МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**
Профиль олимпиады: **Механика и математическое моделирование**
ФИО участника олимпиады: **Копнина Серафима Павловна**
Класс: **10-11**

Технический балл: **90**

Дата проведения: **09 марта 2022 года**

Олимпиада «Ломонсов» по механике и математическому моделированию
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Копнина Серафима Павловна

Класс: 10-11

Задача 1	**Задача 2**	**Задача 3**	**Задача 4**	**Задача 5**	**Задача 6**	**Тех. балл***
15 баллов	15 баллов	15 баллов	10 баллов	20 баллов	15 баллов	90 баллов

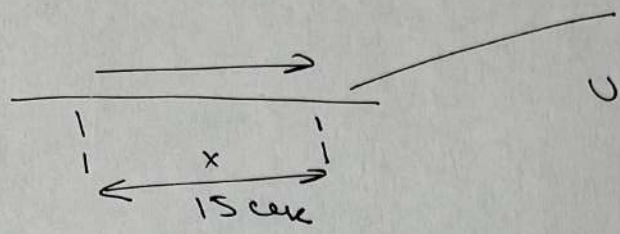
* Технический балл равняется сумме баллов за решение задач.

Чистовик

Вариант 221

1

№1



$$v = v_0 + at \qquad v = at$$

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad S = \frac{at^2}{2}$$

$$V = 100\,\frac{км}{ч} = \frac{100000}{3600} = \frac{250}{9}\,\frac{м}{с}$$

$$\frac{250}{2} = a \cdot 15$$

$$x = \frac{a \cdot 15^2}{2} \qquad a = \frac{250}{9 \cdot 15} = \frac{50}{27}$$

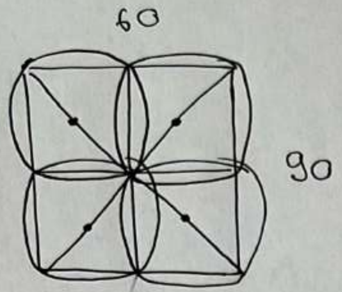
$$x = \frac{50 \cdot 15 \cdot 15}{27 \cdot 2} = \frac{625}{3}$$

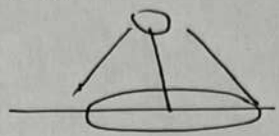
$$\frac{625}{3} \simeq 208\frac{1}{3}$$

Ответ: 208м

Вариант 221

№2





$d^2=60^2+90^2$

$d=10\sqrt{117}$

$d=30\sqrt{13}$

$h=\frac{15}{2}\sqrt{13}$ - высота потолка

$\frac{15}{2}\sqrt{13}=\sqrt{\frac{225\cdot 13}{4}}=\sqrt{731{,}25}$

$27^2=729<731{,}25$

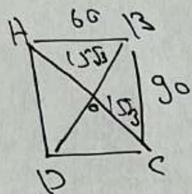
$27{,}1^2=734{,}41>731{,}25$

27 м 10 см

Док-во:

$h<\frac{15}{2}\sqrt{13}$

$D<15\sqrt{13}$



Покажем, что 27 не хватает. Каждый угол должен освещаться значит в радиус 27м от каждого угла должен быть хоть 1 прожектор

Ц - центр поля

У - угол

П - прожектор который не дальше 27

$\rho(A;B)$ - расстоян между А и В $54>\rho(Ц;У)\geq\rho(У;П)+\rho(П;Ц) \Rightarrow \rho(У,П)>54-\rho(П,Ц)\geq 27$ т.к $\rho(П;Ц)\leq 27$

т.е $(Ц\,П)>27$ но такого быть не может ~~т.е ρ(ЦП~~

Ответ: 27 м. 10 см

Чистовик

Вариант 221

3

№3

x – путь

скорость разрядки $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{3}$

$\frac{7x}{480} = T$

$\frac{\left(\frac{x}{2}\right)}{80} = t_1$

$T = t_1 + t_2 =$

$\frac{7x}{480} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} + \frac{7x}{480} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = 1$

$\frac{\left(\frac{x}{2}\right)}{60} = t_2$

$= \frac{\left(\frac{x}{2}\right)}{80} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)}{60} =$

$= \frac{7x}{480}$

$21x + 35x = 480 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

$56x = 4800 \cdot 3$ $\quad$ $\cancel{14}$

$x = \frac{1800}{7} \approx 257$

Ответ: 257

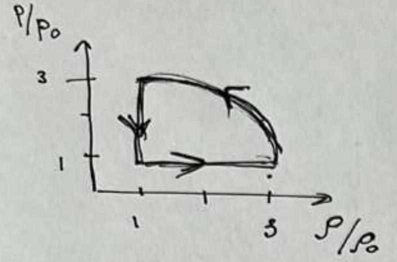
Чистовик

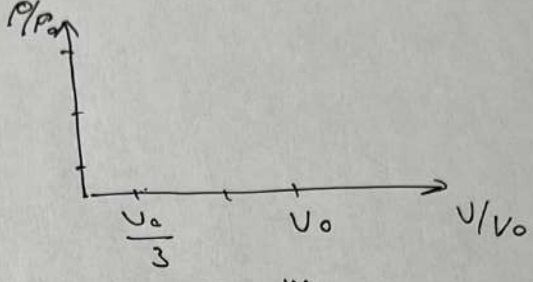
Вариант 221

④

№4

$1 \xrightarrow[3p_0 \to p_0]{\text{изохорн}} 2 \xrightarrow[\rho_0 \to 3\rho_0]{\text{изобар}}$





$$K_{пд} = \frac{T_н - T_х}{T_н} \ (\max K_{пд})$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\boxed{V = \frac{m}{\rho}}$$

$$\eta = \frac{1}{8} \frac{T_н - T_х}{T_н}$$

$$PV = \nu RT \qquad A = P\Delta V$$

$$T = \frac{PV}{\nu R}$$

$$T = \frac{Pm}{\nu R \cdot \rho} = \frac{P \cdot m}{\rho \cdot R \cdot \nu}$$

$$T_1 = \frac{3P_0}{\rho} \cdot \frac{m}{R\nu} = 3A \quad \max$$

$$T_2 = \frac{P_0}{\rho_0} \frac{m}{R\nu} = 1A$$

$$T_3 = \frac{P_0}{3\rho_0} \cdot \frac{m}{R\nu} = \frac{A}{3} \quad \min$$

$$\eta = \frac{1}{8} \frac{3A - \frac{1}{3}A}{3A} = \frac{1}{8} \frac{(3 - \frac{1}{3})}{3} = \frac{1}{8} \frac{\frac{9}{3} - \frac{1}{3}}{3} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\frac{8}{3}}{3} =$$

$$= \frac{1}{8} \cdot \frac{8}{3} : \frac{3}{1} = \frac{1}{9}$$

Ответ: $\frac{1}{9}$

Чистовик

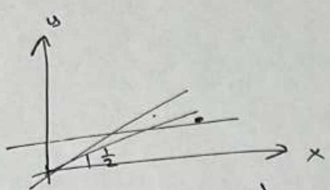
Вариант 221

(5)

№5

$x(t) = 3 + \sin t \cdot \cos t - \sin t - \cos t$

$y(t) = 1$



$0 < c < \frac{1}{2}$

$\frac{1}{\frac{7}{2} + \sqrt{2}} < c < \frac{1}{2}$

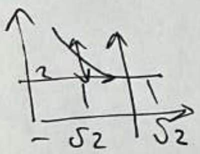
$x(t) = 3 + \sin t \cos t - \sin t - \cos t$

$\sin t + \cos t = p \quad p^2 = 2 \sin t \cos t$

$\sin t \cos t = \frac{p^2 - 1}{2}$

$y = 3 + \frac{p^2 - 1}{2} - p = \frac{p^2}{2} - p + \frac{5}{2} =$

$= \frac{p^2 - 2p + 5}{2} = \frac{(p-1)^2 + 4}{2}$



$x \geq 2$

$\frac{p^2 - 2p + 5}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{2} + 5}{2} =$

$= \frac{7 + 2\sqrt{2}}{2} = \frac{7}{2} + \sqrt{2}$

$\frac{(p-1)^2 + 4}{2} \geq \frac{0 + 4}{2} = 2$ равенство при $p = 1$ т.е при

$\sin t + \cos t = 1$

при $t = 0$

$p = \sin x + \cos x =$

$= \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x\right) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \geq \sqrt{2}$

$-\sqrt{2} \leq p \leq \sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{(p-1)^2}{2} + 2 \leq \frac{(-\sqrt{2} - 1)^2}{2} + 2 = \frac{2 + 2\sqrt{2} + 1}{2} + 2 = \frac{7}{2} + \sqrt{2}$

$y = cx$

$1 = cx$

$c = \frac{1}{x}$ (Заметим что $x(t) > 0$ $\quad \frac{1}{\frac{7}{2} + \sqrt{2}} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$

$2 \leq x \leq \frac{7}{2} + \sqrt{2} \qquad \frac{2}{7 + 2\sqrt{2}} = \frac{2(7 - 2\sqrt{2})}{41}$

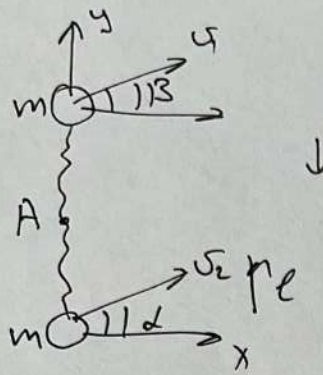
Ответ: $c \in \left[\frac{2(7 - 2\sqrt{2})}{41}; \frac{1}{2}\right]$

Чистовик

Вариант 221

6

№6



↓ g

$$v_c = \frac{m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}}{\Sigma m}$$

$$v_{cx} = \frac{m v_1 \sin\beta + m\cdot v_2 \sin\alpha}{2m} =$$

$$= \frac{v_1 \sin\beta + v_2 \sin\alpha}{2}$$

$$S = \frac{gt^2}{2}$$

$$v = gt$$

$$t = \frac{v}{g}$$

$$S = \frac{g\cdot\frac{v^2}{g^2}}{2} = \frac{v^2}{2g}$$

$$h = \frac{(v_1 \sin\beta)^2 + 2v_1\cdot v_2 \sin\beta}{4\cdot 2g}$$

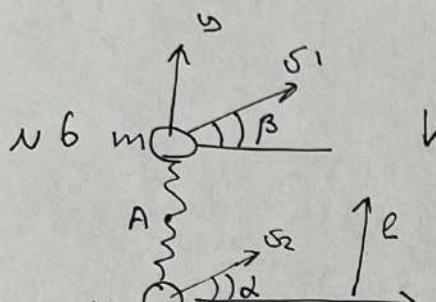
$$h = \frac{(v_1 \sin\beta + v_2 \sin\alpha)^2}{8g}$$

Ответ: $h = \frac{(v_1 \sin\beta + v_2 \sin\alpha)^2}{8g}$

~~Чистовик~~ Черновик

Вариант 221

(6)



O_x: $E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}$

O_y: $E_1 + E_2 = \frac{m(\upsilon_1 \cdot \sin\beta)^2}{2} + \frac{m(\upsilon_2 \cdot \sin\alpha)^2}{2}$

$E_n = mgh$

$mgh = \frac{m}{2}((\upsilon_1 \sin\beta)^2 + (\upsilon_2 \sin\alpha)^2)$

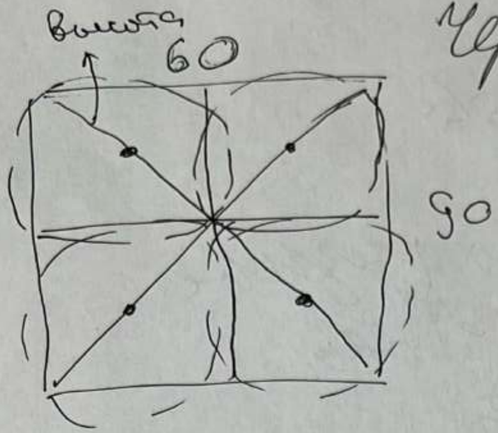
$h = \frac{1}{2g}((\upsilon_1 \sin\beta)^2 + (\upsilon_2 \sin\alpha)^2)$

$h = \frac{(\upsilon_1 \sin\beta)^2 + (\upsilon_2 \sin\alpha)^2}{2g}$ (при условии, что не вращся)

Ответ: $h = \frac{(\upsilon_1 \sin\beta)^2 + (\upsilon_2 \sin\alpha)^2}{2g}$

Черновик

(2)



$$d^2 = 60^2 + 90^2 = (36+81)\cdot 100$$

$$d = 10\sqrt{117}$$

$$d = 30\sqrt{13}$$

$$h = \frac{15}{2}\sqrt{13}$$ – высота потолка

$$\frac{15}{2}\sqrt{13} = \sqrt{\frac{225\cdot 13}{4}} = \sqrt{731{,}25}$$

$$27^2 = 729 < 731{,}25$$

$$27{,}1^2 = 734{,}41 > 731{,}25$$

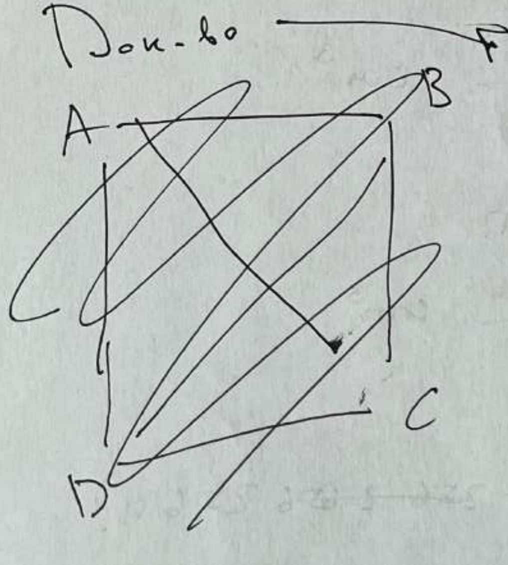
4

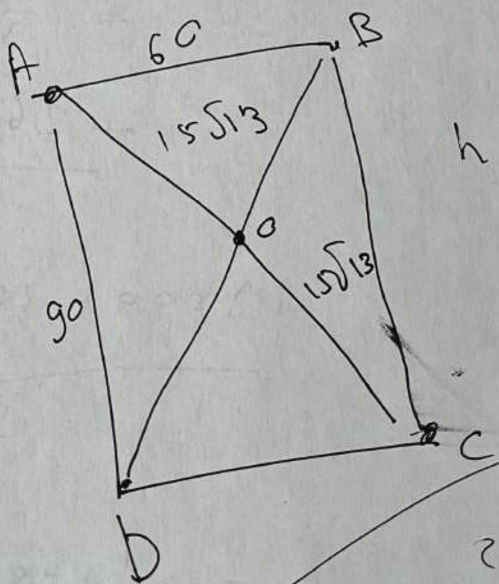
27, 1

271 | 1 / 271

| 27м 10см | – чтобы все светило

Док-во





$$h < \frac{15}{2}\sqrt{4}$$

$$D < 15\sqrt{13}$$

26 / 9,1 / 19, 2