



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: «Ломоносов»

Профиль олимпиады: **Механика и математическое моделирование**

ФИО участника олимпиады: **Герасимов Степан Андреевич**

Класс: **10-11**

Технический балл: **90**

Дата проведения: **09 марта 2022 года**

Олимпиада «Ломоносов» по механике и математическому моделированию
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Герасимов Степан Андреевич

Класс: 10-11

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	5 баллов	15 баллов	15 баллов	20 баллов	20 баллов	90 баллов

* Технический балл равняется сумме баллов за решение задач.

①

N1. *Гидродинамика.*

$$V(t) = at$$

$$V_{от} = a \cdot t_{от}$$

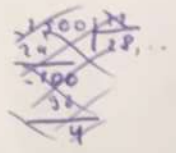
$$a = \frac{V_{от}}{t_{от}}$$

$$S = \frac{a t_{от}^2}{2} = \frac{V_{от} t_{от}^2}{2 t_{от}} = \frac{V_{от} \cdot t_{от}}{2} = \frac{30 \cdot 15}{2} = \frac{7500}{2} = 3750$$

$\approx 208 \text{ м.}$

Ответ: 208 м.

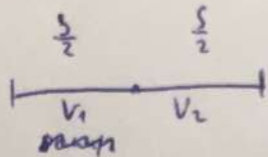
$$100 \text{ км/ч} = \frac{100}{3600} \text{ км/с} = \frac{100 \cdot 1000}{3600} \text{ м/с} = \frac{10000}{36} \text{ м/с}$$



$$\frac{1500}{12} = \frac{1250}{8} = \frac{625}{4} = 156.25$$

N3.

S-луч имеет



$$t_1 = \frac{S}{2v_1}$$

$$t_2 = \frac{S}{2v_2}$$

$$t_n = t_1 + t_2 = \frac{S}{2} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)$$

$$\frac{t_n}{2} = \frac{S}{4} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)$$

Пусть x - расстояние от центра пути к месту в котором в *точке* произошло событие. y - расстояние от центра пути к месту в котором произошло событие.

z - расстояние между событиями

$$\text{Получим } z = 5x, z = 3y$$

$$5x = 3y$$

$$y = \frac{5}{3}x$$

$$\frac{t_n}{2} \cdot x + \frac{t_n}{2} \cdot y = z$$

$$\frac{t_n}{2} (x+y) = 5x$$

$$\frac{t_n}{2} \left(x + \frac{5}{3}x \right) = 5x$$

$$\frac{t_n}{2} \cdot \frac{8}{3} = 5$$

2

N3 *Учебник*

$$t_n = \frac{5 \cdot 2 \cdot 3}{84} = \frac{15}{4} \text{ ч.}$$

$$\frac{15}{4} = \frac{S}{2} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)$$

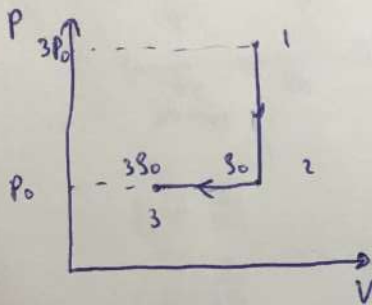
$$\frac{15}{4} = \frac{S}{2} \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{80} \right)$$

$$\frac{15}{4} = \frac{S}{2} \left(\frac{140}{60 \cdot 80} \right)$$

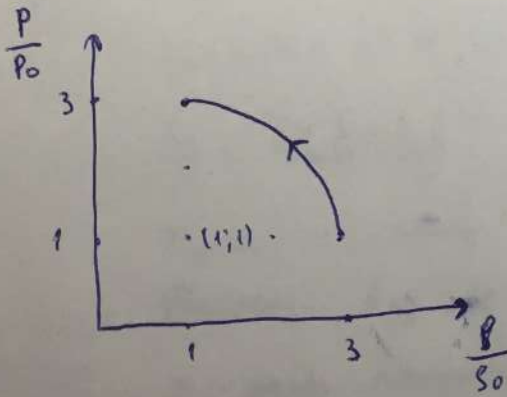
$$S = \frac{15 \cdot 2 \cdot 60 \cdot 80}{140 \cdot 4} = \frac{30 \cdot 60}{7} = \frac{1800}{7} \approx 257 \text{ км.}$$

Ответ: 257 км.
N4.

$$\begin{array}{r} 1800 \overline{) 7} \\ \underline{14} \\ 40 \\ \underline{37} \\ 30 \end{array}$$



$$S = \frac{m}{V}$$



В процессе 3-1 газ имеет
увеличение объема, а температура
уменьшается всего. Это
было по закону. $P \uparrow$
 $S \downarrow$

$$PV = \nu RT$$

$$P = \frac{S}{M} RT$$

$$T = \frac{PM}{SR} = \frac{P}{S} \cdot \frac{M}{R}$$

Значит $\frac{P}{S}$ максимум в

точке 3.

В процессе 3-1 непрерывно
расчет всего.

$$T_{\max} = T_3 = \frac{3P_0}{S_0} \cdot \frac{M}{R}$$

$$T_2 = \frac{P_0}{S_0} \cdot \frac{M}{R}$$

$$T_1 = \frac{P_0}{3S_0} \cdot \frac{M}{R}$$

\Downarrow

$$T_1 = T_{\min}$$

Microbook

③

Максимальная угл. б. quasi криво.

$$\omega_{\text{max}} = \frac{t_{\text{max}} - t_{\text{min}}}{t_{\text{max}}}$$

$$\omega_{\text{max}} = \frac{\omega_{\text{max}}}{8} = \frac{t_{\text{max}} - t_{\text{min}}}{8 t_{\text{max}}} = \frac{3 - \frac{1}{3}}{8 \cdot 3} = \frac{\frac{8}{3}}{8 \cdot 3} = \frac{8}{8 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{9}$$

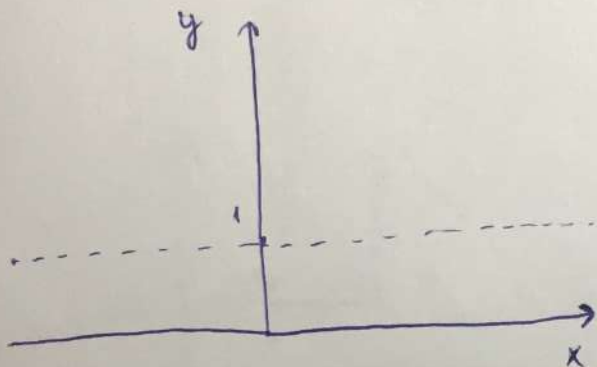
Ответ: $\frac{1}{9}$

N5.

$$x(t) = 3 + \sin t \cdot \cos t - \sin t - \omega t$$

$$x(0) = 3 + 0 - 0 - 1 = 2$$

$$y(t) = 1$$



Найти экстремумы $x(t)$:

$$x'(t) = \cos^2 t + \sin t (-\sin t) - \omega t + \sin t =$$

$$= \cos^2 t - \sin^2 t - \omega t + \sin t = 0$$

~~$$(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t) - \omega t + \sin t = 0$$~~

$$(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t) - (\cos t - \sin t) = 0$$

$$(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t - 1) = 0$$

$$\cos t = \sin t$$

$$1) t = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos t + \sin t = 1$$

$$\cos t + \cos(\frac{\pi}{2} - t) = 1$$

$$2 \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos(t - \frac{\pi}{4}) = 1$$

$$\cos(t - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} t - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ t - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \begin{cases} t = 2\pi k \\ t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x(\frac{\pi}{4}) = 3 + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= 3 + \frac{1}{2} - \sqrt{2} = \frac{7}{2} - \sqrt{2}$$

$$x(\frac{5\pi}{4}) = 3 + (-\frac{\sqrt{2}}{2})(-\frac{\sqrt{2}}{2}) + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{7}{2} + \sqrt{2}$$

$$x(2\pi k) = 3 + 0 - 0 - 1 = 2$$

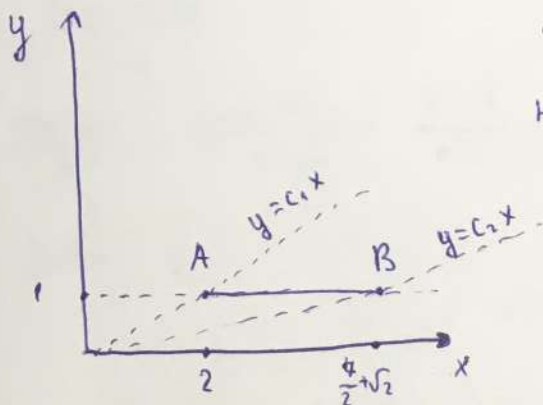
$$x(\frac{\pi}{2} + 2\pi k) = 3 + 0 - 1 - 0 = 2$$

2 - минимум

$$\frac{7}{2} + \sqrt{2} - \text{максимум}$$

4

Числовые



Числа во время нахождения на отрезке AB.

1. $y = c_1 x$

$1 = c_1 \cdot 2$

$c_1 = \frac{1}{2}$

2. $y = c_2 x$

$1 = c_2 \cdot \left(\frac{4}{2} + \sqrt{2}\right)$

$c_2 = \frac{1}{\frac{4}{2} + \sqrt{2}}$

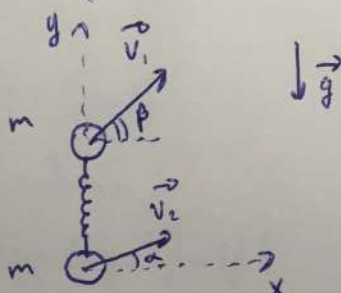
~~Значения $c \in \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{\frac{4}{2} + \sqrt{2}}\right]$~~ $c \in \left[\frac{1}{\frac{4}{2} + \sqrt{2}}; \frac{1}{2}\right]$

~~Ответ: $c \in \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{\frac{4}{2} + \sqrt{2}}\right]$~~ Ответ: $c \in \left[\frac{1}{\frac{4}{2} + \sqrt{2}}; \frac{1}{2}\right]$

№6.

Плоская А соединена с землей масс системы двух масс m и k масс равна.

На земле масс соединены между собой.



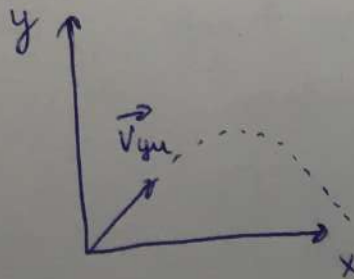
$\vec{V}_{\text{cm}y} = \frac{m\vec{v}_{1y} + k\vec{v}_{2y}}{2m} = \frac{\vec{v}_{1y} + \vec{v}_{2y}}{2}$

$\vec{V}_{\text{cm}x} = \frac{\vec{v}_{1x} + \vec{v}_{2x}}{2}$

$V_{\text{cm}y} = \frac{V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha}{2} = V_0$

$V_{\text{cm}y}(t) = V_0 - gt$ $V_{\text{cm}y}(t_1) = 0$

$t_1 = \frac{V_0}{g}$



5

Ускорение

$$y(t) = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$$

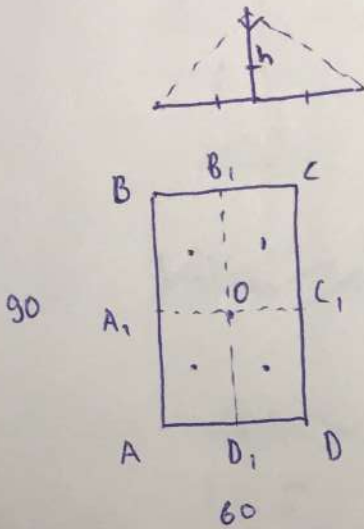
$$y(t_1) = \frac{2v_0^2}{2g} - \frac{g v_0^2}{2g^2} = \frac{v_0^2}{2g} = H_{max}$$

Ответ:

$$H_{max} = \frac{(v_1 \sin \alpha + v_2 \sin \alpha)^2}{8g}$$

N2.

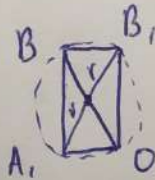
h - высота ромба.



Каждый из четырех маленьких ~~квадратов~~ прямоугольников имеет форму равностороннего круга.

Наименьший радиус, когда треугольник вписан в окружность.

Каждый из четырех ~~квадратов~~ прямоугольников имеет высоту из центра маленького прямоугольника.



$$A_1D = 30$$

$$A_1B = 45$$

$$4r^2 = 45^2 + 30^2$$

$$r^2 = \frac{45^2 + 30^2}{4} = \frac{2925}{4}$$

$$30^2 = 900$$

$$45^2 = 2025$$

$$r = h = \frac{\sqrt{2925}}{2} = 27,0\dots$$

↳

$$h_{min} = 27,1 \text{ м}$$

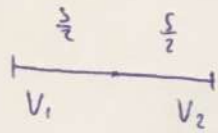
Ответ: 27,1 м.

$$\begin{array}{r} +12 \\ 54 \\ \times 54 \\ \hline 216 \\ 270 \\ \hline 2916 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +54,1 \\ \times 54,1 \\ \hline 541 \\ 2164 \\ \hline 2705 \\ 2926,81 \end{array}$$

Упроблн.

N3.



$$t_1 = \frac{S}{v_1}$$

$$t_2 = \frac{S}{v_2}$$

$$t_n = \frac{S}{v} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)$$

$$\frac{t_n}{2} = \frac{S}{4} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)$$

$$S = x \cdot \frac{t_n}{2} + y \cdot \frac{t_n}{2} = 5x$$

x - время $\frac{2}{4} \cdot \frac{t_n}{2} \cdot x$
 y - время $\frac{t_n}{2} \cdot y$

$$S = 5x \quad 5x = 3y$$

$$S = 3y \quad x = \frac{3}{5}y$$

$$\frac{t_n}{2} (x + y) = 5x \quad y = \frac{5}{3}x$$

$$\frac{t_n}{2} \left(x + \frac{5}{3}x \right) = 5x$$

$$\frac{t_n}{2} \left(1 + \frac{5}{3} \right) = 5$$

$$\frac{t_n}{2} \cdot \frac{8}{3} = 5$$

$$t_n = \frac{5 \cdot 2 \cdot 3}{8} = \frac{15}{4} \text{ ч}$$

$$\frac{15}{8} = \frac{S}{4} \left(\frac{1}{80} + \frac{1}{60} \right)$$

$$\frac{15}{8} = \frac{S}{4} \left(\frac{60+80}{60 \cdot 80} \right)$$

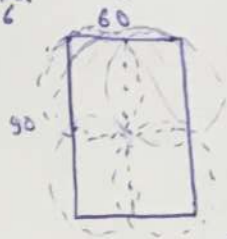
$$\frac{15}{8} = \frac{S}{4} \left(\frac{140}{60 \cdot 80} \right)$$

$$S = \frac{15 \cdot 4 \cdot 60 \cdot 80}{2 \cdot 140} =$$

$$= \frac{30 \cdot 60}{7} = \frac{1800}{7}$$

$$\frac{1800}{7} \approx \frac{1800}{7} \text{ км}$$

$$\frac{1120}{6} = \frac{615}{3} \quad 208$$



$$S = 5400$$

$$\frac{100}{60} \text{ м/с.}$$

$$\frac{100 \cdot 1000}{60} \text{ м/с}$$

$$\frac{10000}{6}$$



$$d = \sqrt{30^2 + 45^2}$$

$$\begin{array}{r} +2 \\ 45 \\ \hline 145 \\ \hline 215 \\ \hline 2015 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2500 \quad 112 \\ 24 \\ \hline 100 \\ \hline 86 \\ \hline 4 \end{array} \quad \text{м/с.}$$

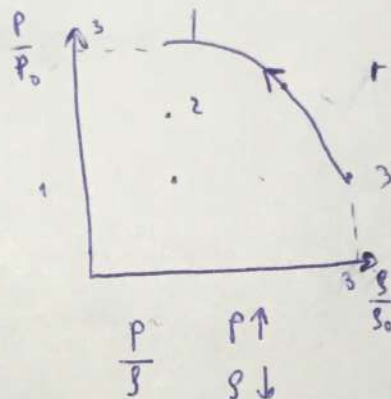
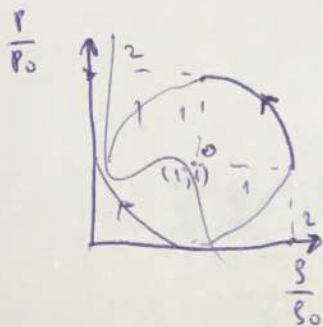
$$\begin{array}{r} +1 \\ 208 \\ \hline 416 \\ \hline 208 \\ \hline 2496 \\ \hline 112 \\ \hline 58 \\ \hline 78 \\ \hline 356 \end{array}$$



$$30^2 = 900$$

$$\sqrt{2925}$$

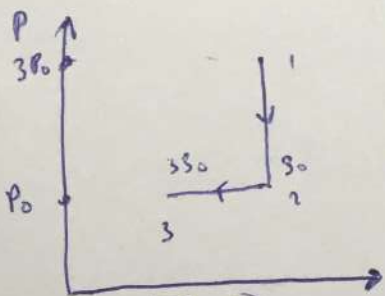
$$\begin{array}{r} 1000 \quad 36 \\ 32 \\ \hline 280 \\ \hline 252 \\ \hline 28 \end{array}$$



$$r = h = \frac{\sqrt{2925}}{2}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2925} \\ +2+1 \\ 55 \\ \hline 55 \\ \hline 275 \\ \hline 275 \\ \hline 3025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +4+1 \\ 21 \\ \hline 36 \\ \hline 162 \\ \hline 81 \\ \hline 972 \end{array}$$



$$S = \frac{m}{\rho}$$

$$54,1 \text{ м.}$$

$$\frac{1000 \cdot 3600}{36 \cdot 1000}$$

$$P = \frac{\rho}{M} RT$$

$$T = \frac{PM}{\rho R}$$

$$\begin{array}{r} +1+1 \\ 54 \\ \hline 154 \\ \hline 216 \\ \hline 210 \\ \hline 2916 \\ \hline +1 \\ 541 \\ \hline 1541 \\ \hline 541 \\ \hline 2164 \\ \hline 2405 \\ \hline 2928,81 \end{array}$$

$$V_{\text{max}} = \frac{V_{x1} + V_{x2}}{2}$$

$$V_{\text{avg}} = \frac{V_{y1} + V_{y2}}{2}$$

$$v^2_{xy} = 1$$

$$\left(\frac{P}{P_0} - 1\right)^2 + \left(\frac{s}{s_0} - 1\right)^2 = 4$$

a =

$$P = \frac{\rho}{M} \cdot \frac{M}{R} = T$$

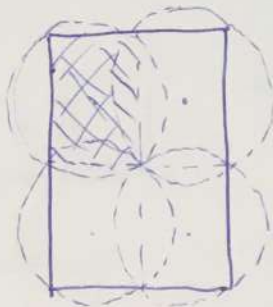
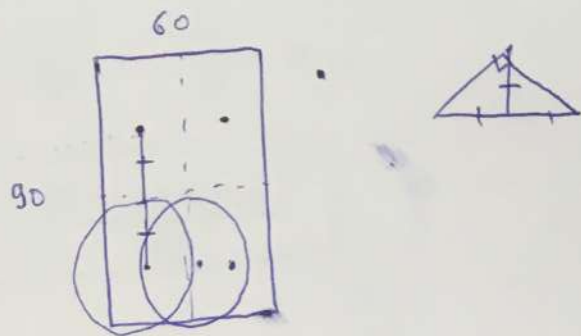
$$T_{\text{max}} = T_1 = \frac{3P_0}{s_0} \cdot \frac{M}{R} = 3$$

$$\text{avg } \frac{t_1 - t_2}{8 \pi M}$$

$$T_3 = \frac{P_0}{3s_0} \cdot \frac{M}{R} = T_{\text{min}} = \frac{P_0 M}{s_0 R} \cdot \frac{1}{3}$$

$$\text{avg} = \frac{3 - \frac{1}{3}}{8 \cdot 3} = \frac{\frac{8}{3}}{24} = \frac{8}{3 \cdot 24} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9} = \frac{P_0}{s_0} \cdot \frac{M}{R} = 1$$

Чертежи



$$\frac{15}{8} \cdot x + \frac{15}{8} \cdot y = z$$

$$\frac{15}{8} x + \frac{5}{2} x = 5x$$

$$15 + 25$$

$$\begin{array}{r} 12 + 1 \\ 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 480 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\frac{54,09 \dots}{2} = 27$$