



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Щемелёва Мария Дмитриевна**

Класс: **8 класс**

Технический балл: **70**

Дата проведения: **12 марта 2022 г.**

Результаты проверки:

№	1	2	3	4	5	6
Оценка	15	5	15	15	0	20

Задача 1

Пусть итакиста А погнал x км, Б - y км, В - z км
 Тогда $x+y = 220$ км - А и Б ^{всего} погнал ~~всего~~
 $x+z = 240$ км - А и В ^{всего} погнал
 $z+y = 250$ км - Б и В ^{всего} погнал

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=220 \\ x+z=240 \\ z+y=250 \end{cases} \begin{cases} z-y=20 \\ x+y=220 \\ y+z=250 \end{cases} \begin{cases} y+z=250 \\ x+y=220 \\ 2z=270 \end{cases} \begin{cases} x=5 \\ y=115 \\ z=135 \end{cases}$$

Значит, А погнал 5 км, Б погнал 115 км, В погнал 135 км.
 Так как В погнал больше всех, то он стал победителем.

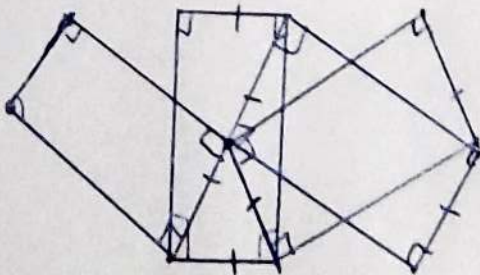
Ответ: 135 км.

Задача 3.

Решение:

Может.

Пример:

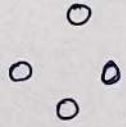


Ответ: может.

Задача 6

Решение:

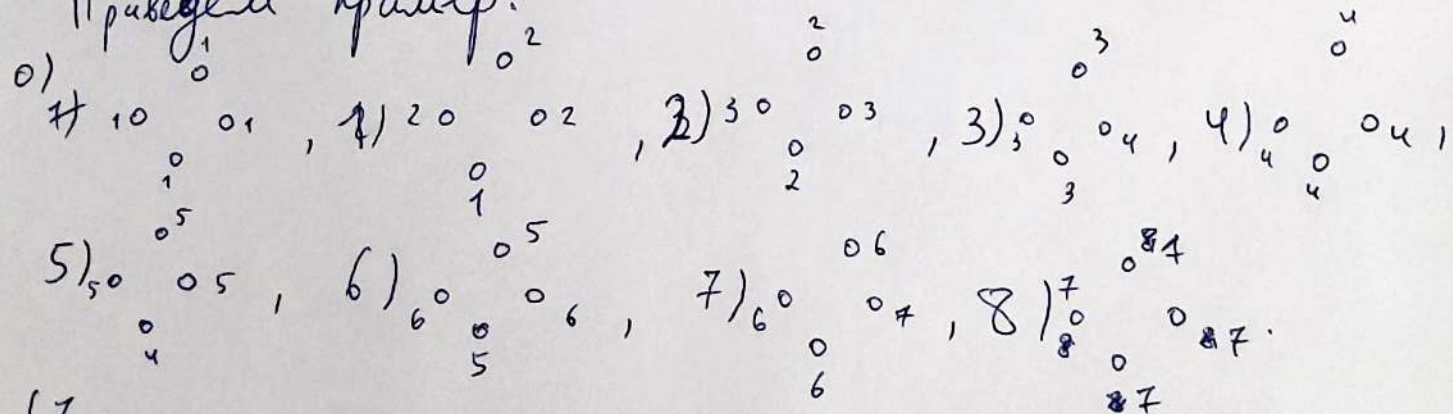
Нам даны 4 лампочки расположенные таким образом:



Сейчас каждая лампочка горит только одним из цветов из семи.

Нам надо изменить цвет каждой лампочки ещё 6 раз, как мимицу. Так как лампочек всего 4, то нам надо считать как мимицу $4 \cdot 6 = 24$ хода, но за один ход мы взаимодействуем с 3 лампочками $\times 3$. Значит, как мимицу нам надо $24 : 3 = 8$ ходов.

Приведём пример:



(Цифры над лампочками означают, сколько цветов из семи сколько раз из семи цветов они уже горели).

Ответ: 8 ходов.

Задача 2

Решение:

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, \quad x, y \neq 0; x, y \in \mathbb{Z}.$$

$$\frac{1}{2022} = \frac{x+y}{xy},$$

$$xy = 2022x + 2022y,$$

$$x(y-2022) = 2022y,$$

$$x = \frac{2022y}{y-2022},$$

Пусть $2022 \mid (y-2022)$, тогда

$$2022 \leq y - 2022 < 2022.$$

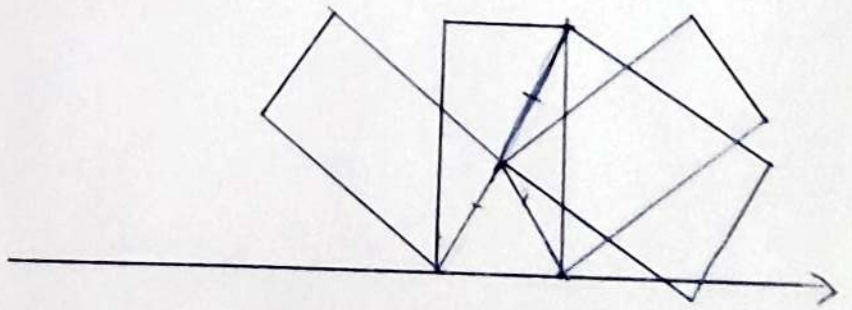
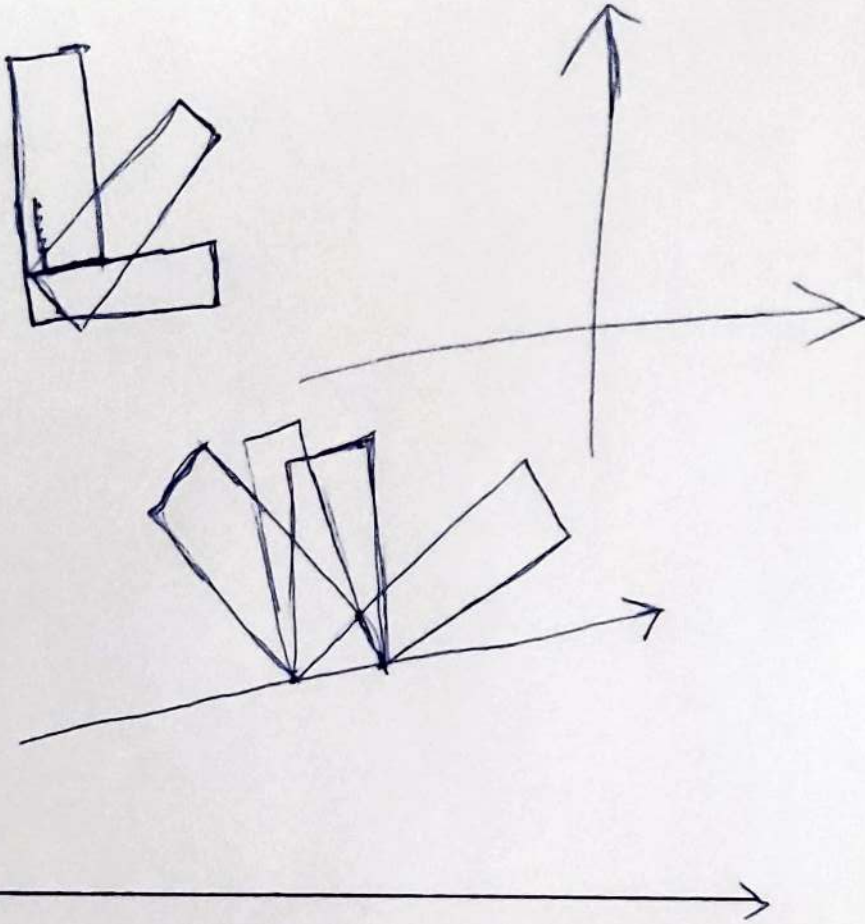
$$2022 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 337.$$

Делители 2022: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 337, \pm 2 \cdot 337, \pm 3 \cdot 337, \pm 2022$.Так как $y \neq 0$, то $y - 2022$ может быть равно: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 337, \pm 2 \cdot 337, \pm 3 \cdot 337$.~~Пусть $y = y - 2022$, тогда~~ ~~$y = k$, где $k \in \mathbb{Z}$~~ ~~Значит, $y - 2022$ имеет 14 вариантов~~Значение $y - 2022$ имеет 14 вариантов.Значит, значения y и x имеют 14 вариантов.

Ответ: 14 решений

Чертеж

Страница 5



2+

Упробик

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{2022} = \frac{x+y}{xy}$$

$$xy = 2022x + 2022y \quad y > |y - 2022| : 1, 2, 3, 537, 2 \cdot 337, 3 \cdot 337, 6, 6 \cdot 337$$

$$x(y - 2022) = 2022y$$

$$1 - \frac{2022}{y} x = \frac{2022y}{y - 2022}$$

$$2022 : (1 - k) \quad 2022 : (y - 2022) \leq 2022 \quad y \leq 2022 \cdot 2$$

$$k = \frac{2022}{y}$$

$$y(1 - k)$$

$$y - y \cdot k$$

$$y - 2022$$

$$2022 : y = k$$

$$y = \frac{2022}{k}$$

5. abcde!

$$(ab + bc)(bc + cd)(cd + de) = 157605$$

$$\begin{array}{r} 157605 \mid 5 \\ \underline{-15} \\ 7 \\ \underline{-5} \\ 26 \\ \underline{-15} \\ 110 \end{array} \quad \begin{array}{r} 31521 \mid 3 \\ \underline{-3} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 21 \\ \underline{-21} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10507 \mid 7 \\ \underline{-7} \\ 35 \\ \underline{-35} \\ 07 \end{array}$$

$$157605 = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 79$$

$$\boxed{3 \cdot 7} \cdot \boxed{5 \cdot 19 \cdot 79}$$

$$(10a+b + 10b+c)(10b+c + 10c+d)(10c+d + 10d+e) =$$

$$= (10a+c+11b)(10b+d+11c)(10c+e+11d) = 157605$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2022} + \frac{1}{n \cdot 2022}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2022} - \frac{1}{n \cdot 2022}$$

$$y(1+k) = 4k \cdot 2022$$

$$y = ky - k \cdot 2022$$

$$y - 2022 = \frac{1}{k} \quad y = \frac{2022k}{k-1}$$

$$\frac{n-1}{2022 \cdot n}$$

$$\frac{-5}{2022 \cdot 4}$$

$$\frac{33}{161}$$

$$\frac{-17}{161}$$

$$\frac{33}{144}$$

$$\begin{array}{r} 2022 \mid 2 \\ \underline{1011} \\ 9 \\ \underline{-9} \\ 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \underline{337} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 9 \\ \hline 753 \\ 17 \\ \hline 136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1501 \mid 13 \\ \underline{-15} \\ 20 \\ \underline{-13} \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1501 \mid 17 \\ \underline{-15} \\ 30 \\ \underline{-17} \\ 13 \\ \underline{-13} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1501 \mid 19 \\ \underline{-15} \\ 30 \\ \underline{-19} \\ 11 \\ \underline{-11} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1501 \mid 19 \\ \underline{-133} \\ 171 \end{array}$$