



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Механика и математическое моделирование**

ФИО участника олимпиады: **Першин Леонид Павлович**

Класс: **10-11**

Технический балл: **95**

Дата проведения: **09 марта 2022 года**

Олимпиада «Ломоносов» по механике и математическому моделированию
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Першин Леонид Павлович

Класс: 10-11

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	10 баллов	15 баллов	15 баллов	20 баллов	20 баллов	95 баллов

* Технический балл равняется сумме баллов за решение задач.

Числовой

$t = 15 \text{ c}$

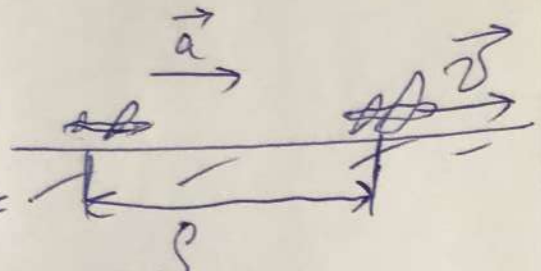
$v = 100 \text{ км/ч}$

$S = ?$

$v = at \quad a = \frac{v}{t}$

$\frac{at^2}{2} = \frac{vt}{2} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 15}{2 \cdot 3600}$

$= \frac{5 \cdot 10^5}{2 \cdot 2} = \frac{625 \cdot 10^3}{3} \approx 208 \frac{1}{3} \approx 208 \text{ м}$



Ответ: $S = 208 \text{ м}$

$L_1 = 30 \text{ м}$

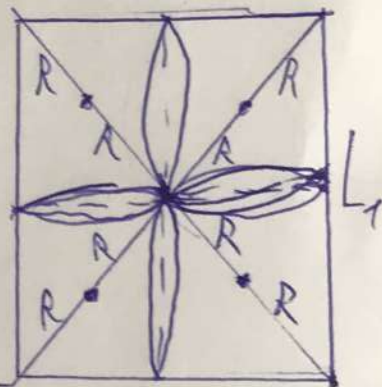
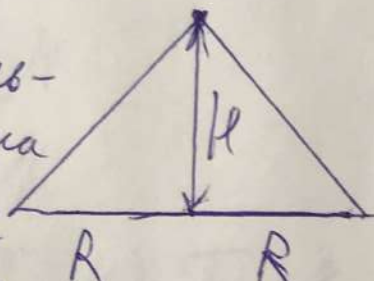
$L_2 = 60 \text{ м}$

$R^2 = H^2$

$H = ?$

Максимальная высота посылки

достигается при минимальных радиусах кривой. Это достигается L_2 при условии, что 2 диаметра закрывают самые дальние точки поля ~~как бы~~ ~~диагоналей~~



Если L_2 диаметров больше, чем 2, то проекторы закрывают не все поле

$2D = \sqrt{L_1^2 + L_2^2}$

$4R = \sqrt{L_1^2 + L_2^2}$

$H = \frac{\sqrt{L_1^2 + L_2^2}}{4} = \frac{\sqrt{30^2 + 60^2}}{4} = \frac{30\sqrt{13}}{4} = 7,5\sqrt{13} \approx 7,5 \cdot 3,6 = 27 \text{ м}$

но $5\sqrt{3} > 3,6$ так что $H = 27,1 \text{ м}$

Ответ: $H = 27,1 \text{ м}$

Лист...

Мисловник

~ 3

$\tau_m = 5 \mu$	}	З-зарядка
$\tau_n = 3 \mu$		М-меморизация
$v_1 = 80 \text{ км/ч}$		Т-теплица
$v_2 = 60 \text{ км/ч}$		$\tau_m \tau_n M = 3$
$S = ?$		$5T = 3M$

$$5(T+M) = 8M$$

$$T+M = \frac{8}{5}M$$

$$3 = \frac{\tau}{2}T + \frac{\tau}{2}M = \frac{\tau}{2}(T+M) = \frac{\tau}{2} \cdot \frac{8}{5}M$$

$$\frac{\tau}{2} \cdot \frac{8}{5}M = 3M$$

$$\tau = \frac{15}{4} = 3,75 \mu$$

$$v_{gr} = \frac{S}{\tau} = \frac{S}{\frac{3}{2} + \frac{3}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2v_1} + \frac{1}{2v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 80 \cdot 60}{80 + 60} = \frac{8 \cdot 80 \cdot 60}{140}$$

$$= \frac{480}{7} \text{ км/ч}$$

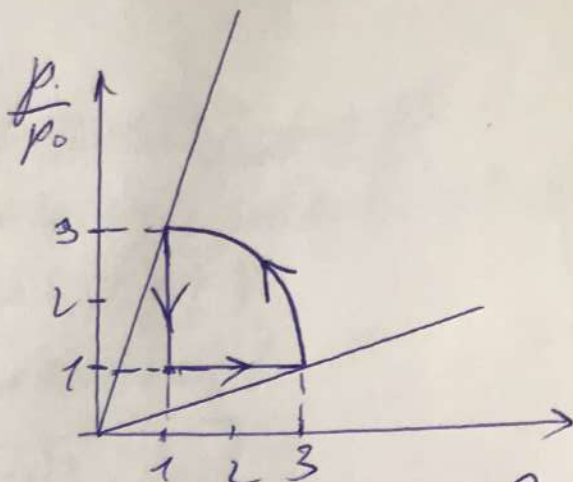
$$S = \tau \cdot v_{gr} = \frac{15}{4} \cdot \frac{480}{7} = \frac{1800}{7} = 257 \frac{1}{7} \approx 257 \text{ км}$$

Отвечая: $S = 257 \text{ км}$

Мисловник

Числовый

$$\eta_k = \frac{1}{8} \eta_{изг.} \quad \left| \begin{array}{l} pV = R \frac{m}{M} T \\ p \frac{m}{\rho} = R \frac{m}{M} T \\ p = \rho R \cdot \frac{1}{M} \cdot T \end{array} \right.$$



При этом в этой системе координат $\frac{p}{p_0}$ изотерма — кривая линия, проходящая через ось

Чем больше температура, тем больше угол наклона к изотерме
 максимальная температура достигается в точке (1; 3), а минимальная — в точке (3; 1)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3p_0}{p_0} = \frac{R}{M} T_{max} \\ \frac{p_0}{p_0} = \frac{R}{M} T_{min} \end{array} \right. |$$

$$\frac{T_{max}}{T_{min}} = 3$$

$$T_{max} = 3 T_{min}$$

$$\eta_{изг.} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_{min}}{3 T_{min}} = \frac{2}{3}$$

$$\eta_k = \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{12} \approx 0,08$$

Ответ: $\eta_k = 0,08$

Лист 3

Минимум
~ 5

$$x(t) = 3 + \sin t \cos t - \sin t - \cos t$$

$$y(t) = 1$$

$$y = cx$$

$c = ?$

$$\begin{aligned} & \cancel{\sin t + \cos t = l} \\ & \sin t + \cos t = \sqrt{2} \left(\sin t \cos \frac{\pi}{4} + \cos t \sin \frac{\pi}{4} \right) = \\ & = \sqrt{2} \sin \left(t + \frac{\pi}{4} \right) \\ & \text{Пусть } \sin t + \cos t = l \\ & l \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \end{aligned}$$

$$l^2 = \sin^2 t + \cos^2 t + 2 \sin t \cos t$$

$$\sin t \cos t = \frac{l^2 - 1}{2}$$

$$x(l) = 3 + \frac{l^2 - 1}{2} - l$$

$$x(l) = \frac{l^2}{2} - l + 2,5$$

$l_0 = \frac{1}{1} = 1$, значит при $l \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ и при
наименьшем значении, значит,
максимально наименьшее значение
при $l = \pm \sqrt{2}$ $x_0 = \frac{1}{2} - 1 + 2,5 = 2$

$$x(-\sqrt{2}) = \frac{2}{2} + \sqrt{2} + 2,5 = 3,5 + \sqrt{2}$$

$$x(\sqrt{2}) = 3,5 - \sqrt{2}$$

~~$x \in [2; 3,5 + \sqrt{2}]$~~ при $l \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

$$1) 1 = c \cdot 2 \Rightarrow c = 0,5$$

$$2) 1 = c \cdot (3,5 + \sqrt{2}) \Rightarrow c = \frac{1}{3,5 + \sqrt{2}}$$

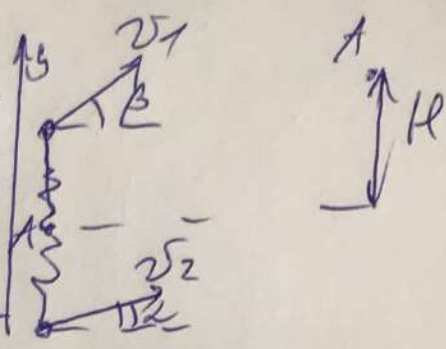
$$\text{Ответ: } c \in \left[\frac{1}{3,5 + \sqrt{2}}; \frac{1}{2} \right]$$

Лист 24

Числовые

~ 6

L | Центр масс системы
 B | всегда будет на по-
 v_1 | прямой в точке A ,
 v_2 | попереку она выв-
 H | ения средней пружины, а массы
 равны



Тогда A наберёт максимального выноса, когда ^{вертикальная} скорость центра масс системы будет равна 0

$$y \cdot v_{yy} = \frac{m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y}}{2m} = \frac{v_1 \sin \beta + v_2 \sin \alpha}{2}$$

$$0 = v_{yy} - g t \quad t = \frac{v_{yy}}{g}$$

$$H = \frac{v_{yy}^2}{2g} = \frac{(v_1 \sin \beta + v_2 \sin \alpha)^2}{8g}$$

$$\text{Ответ: } H = \frac{(v_1 \sin \beta + v_2 \sin \alpha)^2}{8g}$$

$$at = v$$

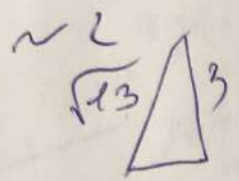
Уравнение ~ 1

$$\frac{at^2}{2} = \frac{v^2}{2} \quad t = \frac{v}{a} \quad a = \frac{v}{t}$$

$$\frac{at^2}{2} = \frac{v \cdot t}{2} = S$$

$$\begin{array}{r} 1800 \overline{) 7} \\ -14 \\ \hline 40 \\ -35 \\ \hline 50 \\ -45 \\ \hline 5 \end{array}$$

~~$$\frac{at^2}{2} = \frac{v \cdot t}{2}$$~~



$$\begin{array}{r} 25 \overline{) 3} \\ -20 \\ \hline 50 \\ -45 \\ \hline 5 \end{array}$$

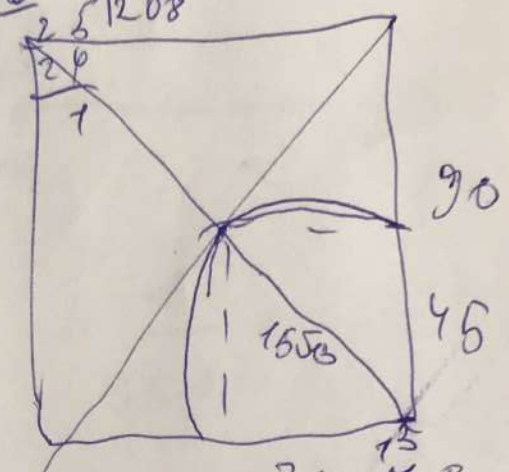
$$S = 90 \cdot 60$$

$$D = 15\sqrt{13}$$

$$r = 7,5\sqrt{13}$$

$$\begin{array}{r} 312 \\ \times 3,6 \\ \hline 1872 \\ \times 312 \\ \hline 10800 \\ \hline 11232 \end{array}$$

~ 3296



$$3M = 5T = 3$$

~~$$M+T = \frac{8}{3}$$~~

$$M+T = \frac{8}{3}$$

$$3 = \frac{T}{2} + \frac{M}{2} = \frac{T+M}{2} = \frac{T}{2} \cdot \frac{8}{3} M$$

$$\frac{T}{2} \cdot \frac{8}{3} = 3$$

$$T = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$$

$$v = \frac{S}{t_1} = \frac{S}{\frac{S}{2v_1} + \frac{S}{2v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

$$S = T \cdot v$$

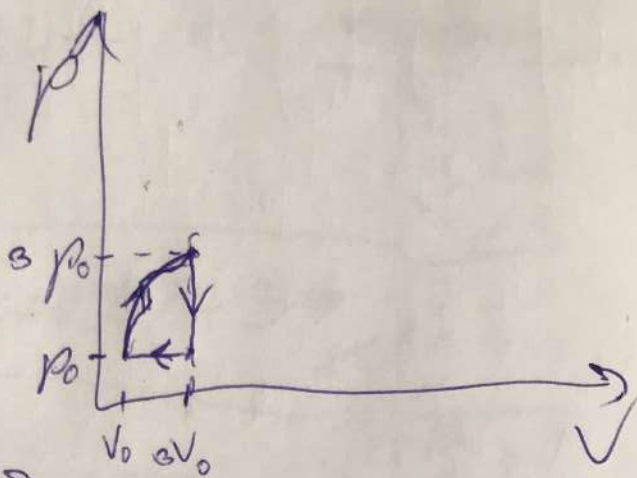
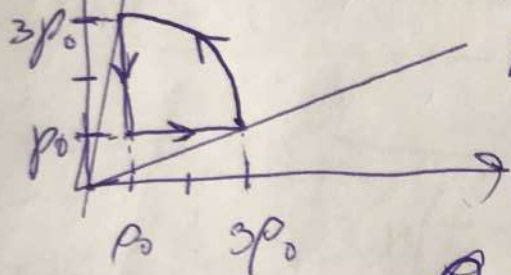
$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 12 \\ \hline 30 \\ 15 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 3,6 \\ \hline 270 \\ \times 45 \\ \hline 2025 \\ \hline 2295 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27,5 \\ \times 82,5 \\ \hline 2250 \\ \times 27,5 \\ \hline 2250 \\ \hline 2275 \end{array}$$

them ~ 4

Числовый
~ 4



$$\frac{1}{3,5 + 1,4} = \frac{1}{4,9} = \frac{10}{49}$$

$$pV = p \cdot \text{const}$$

$$pV = R \frac{m}{M} T$$

$$p \cdot \frac{m}{\rho} = \text{const}$$

$$p \cdot \frac{m}{\rho} = R \frac{m}{M} T$$

$$p = \rho \cdot \text{const}$$

$$p = \rho \cdot R \frac{T}{M}$$

$$T_1 = \frac{1}{3} T$$

$$T_2 = 3T$$

$$T_2 = 9T_1$$

$$\eta_{\text{max}} = 1 - \frac{T_1}{9T_1} = \boxed{\frac{8}{9}}$$

$$\boxed{\eta_{\text{real}} = \frac{1}{9}}$$

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 1055} \\ 315 \\ \underline{735} \\ 1055 \\ \underline{1225} \end{array}$$

$$\boxed{\frac{35 - \sqrt{2}}{210,25}}$$

$$t = \frac{D}{2g} = \frac{25}{2 \cdot 9,8}$$

Александр

уменьшаем
~ 5

$$\begin{array}{r} 154 \\ 22 \overline{) 345} \\ \underline{30} \\ 28 \end{array}$$

$$x(t) = 3 + \sin t \cos t - \sin t - \cos t$$

$$y(t) = 1$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \overline{) 62} \\ \underline{3} \\ 32 \end{array}$$

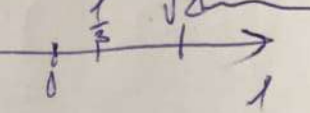
$$\begin{array}{r} 1724 \\ 14 \overline{) 244} \\ \underline{14} \\ 1024 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 363 \\ 3 \overline{) 1083} \\ \underline{9} \\ 183 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7083 \\ 7 \overline{) 489} \\ \underline{49} \\ 1083 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13413 \\ 13 \overline{) 1719} \\ \underline{13} \\ 419 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4 \overline{) 480} \\ \underline{4} \\ 80 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1 \\ 160 \overline{) 110} \\ \underline{160} \\ 110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ 14 \overline{) 362} \\ \underline{31} \\ 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 362 \\ 362 \overline{) 1724} \\ \underline{362} \\ 1724 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2172 \\ 1089 \overline{) 134844} \\ \underline{2172} \\ 134844 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 134844 \\ 134844 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 134 \\ 134 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 134 \\ 134 \end{array}$$

mean ~ 3

$$3 \sin t \cos t - (\sin t + \cos t) + 3$$

$$\sin t + \cos t = l$$

$$(\sin t + \cos t)^2 = \sqrt{2} \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin^2 t + \cos^2 t + 2 \sin t \cos t = l^2$$

$$\sin t \cos t = \frac{l^2 - 1}{2}$$

$$\frac{3}{2}(l^2 - 1) - l + 3$$

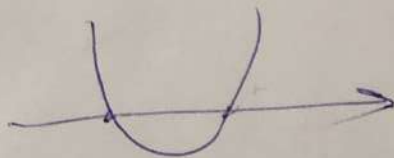
$$x = \frac{3}{2}l^2 - \frac{3}{2} - l + 3$$

$$x = \frac{3}{2}l^2 - l + \frac{3}{2}$$

$$l_0 = \frac{1}{3}$$

$$x_0 = -\frac{1}{6} + \frac{3}{2} = \frac{-1+9}{6} = \frac{4}{3}$$

$$l \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$$



$$3T = 3(M+T)$$

$$M+T = \frac{8}{3}T$$

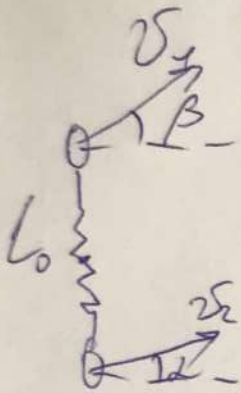
$$x(-\sqrt{2}) = \frac{3}{2} \cdot 2 + \sqrt{2} + \frac{3}{2} = 4.5 + \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{8}{3} T = 6T \cdot \frac{1}{4} T$$

mean ~ 3

Чепробак

~ 6



$$\frac{v_1 \sin \beta + v_2 \sin \alpha}{2} = v_{\text{ср}}$$

$$H = \frac{v^2}{2a} = \frac{(v_1 \sin \beta + v_2 \sin \alpha)^2}{8g}$$

Ленин ~ 4