



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

## **ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА**

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Механика и математическое моделирование**

ФИО участника олимпиады: **Григорьев Тимофей Евгеньевич**

Класс: **10-11**

Технический балл: **100**

Дата проведения: **09 марта 2022 года**

Олимпиада «Ломоносов» по механике и математическому моделированию  
2021/2022 учебный год  
Заключительный этап

ФИО участника: Григорьев Тимофей Евгеньевич

Класс: 10-11

<b>Задача 1</b>	<b>Задача 2</b>	<b>Задача 3</b>	<b>Задача 4</b>	<b>Задача 5</b>	<b>Задача 6</b>	<b>Тех. балл*</b>
15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	20 баллов	20 баллов	100 баллов

\* Технический балл равняется сумме баллов за решение задач.

n perken R

t = 15 & sekundy

v = 100 km/h

$$\frac{100}{3,6} = \frac{m}{s}$$

$$\frac{50}{18}$$

$$\left(\frac{1000}{36}\right)$$

$$v = a \cdot t$$

$$a = \frac{v}{t}$$

$$s = \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{v^2 \cdot t}{2} = \frac{100^2 \cdot 15}{36^2 \cdot 2} =$$

$$= \frac{100^2 \cdot 3 \cdot 5}{3^4 \cdot 4^2 \cdot 2} = \frac{(2 \cdot 5)^2 \cdot 3 \cdot 5}{3^4 \cdot 2^2} = \frac{5^4 \cdot 5}{3^4 \cdot 2} =$$

$$= \frac{5^4}{6^3} = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot 5^4 = 625 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$\begin{array}{r} 3125 \overline{) 54} \\ 270 \phantom{0} \\ \hline 425 \phantom{0} \end{array}$$

Myndent. (4)

$\frac{A}{2m} \quad \frac{A}{2m}$

$S_{max}$

$$\frac{g}{2} = 2 \frac{v_{u.}}{2} = \frac{v_{u.}}{g}$$

$$\frac{v_{u.}^2}{g} = \frac{v_{u.}^2}{2g}$$

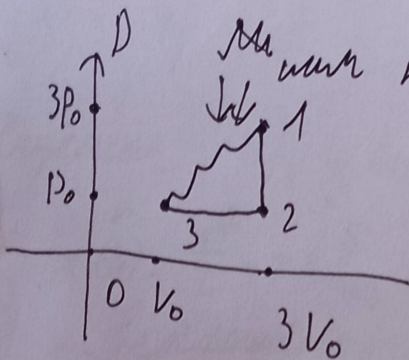
$$\frac{v_{u.}^2}{2g}$$

Alpami (8)

нч.

Microbook

Быстро микроба сразу в осн.  $pV$ : Найти  $\eta = ?$



max T в точке 1.

min T в точке 3.

но обязательно выполняются законы.

$$\frac{pV}{T} = \text{const} = R.$$

$$\text{max } T = \frac{3p_0 V_0}{R}$$

$$\text{min } T = \frac{p_0 V_0}{R}$$

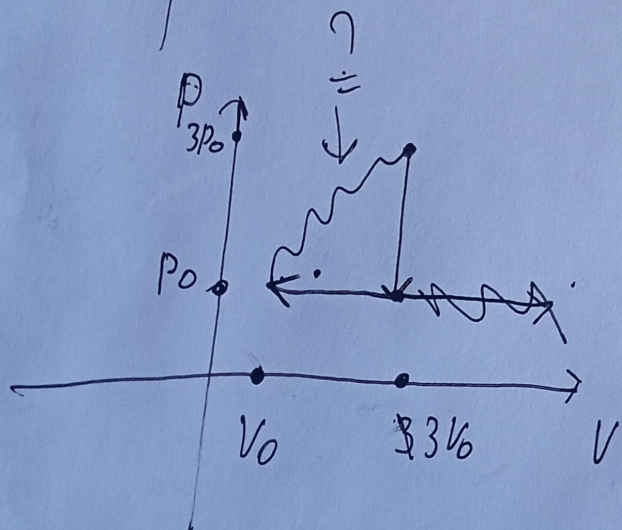
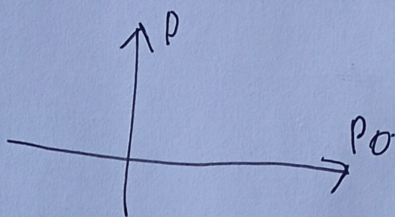
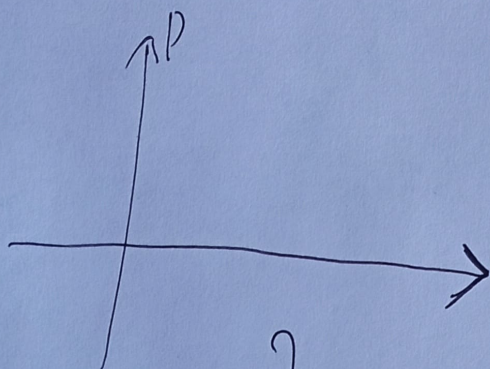
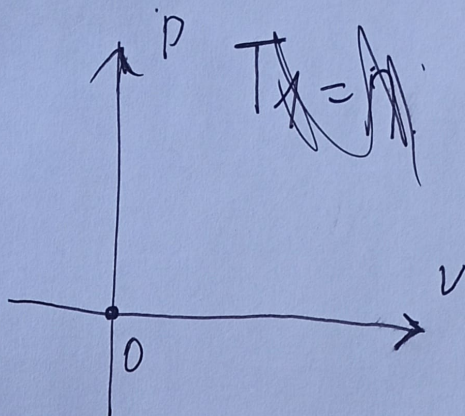
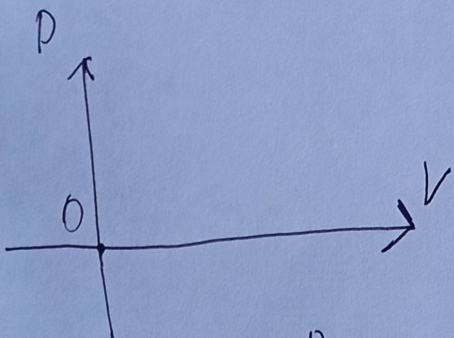
$$\text{max } \eta = 1 - \frac{\text{min } T}{\text{max } T} = \frac{8}{9} \Rightarrow \eta = \frac{1}{8} \cdot \frac{8}{9} = \frac{1}{9}.$$

Ответ:  $\frac{1}{9}$ .

Лист 4 из 4

24.

Упробун. ①



~~$\frac{V}{8} \cdot 1 \rightarrow \frac{V}{n^2}$~~

$\frac{pV}{2} \quad n$

n 1

$\frac{S}{t}$

мериворот (2)

Дано:

$$v_k = 100 \frac{\text{km}}{\text{min}}$$

$$t = 15 \text{ сек.}$$

$$S = ?$$

Решение:

По формулам равно ускоренного движения.

$$v_k^2 - v_u^2 = 2S \cdot a$$

$$v_k^2 = 2S \cdot a$$

$$a \cdot t = v \Rightarrow a = \frac{v}{t}$$

$$v_k^2 = v_k^2 = \frac{2Sv}{t}$$

$$v_k = \frac{2S}{t} \Rightarrow S = \frac{v_k \cdot t}{2} = \frac{\left(\frac{100}{3,6}\right)^2 \cdot 15}{2} =$$

$$= \frac{100^2 \cdot 15}{(9,4 \cdot 0,1)^2 \cdot 2} =$$

$$\frac{5000 \cdot 15}{(9,4)^2} =$$

$$\approx \frac{625 \cdot 5}{3^3 \cdot 42} = \frac{3125}{54} \approx$$

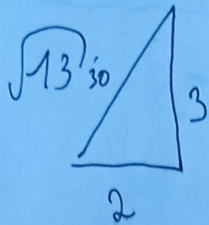
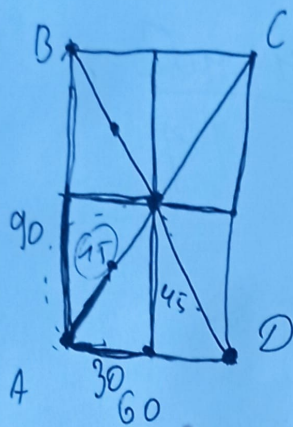
$$\begin{array}{r} 54 \\ 5 \end{array}$$

$$250 + 20$$

Меню (9)

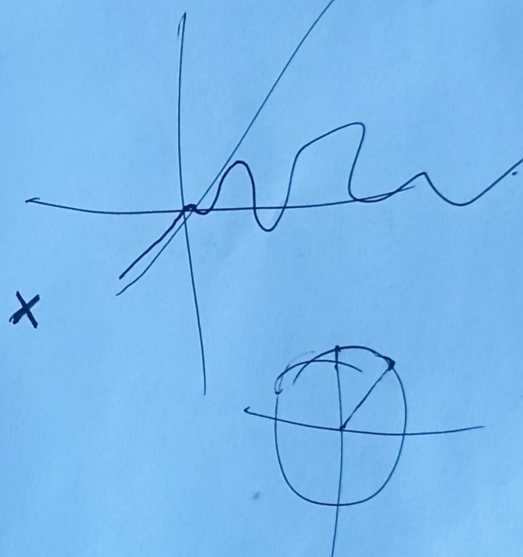
22

Меню (3)



$$\sqrt{13} \cdot 30 \vee 2 \cdot 30$$

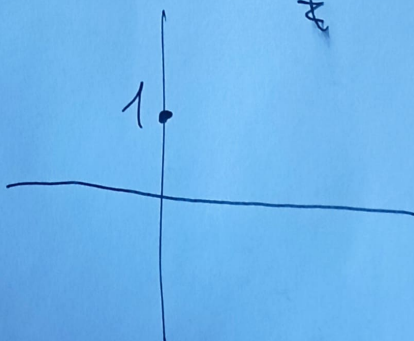
$$\frac{\sqrt{13} \cdot 15}{2} = 3, \dots$$



$$Z = \sin t + \cos t$$

$$Z^2 = 1 + 2 \sin t \cdot \cos t$$

$$x(z) = \frac{z^2}{2} - z + \frac{5}{2}$$



$$\sin t + \cos t = \frac{z}{\sqrt{2}}$$

$$\sin t \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos t = \frac{z}{\sqrt{2}}$$

$$\sin(t + \frac{\pi}{4}) = \frac{z}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2} \sin t$$



Математика

Проблема

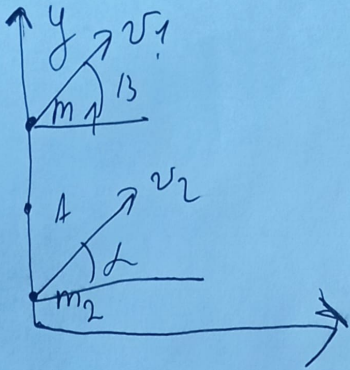
5

~~ku~~  
 $\frac{S^2}{t^2}$

$a = \frac{25}{t}$

$\frac{ku}{t^2}$

$$S = \frac{v_k \cdot t}{2}$$



$$15 \cdot 1,8$$

Memorabilia (6)

$$\frac{1000}{1000} \cdot 3,6 \cdot \frac{36}{20}$$

$$3 < \sqrt{13} <$$

$$3 \cdot 6 \left( \frac{18}{5} \right) \sqrt{13}$$

$$3,5 \cdot \frac{7}{2} \sqrt{13} \cdot \frac{324}{25} \sqrt{13}$$

$$10000$$

$$\frac{1000000}{36} =$$

$$5 \cdot \frac{49}{4} \sqrt{13} \cdot 750 + 35$$

$$10 \cdot \frac{t^2}{2} = \frac{(100) \cdot 15^2}{36 \cdot 2}$$

$$\frac{100}{3,6} = \frac{50}{1,8} = \frac{25}{0,9}$$

$$\frac{25}{18} \cdot \frac{9}{2} = \frac{25}{4} = 6,25$$

$$27,2$$

$$\frac{27,2 \cdot 15}{2} = \frac{250 \cdot 15}{9} =$$

$$= 125 \cdot \frac{625}{3} = 208$$

$$\frac{v_t}{A} = 5$$

$$\frac{v_m}{1} = 3$$

Myrindank

(14)

$$7,5 \cdot 13$$

$$\frac{15}{4} \cdot 13 =$$

$$\begin{array}{r} 15 \cdot \\ 13 \cdot \\ \hline 225 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ \cdot 13 \\ \hline \end{array}$$

$$56 - 13 = 650 + 28 +$$

$$3 \quad 27$$

$$650 + 81,5 = 731,25$$

$$900 - 3 \cdot 30 \cdot 2 + 9 =$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ (27 + 0,1)^2 = \end{array}$$

$$= 729 + 2 \cdot 27 \cdot 0,1 + 0,01$$

$$729 + 5,4 + 0,01$$

Melvin. (9)

$$\frac{15}{4} = \frac{240}{38+4}$$

$$\frac{15}{5} = \frac{80}{5} + \frac{60}{5}$$

$t = \frac{15}{4}$

1800  
44  
40  
35  
50  
49

$$\frac{3}{1} + \frac{1}{5}$$

(3)

$$\frac{25}{4} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{25}{4} = \frac{2}{1}$$

$S = \frac{860}{2}$

$175 = 960$

$$\frac{240}{35+45} = 4$$

$$\frac{80}{5} + \frac{60}{5} = 4$$

$$x = \frac{78}{15}$$

$$x \cdot \frac{5+3}{15} = 1$$

$$\frac{25}{4}$$

$$x \left( \frac{3}{1} + \frac{1}{5} \right) = 1$$

(4 mm)

$$2.15 + 1.15 =$$

$\frac{24}{A} = 5$

$\frac{24}{A} = 3$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x = 1$$

3

23

$\rho v = \text{const}$

I  $\rho v$

$v = \text{const}$

$3P_0 \rightarrow P_0 \Rightarrow 3T_0 \rightarrow T_0$

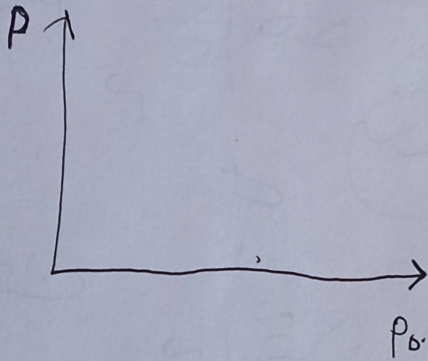
II

$P = \text{const}$

~~$v_0 \rightarrow 3v_0$~~

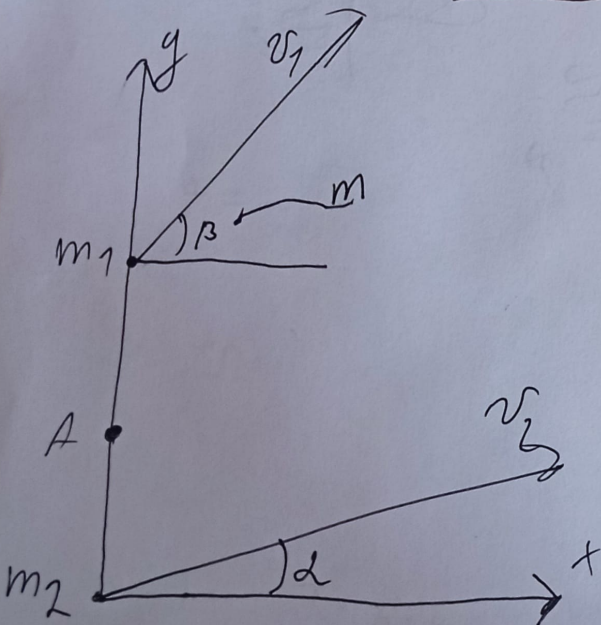
$P_0 \rightarrow$

Мерк. 10



Угол  $\alpha$

$\vec{Ov} =$



$$\vec{OM} = \frac{m_1 \vec{OA} + m_2 \vec{OB}}{m_1 + m_2}$$

21.

Микрообъем

Лист 1 из 7

Дано

$t = 15 \text{ с}$

$v_k = 100 \text{ км/ч} = \frac{250}{9} \text{ м/с}$

Решение:

$a = \frac{v_k}{t} (v_k = at)$

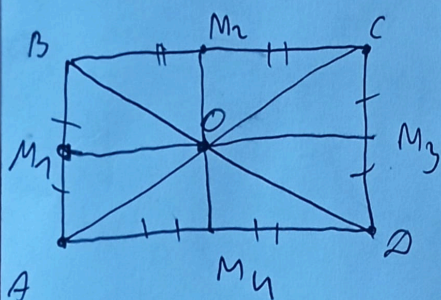
$S = \frac{at^2}{2} + v_{н.} \cdot t = \frac{at^2}{2} = \frac{v_k \cdot t}{2} = \frac{250 \cdot 15}{2} =$

$= \frac{625}{3} \approx 208 \text{ (м)}$

Ответ:  $\approx 208 \text{ м}$ .

22.

Докажем, что  $r$  - окружность  $\geq \frac{1}{4}$  квадрата.



$AB = 60$

$AD = 90$

Тогда  $AC = \sqrt{13} \cdot 30$  (по т. Пифагора в  $\triangle ACD$ ).

Тогда  $OB = 15\sqrt{13}$ , сравним  $OB$  с  $AB$  (\*)

$15\sqrt{13} < 60$

$\sqrt{13} < 4$ .

(для простоты  
запишем  $x_1, x_2, \dots, x_5$ )

Возьмем  $\triangle BCDO$ , по теореме Дирихле две точки  $x_i$  будут в одной окружности; Тогда  $r \geq \frac{\min p(x_i, x_j)}{2} = \frac{15\sqrt{13}}{42} = \frac{1}{4} AC$ .

Отлично, тогда  $r \geq \frac{15\sqrt{13}}{42}$

Если  $\downarrow$  центр Окружности поместить в середину  $OB, OC, OD, AO$ ;

с радиусом  $r = \frac{15\sqrt{13}}{2}$ , то они покроют  $AM_1OM_4$  - так же сделаем и тем самым покроем  $ABCD$ . Докажем, что  $r$  был равен  $0,1 \Rightarrow$

⇒ Нужно найти целое значение числа  $\frac{15\sqrt{13}}{2}$ . В ответе  
0,1. x

$$\frac{15\sqrt{13}}{2}$$

1 мая 2024 г

$$3,6 < \sqrt{13} < 3,7 \Rightarrow \frac{15\sqrt{13}}{2} < \frac{15 \cdot 3,7}{2} = \frac{45 + 10,5}{2} = \frac{55,5}{2} = 27,75$$

$$\frac{15\sqrt{13}}{2} > \frac{15 \cdot 3,6}{2} = \frac{45 + 9,0}{2} = \frac{54}{2} = 27$$

Сделаем более точную оценку.

$$\frac{15\sqrt{13}}{2} = \sqrt{\frac{225}{4} \cdot 13} = \sqrt{59 \cdot 56,25 \cdot 13} = \sqrt{650 + 48 + 3,26} \approx \sqrt{701,26}$$

$$27^2 < 701,26 < 28^2 \Rightarrow 27 < \frac{15\sqrt{13}}{2} < 28$$

Ответ: 27,1

№ 3.

Минимум

Лист 3 из 4

Весь путь  $t$  времени:

Земля с расстоянием = 1.

$$\text{Тогда } \frac{t}{2} \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) = 1$$

$$\text{человек прыгает } \frac{t}{2} = \frac{15}{8} \Rightarrow t = \frac{15}{4} \text{ (ч)}$$

~~Путь  $S$  - длина пути.~~

Тогда Путь  $S$  длина пути, тогда:

$$\frac{\frac{S}{2}}{60} + \frac{\frac{S}{2}}{80} = t$$

$$\frac{S}{120} + \frac{S}{160} = \frac{15}{4}$$

$$\frac{S}{30} + \frac{S}{40} = 15$$

$$\frac{4S + 3S}{120} = 15$$

$$7S = 1800$$

$$S = \frac{1800}{7} = 257 + \frac{1}{7} \approx 257 \text{ (км)}$$

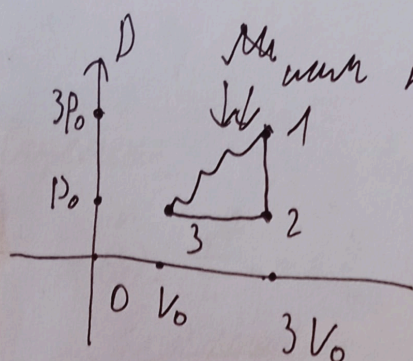
Ответ: 257 км.



нч.

Microbook.

Буыем микробат срузу б олам. рV: Найта  $\eta = ?$



max T б точке 1.

min T б точке 3.

но обязательно выполняются законы.

$$\frac{pV}{T} = \text{const} = R.$$

$$\text{max } T = \frac{9p_0V_0}{R}$$

$$\text{min } T = \frac{p_0V_0}{R}$$

$$\text{max } \eta = 1 - \frac{\text{min } T}{\text{max } T} = \frac{8}{9} \Rightarrow \eta = \frac{1}{8} \cdot \frac{8}{9} = \frac{1}{9}.$$

Отв:  $\frac{1}{9}$ .

Алтылыз

25.

Микрокалькулятор

Линейный

$$x(t) = 3 + 5 \sin t - \cos t - \sin t - \cos t$$

$$y(t) = 1.$$

Оценим  $x(t)$ , где  $r$  этого числа  $r = \sin t + \cos t$ .

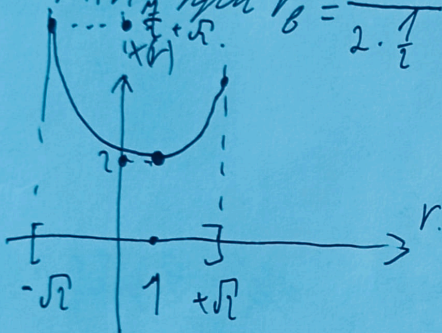
$$x(r) = \frac{r^2}{2} - r + \frac{5}{\sqrt{2}}$$

это параболы, с

$$r = \sqrt{2} \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$r \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$$

в ~~бесконечности~~ в точке  $r = \frac{+1}{2 \cdot \frac{1}{2}} = +1$ .

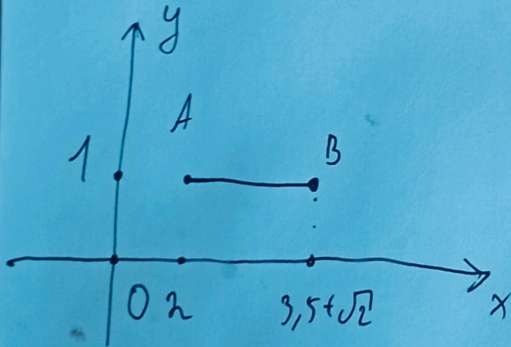


$$\min x(r) = \frac{1}{2} + \frac{5}{\sqrt{2}} - 1 = 2.$$

$$\max x(r) \text{ достигается в точке } r = -\sqrt{2}.$$

$$\max x(r) = 1 + \sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{7}{2} + \sqrt{2}.$$

Перейдем к плоскости  $Oxy$ .



$$A(2; 1)$$

$B\left(\frac{7}{2} + \sqrt{2}; 1\right)$  - матрица обратная по ~~горизонтальному~~ отрезку  $AB$ .

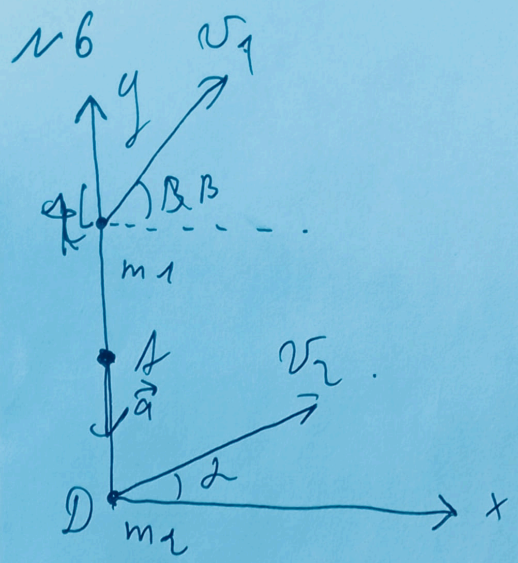
Матрица обратная, если  $y = cx$  пройдет через  $AB \Rightarrow$

$$\Rightarrow c \in \left[\frac{1}{3.5 + \sqrt{2}}; \frac{1}{2}\right]$$

Ответ:  $c \in \left[\frac{14 - 4\sqrt{2}}{41}; \frac{1}{2}\right]$

числовик

Литов 6 из 7



В любой момент времени центр масс системы будет двигаться равномерно в точке A.

$$r_D(x_1, y_1)$$

$$r_L(x_2, y_2)$$

$$r_A = \frac{m_1 r_D + m_2 r_L}{m_1 + m_2}$$

$$r_M = \frac{m_1 r_D + m_2 r_L}{m_1 + m_2} = \frac{r_D + r_L}{2} = r_A$$

По II закону Ньютона  $2am = 2gm \Rightarrow a = g$ .

центр масс A (центр масс) - точка зрения  
(Мы как будто ты не перем. все массы)

То есть A (центр масс) движется равноускоренно.

$$v_{Hx} = v_1 \sin \beta + v_2 \sin \alpha$$

Скорость центра масс. вкл на ось Oy.

$$S = v_{Hx} t - \frac{g t^2}{2}$$

$$v_{Hx} = \left( \frac{v_1 \sin \beta + v_2 \sin \alpha}{2} \right)$$

(можно поделить на 2, так как масса одинакова)

Рассмотрим как параболу относительно t:  $v_{Hx} \cdot t - \frac{g t^2}{2}$  - ее max в вершине.  $t = \frac{v_{Hx}}{g} \Rightarrow$

определим из уравнения в вершине параболы

$$\Rightarrow S_{\max} = \frac{v_4^2}{g} - \frac{v_H^2}{2g} = \frac{v_4^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left( \frac{\sin\beta \cdot v_1 + \sin\alpha \cdot v_2}{2} \right)^2$$

микробури | Авг 24.17

$$\text{Отв: max высота} = \frac{1}{2g} \left( \frac{\sin\beta \cdot v_1 + \sin\alpha \cdot v_2}{2} \right)^2$$

~~микробури~~