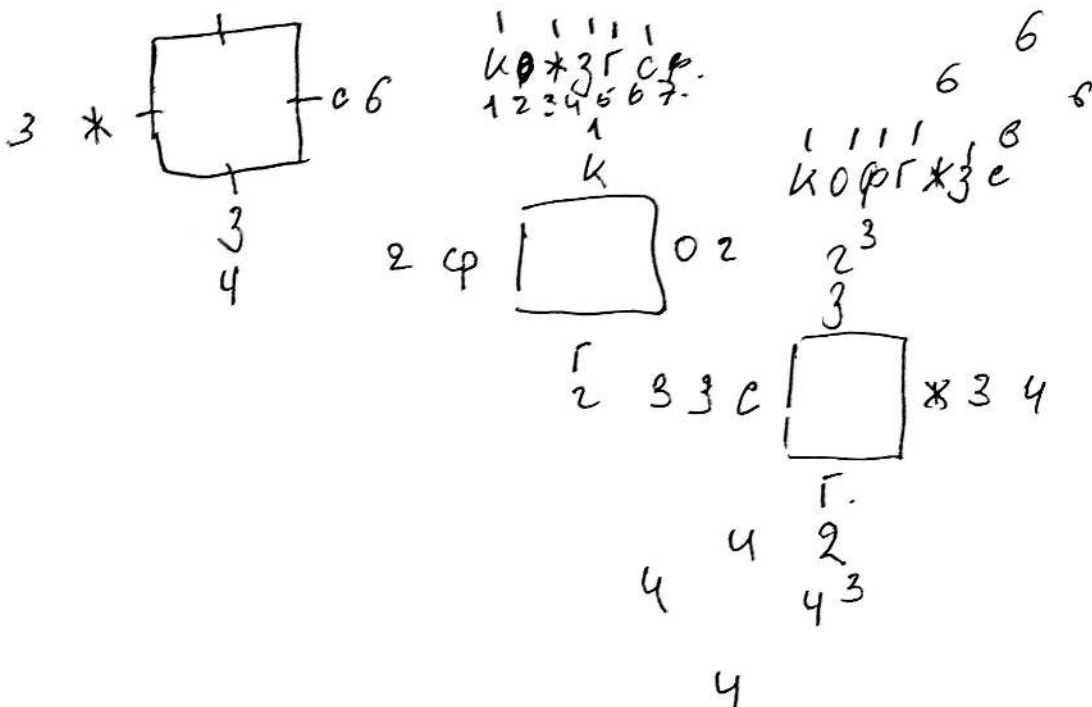
$$0 \Rightarrow 2027x - xy + 2027y = 0.$$

$$2027(x+y) - xy = 0.$$

$$\frac{1}{2027} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

126.

24
8



5 из 8

Церковник

№4.

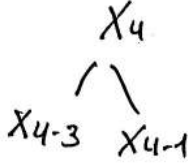
$$X_n = X_{n-1} \cdot X_{n-3}$$

4



$$X_{n-4} \cdot X_{n-2}$$

$$X_{n-7} \cdot X_{n-3}$$



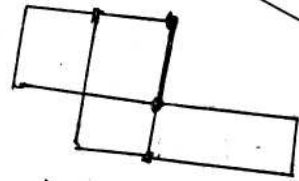
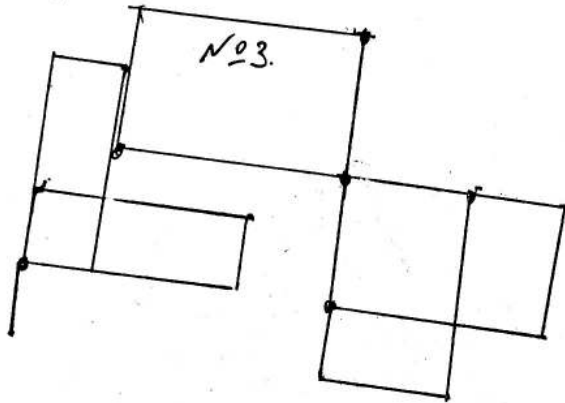
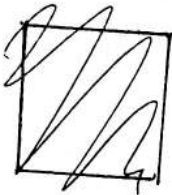
X5

1 1 -1 -1 -1 1 -1 1 -1 -1 1

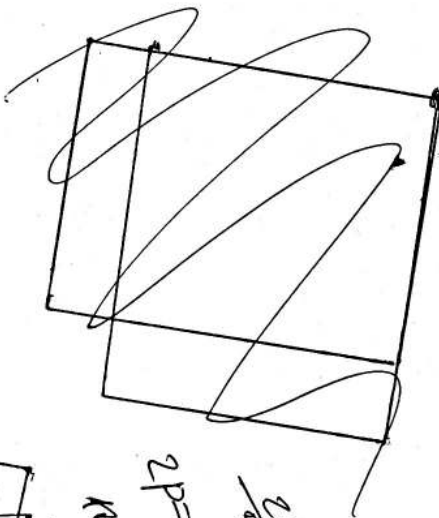
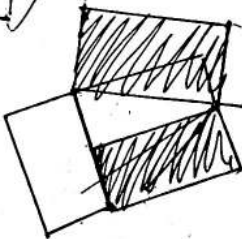
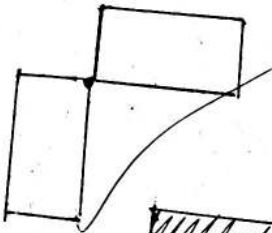
Єсь доказательство, но оно через последовательность.

1 1 -1 -1 -1 1 -1 1 1 -1 -1 1 1 -1

4n

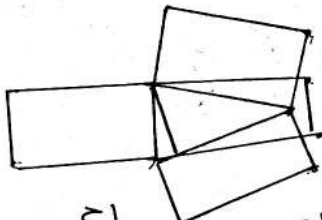


$$\frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} + \frac{1}{2024}$$



$$\frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} + \frac{1}{2024}$$

$$\frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} + \frac{1}{2024} = \frac{2}{4048} + \frac{1}{6060.8} + \frac{1}{2024}$$



2p = 2k
k = 2p

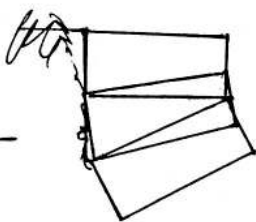
$$\frac{2k}{1011 \cdot 2 \cdot y}$$

$$\frac{1011 \cdot 2 \cdot k}{1011 \cdot 2}$$

$$1011 \cdot 2 + 1011 \cdot 2$$

$$\frac{1011 \cdot 2 \cdot k}{1011 \cdot 2} = \frac{1011 \cdot y}{1011 \cdot 2} \times 1011 \cdot 2$$

$$\frac{1011 \cdot 2 \cdot k}{1011 \cdot 2} = \frac{1011 \cdot p}{1011 \cdot 2}$$



1011 \cdot 2p^2 = 1011 \cdot 2kp
1011 \cdot p = 1011 \cdot 2k

Числа
 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$

$n \geq 4$

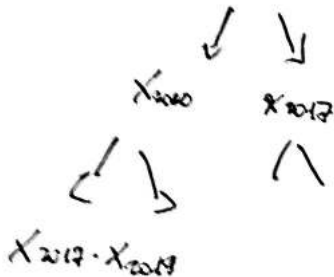
$\lambda_n = -1 \cdot 1 = -1 = -1$

1, -1

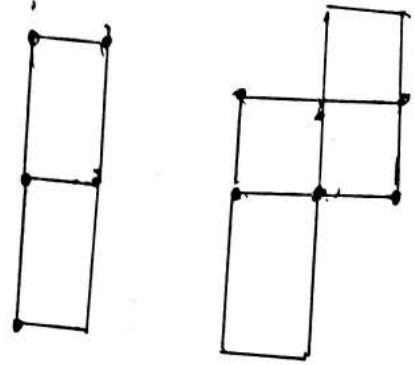
$\lambda_n \lambda_{n-1} \cdot \lambda_{n-3}$ 1 1 -1 -1 -1 1 -1 1

$\lambda_{n-1} = \lambda_{n-4} \cdot \lambda_{n-2}$

$\lambda_{2011} = \lambda_{2014} \cdot \lambda_{2018}$



Анализе го-еи, не по возмозжно, так как



$x = \varrho_1 + \varrho_2 + \varrho_3 + \varrho_4 + \dots$

337 2 3. $y = \varrho_1 + \varrho_2 + \varrho_3 + \varrho_4 + \dots$

$\varrho_1 + \varrho_2$

$\varrho_1 + \varrho_2 + \varrho_3$ $x + y =$

$\frac{1}{2011} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

$337 \cdot 2 \cdot 3$

$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

знаки xy - одинаково, значит xy четно, тогда

$(337 \cdot 2 \cdot 3) \cdot 2011 (x+y)$

~~$x+y = \frac{x+y}{2011}$~~

$x = 237 \cdot 337$

$x+y = x+y$

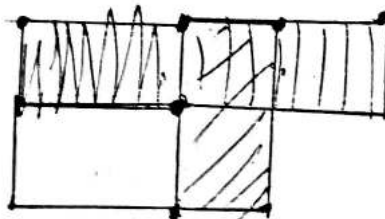
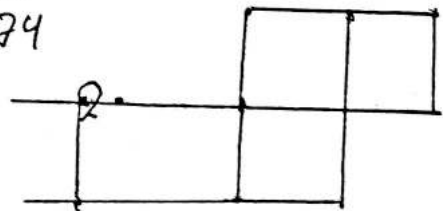
$y = 6 \cdot 337$

674

1 Если одно из чисел.

$x=0$

$y=0.$



7 у 8

Черновик

№51

a b c d e

ab c d e

ab bc cd de

$(\overline{ab} + \overline{bc})(\overline{bc} + \overline{cd})(\overline{cd} + \overline{de}) = 157605$

4 5
4 5

4 5
4 5

значит, одно из чисел
паре чётно, а другое
нечёт.

в каждой
107
132
1534
1282

$99 + 99 =$

$50 \times \frac{2500}{55} = 125000$

2 3 } числа из которых можно получить
1 4 } 5 на конце.
5 0.

$(12+23)(23+59)(99+72)$

35

$\times 35$
 $\times 59$

$+ 59$
 $+ 84$
 $+ 295$
 $+ 177$
 2065

$\begin{array}{r} 2065 \\ 109 \\ \hline 18585 \\ 2065 \end{array}$

Чистовик Страница 1 из 8
№1.

Давайте запишем ~~все суммы~~ сумму всех сум, а именно:

$(A+B) + (B+B) + (B+A)$, она равна удвоенной настоящей сумме под-
нятых весов, а именно: $\frac{240+250+220}{2} = \frac{710}{2} = 355$ кг.

Далее давайте посчитаем вес, который поднял каждый участник:

Для А:

Сложим пары, где участвовал А и получим $(A+B) + (A+B) = 460$ кг, заметим,
что отсюда можно выделить сумму $A+B+B$, а она равна 355, значит А поднял
 $460 - 355 = 105$ кг, аналогично находим для Б и В и получаем,

Б = 115 кг, а В = 135 кг, значит поднял В, подняв 135 кг.

№2.

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

или $2022 = \frac{x+y}{xy} \Rightarrow 2022 = \frac{xy}{x+y}$, тогда $xy : 2022$, а значит где-то в числе

Х или числе у присутствуют простые множители 337, 3 и 2.

Давайте найдем, что первое уравнение, это ~~какое~~ уравнение

$$\frac{1-k}{2022-k} = \frac{y+x}{xy} \Rightarrow xy = 2022k, \text{ тогда } x \text{ и } y, \text{ это либо } (0;0), \text{ либо}$$

числа, которые при приведении к общему знаменателю при сокращении
дадут 2022, а это (6066; 3033) (1011; 1011) Тогда уравнение имеет
два решения.

Страница 1 из 8

Числовик. Страница 2 из 8
№4.

Давайте продолжим нашу последовательность:

$1 \ 1-1-1-1-1-1 \ 1-1-1-1-1-1 \ 1-1-1-1-1-1 \dots$
 $x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{14} \ x_{15} \ x_{16}$

Заметим, что набор $\{1, -1\}$ есть последовательность, которая повторяется, и

повторяется каждые 7 членов, давайте найдём ближайшее число n такое, которое кратно 7, это число 2023 , значит число 2022 имеет из последовательности, а значит $x_{2022} = 1$.

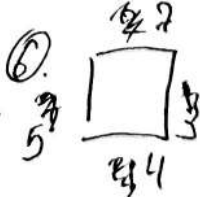
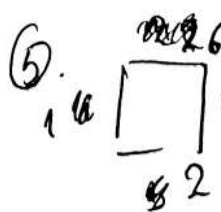
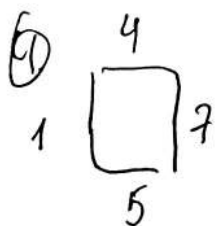
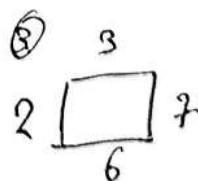
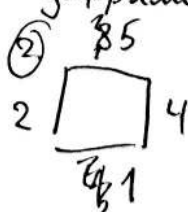
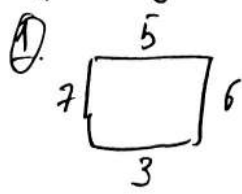
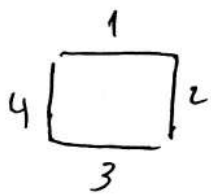
№6.

Для начала вытолкнув Оуэнку:

Заход мы можем не более 3 цвета лампочек, каждая лампочка должна погореть еще в 6 цветах кроме начального, значит всего 7 цветов, таким образом меньше чем за 8 ходов мы не справимся.

Пример:

Для удобства цвета заменены цифрами:

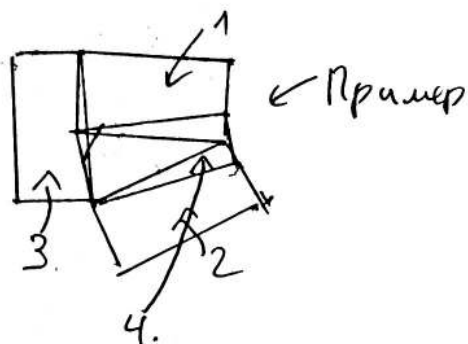


Числові. Сір 3 шзв

№3.

Акайте Будем использовать прямоугольники с отношением сторон

1:2:



Черновик. Стр 4 из 8
№1

A B B

$A+B=220\text{кг}$ $A+B+A+B+B+B=220+240+250=490+220=710$ - упрощенный вид,

$A+B=240\text{кг}$ тогда $\frac{710}{2}=355\text{кг}$

$B+B=250\text{кг}$ $A+B+B+A=460\text{кг}$, тогда $A=105\text{кг}$, аналогично;

$B=470-355=115\text{кг}$, а $B=480-355=125\text{кг}$.

Поделим B пополам 125 кг.

№2.

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

$$\frac{2022}{xy} + \frac{2022y}{-xy} = 1$$

$$\frac{2022}{xy} + \frac{2022}{x} = 1$$

$$2022 = \frac{xy}{x+y} \Rightarrow 2022x + 2022y = xy$$

2022

до 40

$$\begin{array}{r} x \ 42 \\ x \ 42 \\ \hline + \ 168 \\ \hline 175 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 47 \\ \times 47 \\ \hline 329 \\ + 188 \\ \hline 2209 \end{array}$$

~~$\frac{2022(x+y)}{xy} = 1$~~

$$\begin{array}{r} 45 \\ 45 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$2022x + 2022y = xy$$

$$2022x - xy + 2022y = 0$$

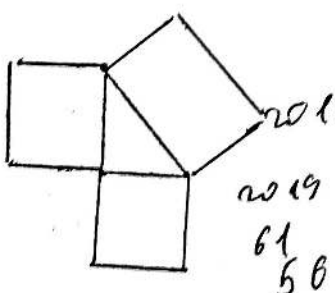
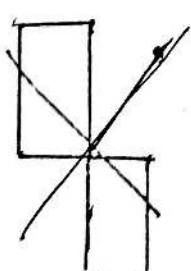
$$\begin{array}{r} 44 \\ 44 \\ \hline + 176 \\ \hline 176 \end{array}$$

$$64 + 22 = 86$$

$$1011$$

~~$$x(2022-y) + 2022y$$~~

$$2022x + 2022y = xy$$



$$2022 = \frac{xy}{x+y}$$

$$x = x \cdot \frac{2022}{x-2022}$$

$$\frac{x \cdot xk}{x+xk} = 2022 \cdot x + x \cdot \frac{2022}{x-2022}$$

$$\frac{x^2k}{x(k+1)} \cdot \frac{xk}{k+1} = 2022$$

$$xk = 2022k + 2022$$

$$k(x-2022) = 2022$$

$$x - 2022 = \frac{2022}{k}$$

$$k = \frac{2022}{x-2022}$$

~~1011~~

Черковник

Стр 5 из 8

Ху: 2022, а значит в нем есть такие простые

делители как 3, 2, 3, а значит

$$x+y$$

· Ху-чисто.

$$2022x + 2022y = xy -$$

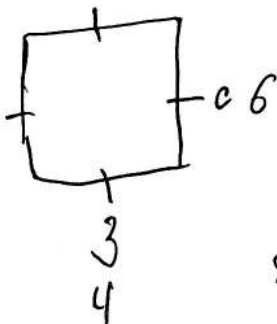
$$2022 + \frac{2022y}{x} = y$$

$$\frac{2022}{y} + \frac{2022}{x} = 1.$$

$$\frac{2022(x+y)}{xy} = 1, \text{ тогда}$$

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{1}{2022}.$$

1
k



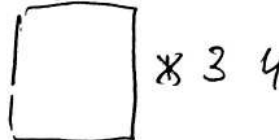
1 1 1 1
k * 3 Γ c φ.
1 2 3 4 5 6 7.



Γ 2 3 3 c

1 1 1 1
k o φ Γ * 3 c

2³
3



Γ.

4 4 2
4 3

4

106.

24
8

Церковних Сір 6 уз 8 №4.

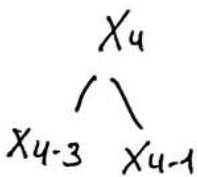
4

$$X_n = X_{n-1} \cdot X_{n-3}$$



$$X_{n-4} \cdot X_{n-2}$$

$$X_{n-7} \cdot X_{n-3}$$

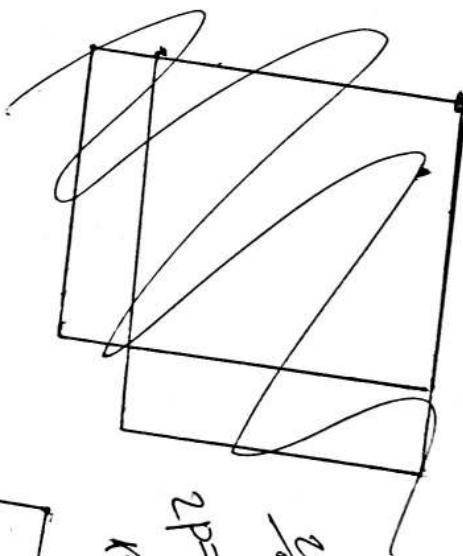
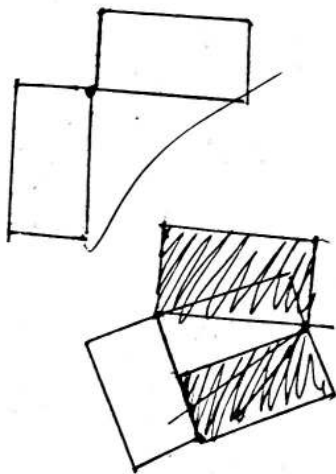
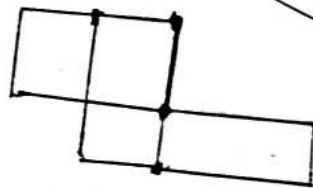
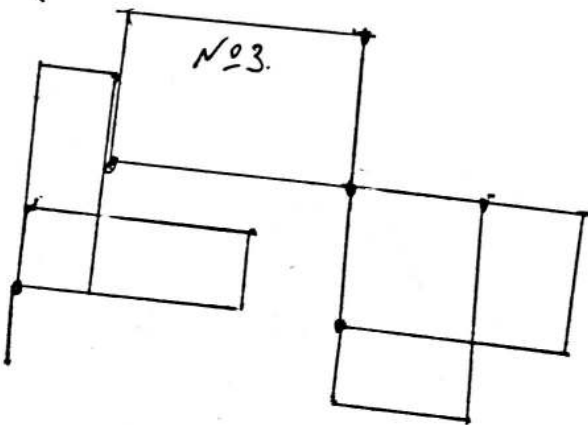
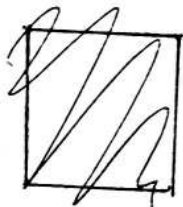


X6

1 1-1-1-1-1-1 1-1-1-1-1-1-1

Есть доказательство, но оно через последовательность.

1 1 -1 -1 -1 1 -1 1 -1 -1

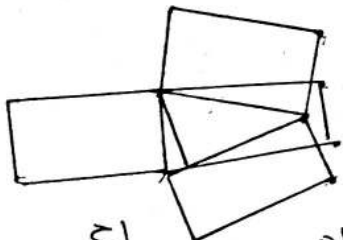


$$\frac{1}{2022} + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2022}$$

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

$$\frac{2}{4048} = \frac{1}{6060.3} + \frac{1}{6060.3}$$

$$4 \cdot 1011 \cdot 2p^2 = 1011 \cdot 24p$$

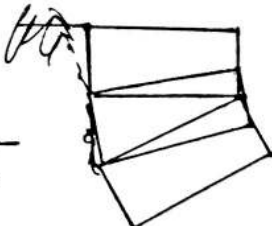


2p = 2k

$$\frac{2k}{1011 \cdot 2 \cdot y}$$

$$\frac{1011 \cdot 2 \cdot k}{1011 \cdot 2 \cdot y} = \frac{1011 \cdot y}{1011 \cdot 2} \cdot \frac{1}{1011 \cdot 2}$$

$$\frac{1}{1011 \cdot 2k} = \frac{1}{1011 \cdot 2p}$$



$$\frac{1011 \cdot 2 \cdot x \cdot y}{1011 \cdot 2}$$

$$1011 \cdot 2 \cdot x \cdot 1011 \cdot y$$

1011

Числовий ряд x_n

x_1, x_2, x_3, \dots

$1; -1$

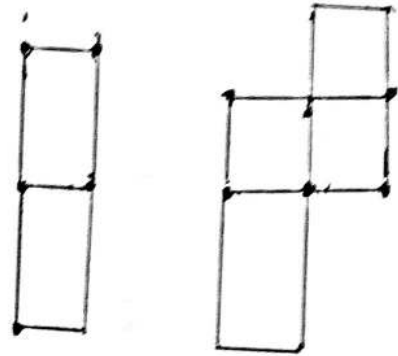
$n \geq 4$

$x_n = -1 \cdot 1 = -1 = -1$

$x_n = x_{n-1} \cdot x_{n-3}$ 1 1 -1 -1 -1 1 -1 1

$x_{n-1} = x_{n-4} \cdot x_{n-2}$

$x_{2022} = x_{2021} \cdot x_{2019}$



$x = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots$

337 2 3 $y = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots$

$1 + 1 + 1$

$x + y =$

$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

$337 \cdot 2 \cdot 3$

$2022(x+y) = xy$

значення x, y - цілі, значення x, y - парні, тоді

$(337 \cdot 2 \cdot 3) \cdot 2022 (x+y)$

$2022 (x+y)$

$x + y = x + y$

$y = 6 \cdot 337$

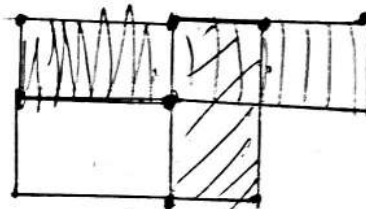
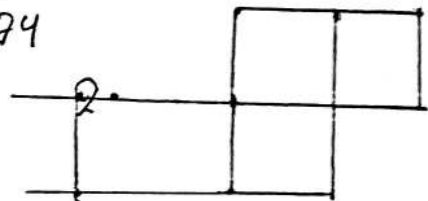
674

$x = 237 \cdot 337$

1. Если конус - число.

$x = 0$

$y = 0$



Всё

Черновики Стр 8 из 8.

№51

a b c d e

abcde

ab bc cd de

Две суммы заканчиваются на 5 или даже

все, точнее не^т, одна на 5, а все остальные на нечёт число иначе число будет чётно!

$$\begin{matrix} 99 & 99 \\ \overline{ab} + \overline{bc} & \overline{bc} + \overline{cd} & \overline{cd} + \overline{de} \end{matrix} = 157605$$

$\begin{matrix} 99 \\ 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{matrix}$

$\begin{matrix} 99 \\ 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{matrix}$

значит, одно из чисел паре чётно, а другое не^т.

в какой-то $\begin{matrix} 99 \\ 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 99 \\ 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{matrix}$

$$99 + 99 =$$

$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ 5 & 0 \end{matrix}$

числа из которых можно получить 5 на конце.

$$50 \leftarrow \begin{matrix} 2500 \\ 50 \\ \hline 125000 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 37 & 37 \\ (12+23) & (23+59) & (49+72) \\ 35 & 59 & 109 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} & 35 \\ \times & 59 \\ \hline & 315 \\ + & 1925 \\ \hline & 2065 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} & 2065 \\ & 109 \\ + & 18585 \\ \hline & 2065 \end{matrix}$$