



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

**ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА**

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Тимохин Данил Алексеевич**

Класс: **8 класс**

Технический балл: **60**

Дата проведения: **12 марта 2022 г.**

**Результаты проверки:**

№	1	2	3	4	5	6
Оценка	15	0	0	15	15	15

Числа 1 и 111  
Задача 1

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} A+B=220 & (1) \\ A+B=240 & (2) \\ B+B=250 & (3) \end{cases}$$

У3 1 уравнение  $A=20-B$   
Подставим в 2  $220-B+B=240 \rightarrow B-B=20$   
 $B=20+B$

Подставим в 3

$$20+B+B=250 \text{ отсюда}$$

$$B=115 \text{ кг}$$

Подставим в 1 и 2

$$A=105, B=155 \text{ кг}$$

Больше всех погект  $B=155 \text{ кг}$

Ответ: ~~105 кг~~ 155 кг.

Задача 5

abcde

$$(ab+bc)(cd+de)(ca+te)=157605$$

Разложим 157605 на прост. множ.

$$157605 = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 79 \text{ и не знаем что это 75 не знаем, но это не знаем.}$$

Составим из них 3 фактора. числа

$$35; 57; 79.$$

Тогда пусть

$$\begin{cases} ab+bc = 35 \\ cd+de = 57 \\ ca+te = 79 \end{cases}$$

Решим систему методом подбора  
попытаем

$$\begin{aligned} 12+23 &= 35 \\ 23+34 &= 57 \\ 34+45 &= 79 \end{aligned}$$

$$\rightarrow a=1, b=2, c=3, d=4, e=5$$

$$\overline{abcde} = 12345$$

Ответ: 12345

Угнетовик 2 мис

$$\sum = 4$$

Напишем первые 16  $x$ -ов

$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
 x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} & x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} & x_{16} \\
 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1
 \end{array}$$

Можно заметить, что у нас угет илверн ~~и~~ после  $\pi; 14$  и т.д.

Т.е. все разбивается на  $\pi$ -ки

$$2022 = 1 \cdot 288 + 6$$

т.е. 2022-е число будет равно  $x_6 = x_{13} = x_{20}$  и т.д.

$$x_6 = 1 \Rightarrow x_{1022} = 1$$

Ответ:  $x_{1022} = 1$

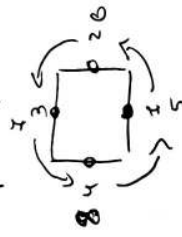
$\sum = 6$

Заметим, что лампочке каждого посещения угет в раз, и что она перела всеми  $\pi$ -ветками.

Тогда всего у нас должно произойти  $6 \cdot 4 = 24$  смены цветов.

За 1 ход, мы делаем 3 смены цветов  $\Rightarrow$  мин мы сделаем  $\frac{24}{3} = 8$  ходов.

Пример



Каждая лампочка поочередно  
цветами разгули

Ответ: 8 раз

Умножим 3 на 2

$$2=2$$

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

Сложим это равенство  $x=y=4044$

Вспомогательная  $x$   
 $2022 = \frac{x^2}{x+49}$

$$x = \frac{2022y}{y-2022}$$

Пусто  $y=2022a$ , где  $a$  - какое число

тогда  $x = \frac{2022^2 a}{2022(a-1)} = \frac{2022a}{a-1}$

При  $a=2$   $x=y=4044$

При  $a=3$   $y=6066$  и это тоже решение  
 $x=3033$

При  $a=4$   $y=8088$  и это тоже решение  
 $x=2696$

Заметим, что  $x$ -ыное, когда  $\frac{2022a}{a-1}$  целое  
тогда  $2022 \cdot a - 1$  делит  $2022 \cdot a$

$$2022 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 337 \Rightarrow a \text{ может быть } 2, 3, 4, 338$$

т.е. всего 4 решения

Ответ: 4

Черновик и лист

$$D = -2$$

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{1011} + \frac{1}{2022}$$

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

$$x = \frac{2022y}{y-2022}$$

2yp

$$2022 = xy$$

$$x = \frac{2022y}{y-2022}$$

$$y^2 + 2022^2 - 4044y = 2022y$$

$$y^2 - 6066y + 2022^2 = 0$$

$$D = 6066^2 - 4 \cdot 2022^2 = \dots$$

$$\begin{array}{r} 2027 \overline{) 2} \\ 1011 \overline{) 3} \\ 337 \overline{) 1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 79 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6066 \\ 6066 \\ \hline 36396 \\ 36396 \\ \hline 360000 \\ 36396 \\ \hline 36796356 \\ 16353936 \\ \hline 20442420 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3033 + 6066 \\ \hline 9099 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9094 \\ \hline 3033 \cdot 3 \cdot 2022 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2022 \\ 2022 \\ \hline 4044 \\ 4044 \\ \hline 40000 \\ 4044 \\ \hline 4080484 \\ 4 \end{array}$$

$$1 = \frac{2022}{x} + \frac{2022}{y}$$

$$20442420$$

$$16353936$$

$$\begin{array}{r} 8088 \overline{) 3} \\ +769 \overline{) 2696} \end{array}$$

$$1 = \frac{2022(y+x)}{xy}$$

$$xy = 2022(y+x)$$

$$y = \frac{2022a}{a-1}$$

$$x = \frac{2022 \cdot 2022a}{2022(a-1)}$$

$$x = \frac{2022a}{a-1}$$

$$x = a-1$$

$$\begin{array}{l} a=2 \quad 4044 \\ a=3 \quad 3033 \\ a=4 \quad 2696 \end{array}$$

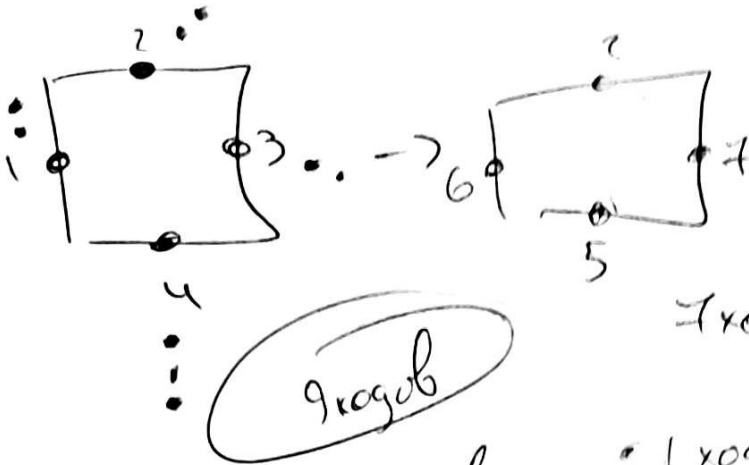
$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{2696} + \frac{1}{8088}$$

$$2022 = \frac{2022 \cdot 4 \cdot 2696}{8088 + 2696}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 2022 = \frac{2033 \cdot 3 \cdot 2022}{3033 + 2022 \cdot 3}$$

$$\begin{array}{l} 674 \cdot 4 \\ 2696 \end{array}$$

Черковик 5 лист

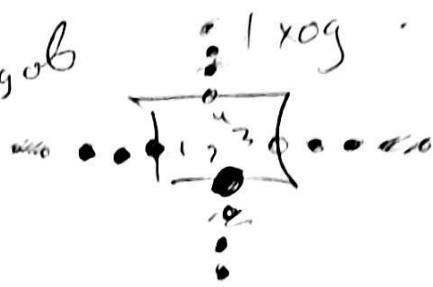


7 крогов и 30 крогов 1 или  
всех

24  
раз  
крог = 3 раз

8 крогов

1 крог - 3 или точки



$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x+y}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{y}$$

$$4044 = xy$$

$$x^2 + 2x = 4044$$

$$x^2 + 2x - 4044 = 0$$

$$y = x + 2$$

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4044$$

$$16178$$

$$D = 16180$$

$$\frac{1}{2022} = \frac{y-x}{xy}$$

$$2022 = \frac{xy}{y-x}$$

4042

2021

2023

$$\frac{xy}{2022}$$

$$2022x = xy - 2022y$$

$$x^2 - 2022x + 2022y = 0$$

$$x = \frac{2022y}{y-2022}$$

$$y-x = \frac{xy}{2022}$$

$$x > y$$

$$2022y = xy - 2022x$$

$$2022 = \frac{xy}{x+y}$$

$$y = \frac{2022x}{x-2022}$$

$$2022x(2022y = xy)$$





Упробук 7 нур.

Д:1

(1)  $A+B=220$   
 (2)  $B+B=250$   
 (3)  $A+B=240$   
 $B-A=30$

уз (1)  $B=220-A$   
 (2)  $220-A+B=250 \rightarrow B-A=30 \rightarrow B=30+A$   
 (3)  $A+30+A=240$   
 $2A=210 \quad A=105 \times 2$   
 $B=115 \times 2$   
 $B=135 \times 2$

Д:2

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{2022} = \frac{y+x}{xy}$$

$$xy = 2022(y+x)$$

~~Handwritten scribbles and notes~~

$$2022 = \frac{xy}{x+y}$$

$$x+y = \frac{xy}{2022}$$

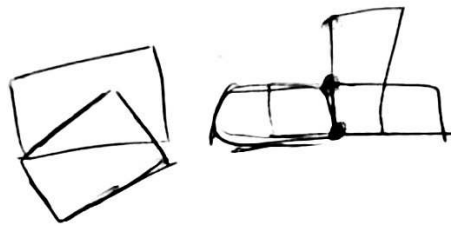
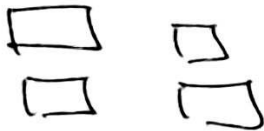
6 генук

2022/2  
1011

2022/2  
1011/3  
337/7

133/11  
122/17

Д:3



1501/17  
133/17

10507/3  
31521

10507/7  
1501

Д:5

$$(x+y)(y+z)(z+a) = 157605$$

79 57 35  
5 1 4  
5 5 5  
5 5 1

7 9  
3 1

$$\begin{aligned} x+y &= 79 \\ y+z &= 57 \\ z+a &= 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ab+bc &= 79 \\ bc+cd &= 57 \\ cd+de &= 35 \end{aligned}$$

157605  
31521  
10507  
1501  
79

$$\begin{aligned} ab+bc &= 35 \\ bc+cd &= 57 \\ cd+de &= 79 \end{aligned}$$

57 35  
285 171  
1995

1555 79  
17955 13965  
157605

35 35  
475 105  
1225 35  
6125 3675  
42875

45 45  
225 180  
2025 45  
8100 51125  
110592

384 192  
2304 48  
18432 9216  
110592

1345

99 99  
891 891  
5801 99  
88209 88209  
970249

80 50  
4000 625000