МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**
Профиль олимпиады: **Механика и математическое моделирование**
ФИО участника олимпиады: **Рупчев Николай Ильич**
Класс: **10-11**

Технический балл: **80**

Дата проведения: **09 марта 2022 года**

Олимпиада «Ломонсов» по механике и математическому моделированию
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Рупчев Николай Ильич

Класс: 10-11

Задача 1	**Задача 2**	**Задача 3**	**Задача 4**	**Задача 5**	**Задача 6**	**Тех. балл***
15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	20 баллов	0 баллов	80 баллов

* Технический балл равняется сумме баллов за решение задач.

Чистовик.

Задача 1

Пусть путь самолёта равен S, ускорение равно a.

$t = 15с$

$$v = 100\frac{км}{ч} = \frac{100 \cdot 1000 м}{3600 с} = \frac{1000}{36}\frac{м}{с} = \frac{250}{9}\frac{м}{с}$$

$$a = \frac{v}{t}$$

$$S = \cancel{v_0 t}^{\,0,\ т.к.\ v_0 = 0\frac{м}{с}} + \frac{at^2}{2} = \frac{\frac{v}{t}\cdot t^2}{2} = \frac{vt}{2} = \frac{\frac{250}{9}\frac{м}{с}\cdot 15с}{2} = \frac{250 \cdot 5}{3 \cdot 2} м =$$

$$= \frac{125 \cdot 5}{3} м = \frac{625}{3} м = 208\frac{1}{3}\frac{м}{с} \approx 208 м$$

Ответ: 208 м

Задача 3

Пусть Гаврила $\frac{t}{2}$ часов играл в тетрис и $\frac{t}{2}$ часов смотрел мультфильмы. Тогда: пусть заряд его устройства равен Q.

При игре в тетрис смартфон разряжается со скоростью $\frac{Q}{3}$, при просмотре мультфильмов — $\frac{Q}{5}$. Тогда: $Q = \frac{Q}{3}\cdot\frac{t}{2} + \frac{Q}{5}\cdot\frac{t}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{t}{6} + \frac{t}{10} = 1ч \Rightarrow \frac{t}{3} + \frac{t}{5} = 2ч \Rightarrow \frac{5t+3t}{15} = 2ч \Rightarrow t = \frac{30}{8}ч = \frac{15}{4}ч.$$

Пусть поезд первую половину пути проехал за время t_1, а вторую — за время t_2. Тогда: $\begin{cases} 80\frac{км}{ч}\cdot t_1 = 60\frac{км}{ч}\cdot t_2 \\ t_1 + t_2 = t \end{cases} \Rightarrow t_1 = t - t_2 \Rightarrow 80t_1 = 60(t - t_1) \Rightarrow$

$$\Rightarrow t_1 \cdot (80+60) = 60t \Rightarrow t_1 = \frac{60t}{80+60} = \frac{60t}{140} = \frac{3}{7}t = \frac{3}{7}\cdot\frac{15}{4}ч = \frac{45}{28}ч \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ пусть путь поезда равен S. $\frac{S}{2} = 80\frac{км}{ч}\cdot t_1 =$

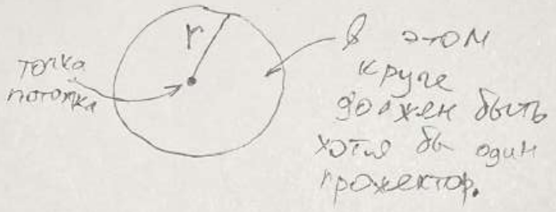
$$= 80\frac{км}{ч}\cdot\frac{45}{28}ч = \frac{20 \cdot 45}{7}км = \frac{900}{7}км \Rightarrow S = 2\cdot\frac{900}{7}км = \frac{1800}{7}км \approx 257км$$

Ответ: 257 км.

Задача 2

Чистовик

Пусть высота потолка $r \Rightarrow$ каждый прожектор освещает круг радиуса r. Тогда для каждой точки на потолке стадиона должен быть прожектор внутри круга радиуса r с центром в этой точке (иначе, если такого прожектора нет, точка не освещена:



В частности, рассмотрим 5 точек на потолке: 4 точки в углах и 1 в центре:

Пусть $a=30$. тогда поле имеет стороны $2a$ и $3a$.

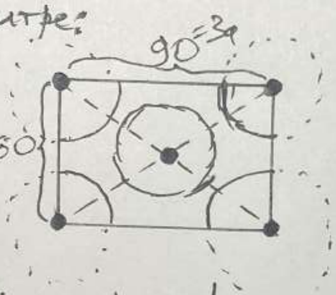


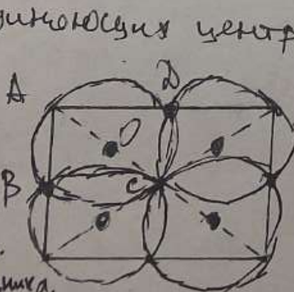
рис. 1

Начертим круг для каждой из них. Если r взять слишком маленьким, то круги не пересекутся, тогда на потолке будет 5 непересекающихся областей, в каждой из которых должен стоять хотя бы 1 прожектор, но прожекторов всего 4 $\Rightarrow$ по принципу Дирихле, разместить прожекторы корректно не удастся. Заметим, что окружности не пересекаются, как на рис. 1, при $r < \frac{\sqrt{13}}{4}$. При $r = \frac{\sqrt{13}}{4}a$ эти 5 окружностей пересекаются в 4 точках (диагональ поля $= 4r \Rightarrow$

рис. 2.

$\Rightarrow 4r = \sqrt{(2a)^2+(3a)^2} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{13a^2}}{4} = \frac{\sqrt{13}}{4}a) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ при $\forall r < \frac{\sqrt{13}}{4}a$ у нас будет образовываться 5 непересекающихся областей $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ при $\forall r < \frac{\sqrt{13}}{4}a$ ответа быть не может. Теперь заметим, что при $r \geq \frac{\sqrt{13}}{4}a$ расстановка становится возможной, т.к. поместив прожекторы в точки пересечения окружностей на рис. 2 (точки, являющиеся центрами отрезков, соединяющих центр прямоугольника с углами), мы выполним условие задачи:



C — центр прямоугольника.

рис. 3.

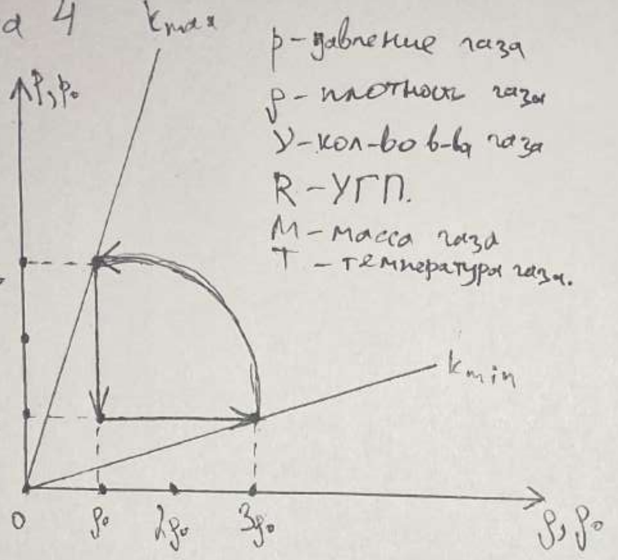
На рис. 3 изображены круги освещения прожекторов при $r = \frac{\sqrt{13}}{4}a$. Окружность с центром в O проходит через точки A, B, C и D, т.к. AC — диаметр, а $\angle ABC$ и $\angle ADC$ равны $90°$ и опираются на него $\Rightarrow$, как видно из рисунка, неосвещённых областей нет, и при $\forall r \geq \frac{\sqrt{13}}{4}a$ условие также будет выполнено. Подберём r, кратное 0,1 м, не меньшее $\frac{\sqrt{13}}{4} \cdot 30$м. Заметим, что нам подойдёт такое r, что $r \geq \frac{15}{2}\sqrt{13}$, т.е. нам нужно минимальное r, при котором $r^2 \geqslant \frac{225}{4} \cdot 13 = 731{,}25$ (см. черновик „подбор задачи 2", там есть вычисления в столбик, если их нужно приводить).

Заметим, что $r=27$ нам ещё не подходит (т.к. $27^2=729<731{,}25$), а $r=27{,}1$ уже подходит, т.к. $27{,}1^2 = 734{,}41 > 731{,}25$. $\Rightarrow$ ответом будет являться число 27,1 м.

Ответ: 27,1 м.

Чистовик.

Задача 4



p – давление газа
ρ – плотность газа
ν – кол-во в-ва газа
R – УГП.
M – масса газа
T – температура газа.

Определим минимальную и максимальную температуру нашего цикла.

$$pV=\nu RT \Rightarrow T=\frac{pV}{\nu R} \Rightarrow \left|V=\frac{M}{\rho}\right| \Rightarrow \frac{\frac{p}{\rho}\cdot M}{\nu R}.$$

T_{max} соответствует $max\left(\frac{p}{\rho}\right)$, т.к. $\frac{M}{\nu R}=const$. аналогично:

$$T_{min}=\frac{min\left(\frac{p}{\rho}\right)\cdot M}{\nu R}.$$

Пусть $\frac{p}{\rho}=k. \Rightarrow$ тогда график $p=k\cdot\rho$ – прямая с тангенсом угла наклона k, выходящая из O. Очевидно из графика, что прямая $p=3\rho$ – прямая с наибольшим k, содержащая хотя бы одну точку графика изменения состояния газа (выше этой прямой нет ни одной точки графика состояния газа $\Rightarrow$ если k увеличить, прямая перестанет пересекать график). $\Rightarrow k_{max}=3$, аналогично, $k_{min}=\frac{1}{3}$.

Максимальное кпд цикла – кпд цикла Карно. Оно равно:

$$\eta_{карно}=\frac{T_{max}-T_{min}}{T_{max}}=\frac{k_{max}\cdot\frac{M}{\nu R}-k_{min}\cdot\frac{M}{\nu R}}{k_{max}\cdot\frac{M}{\nu R}}=\frac{k_{max}-k_{min}}{k_{max}}=\frac{3-\frac{1}{3}}{3}=$$

$=\frac{8}{9}$. Кпд нашего цикла в 8 раз меньше $\Rightarrow \eta_{искомое}=\frac{\eta_{карно}}{8}=\frac{1}{9}$.

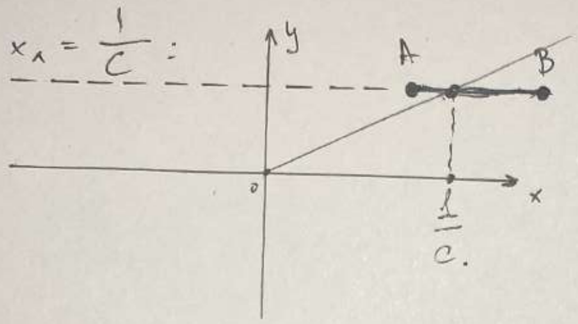
Ответ: $\frac{1}{9}$

Задача 5

$$\begin{cases} x(t) = 3 + \sin t\cos t - \sin t - \cos t \\ y(t) = 1 \end{cases}$$ $\Rightarrow$ частица имеет всегда ординату $\underline{1}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ на этой ординате луч проходит через одну точку $x_\lambda \cdot C = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_\lambda = \dfrac{1}{C}$:



Точка как-то (возможно, несколько раз разворачиваясь между A и B) движется в пределах отрезка AB, где A – минимальная абсцисса частицы, B – максимальная абсцисса частицы.

Найдём минимум и максимум ф-ции $x(t)$. Для этого переберём все её экстремумы и сравним значения в них. Найдём экстремумы:

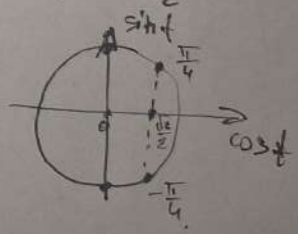
$$x(t) = 3+\sin t\cos t - \sin t - \cos t = 2 + \sin t(\cos t - 1) - (\cos t - 1) = 2 + (\sin t - 1)(\cos t - 1).$$

$$x'(t) = (\sin t - 1)(\cos t - 1)' + (\sin t - 1)'(\cos t - 1) = (\sin t - 1)(-\sin t) + \cos t(\cos t - 1) =$$

$$= -\sin^2 t + \sin t + \cos^2 t - \cos t = (\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t) - (\cos t - \sin t) = 0 \Rightarrow$$

$$= (\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t - 1) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \cos t - \sin t = 0 \\ \cos t + \sin t - 1 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{\sqrt2}{2}\cos t - \frac{\sqrt2}{2}\sin t = 0 \\ \frac{\sqrt2}{2}\cos t + \frac{\sqrt2}{2}\sin t = \frac{\sqrt2}{2} \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \cos\frac{\pi}{4}\cos t - \sin\frac{\pi}{4}\sin t = 0 \\ \cos\frac{\pi}{4}\cos t + \sin\frac{\pi}{4}\sin t = \frac{\sqrt2}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt2}{2} \end{array}\right. \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ t + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \\ t - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ t - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{array}\right., k \in Z \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ t_2 = \frac{5}{4}\pi + 2\pi k \\ t_3 = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ t_4 = 2\pi k \end{array}\right., k \in Z$$ ← это точки экстремумов

Заметим, что $x(t)$ зависит от $\sin t$ и $\cos t \Rightarrow x(t) = x(t + 2\pi k)$, $k \in Z \Rightarrow$
$\Rightarrow$ можем рассмотреть по одному t из каждого случая.

В экстремумах $x(t)$ принимает значение:

$$\left[\begin{array}{l} x(t_1) = 3 + \frac12 - \sqrt2 = \frac72 - \sqrt2 \\ x(t_2) = 3 + \frac12 + \sqrt2 = \frac72 + \sqrt2 \\ x(t_3) = 3 + 0 - 1 - 0 = 2 \\ x(t_4) = 3 + 0 - 0 + 1 = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{array}{l} \max(x(t)) = \frac72 + \sqrt2 \\ \min(x(t)) = 2. \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{C} \geq 2 \Rightarrow C \leq \frac12 \ (C>0) \\ \frac{1}{C} \leq \frac72 + \sqrt2 \Rightarrow C \geq \frac{1}{\frac72 + \sqrt2} \end{cases} \Rightarrow C \in \left[\frac{1}{\frac72 + \sqrt2}; \frac12\right]$$

(очевидно, $\frac72 - \sqrt2 > 2$, ведь $\sqrt2 < \frac72 - 2 = \frac32$, т.к. $\left(\frac32\right)^2 = \frac94 > 2$)

Ответ: $C \in \left[\dfrac{1}{\frac72 + \sqrt2}; \dfrac12\right]$

Чистовик

Задача 6

После приложения сил к телам система начала движение. Разобьём это движение на поступательное (вверх вправо, исходя из рисунка), вращательное (пружина будет вращаться вокруг своего центра) и колебательное (пружинка будет сжиматься и разжиматься). Заметим, что ни вращательное, ни колебательное движение системы никак не изменяет положение точки A. Заметим также, что точка A — центр масс системы. Если вращательные и колебательные движения не изменяют положение точки A, их можно напрямую не учитывать (но в итоге мы их обязательно учтём). Пусть в начале потенциальная энергия точки A равна 0. (речь идёт о работе силы приложения).

Тогда энергия системы в начале движения: (ц.м — центр. масс)

$$E_н = E_{пружина} + E_{ц.м.\ по\ горизонтали} + E_{вращения\ вокруг\ ц.м.} + \frac{mv_2^2\sin^2\alpha}{2} + \frac{mv_1^2\sin^2\beta}{2}.$$

В конце:

$$E_к = \underbrace{E_{пружины} + \frac{m(v_1\sin\beta - v_2\sin\alpha)^2}{2}}_{\text{Новая } E \text{ пружины, т.к. разность скоростей тел по вертикали изменила амплитуду колебаний}} + E_{ц.м.\ по\ горизонтали} + E_{вращения\ вокруг\ ц.м.} + 2mgh$$

h — высота, на которую поднялся ц.м. (A) в конце (в максимальной точке).

Тогда:

$$E_н = E_к \Rightarrow \frac{mv_2\sin^2\alpha}{2} + \frac{mv_1^2\sin^2\beta}{2} = \frac{(v_1\sin\beta - v_2\sin\alpha)^2}{2} + 2mgh \Rightarrow$$

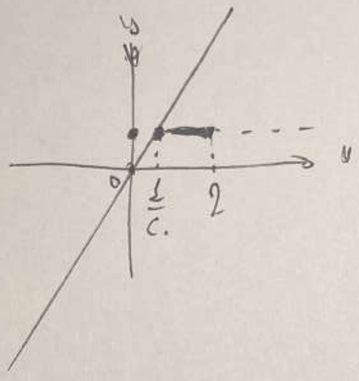
$$\Rightarrow h = \frac{v_2^2\sin^2\alpha + v_1^2\sin^2\beta - (v_1\sin\beta - v_2\sin\alpha)^2}{4g} = \frac{2\sin\alpha\sin\beta\, v_1 v_2}{4g} = \frac{v_1 v_2 \sin\alpha\sin\beta}{2g}$$

Ответ: $h = \frac{v_1 v_2 \sin\alpha \sin\beta}{2g}$

Черновик.

$x(t) = 3 + \sin t\cos t - \sin t - \cos t$ $\quad y(t) = 1.$

$y = cx.$



$\sin t \cdot \cos t - \sin t - \cos t + 1 + 2$

$(\sin t - 1)\cos t - (\sin t - 1) + 2$

$x = (\sin t - 1)(\cos t - 1) + 2. \le \frac{1}{c}.$

$(\sin t + 1)(-\sin t) + \cos t \cdot (\cos t - 1) = 0.$

$-\sin^2 t + \sin t + \cos^2 t - \cos t = 0.$

$(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t) + \sin t - \cos t = 0.$

$(\cos t - \sin t - 1)(\cos t + \sin t) = 0.$

$\begin{cases} \cos t - \sin t = 1 \\ \cos t + \sin t = 0 \end{cases} \Rightarrow \cos t \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin t \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

$\cos t \cdot \cos\frac{\pi}{4} - \sin t \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

$\cos(t + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

$t + \frac{\pi}{4} = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{4} \\ \frac{7\pi}{4} \end{array}\right. \Rightarrow t = \left[\begin{array}{l} 0 \\ \frac{3}{2}\pi \end{array}\right.$

$t = 0: x = 2$

$t = \frac{3}{2}\pi \quad x = 4.$

$\sin\frac{3}{2}\pi = -1.$

$\cos\frac{3}{2}\pi = 0.$

$\sin t + \cos t = 0$

$\sin t \sin\frac{\pi}{4} + \cos t \cos\frac{\pi}{4} = 0.$

$\cos(t - \frac{\pi}{4}) = 0.$

$t - \frac{\pi}{4} = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{2} \\ \frac{3}{2}\pi \end{array}\right. \Rightarrow t = \left[\begin{array}{l} \frac{3\pi}{4} \\ \frac{7\pi}{4} \end{array}\right.$

$t = \frac{3\pi}{4} \quad x = 3 + \quad \sin\frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$

$+ (-\frac{1}{2}) = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}.$

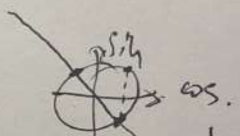
$(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t - 1) = 0.$

$\cos t - \sin t = 0.$

$\cos t \cos\frac{\pi}{4} - \sin t \sin\frac{\pi}{4} = 0$

$\cos(t + \frac{\pi}{4}) = 0.$

$t + \frac{\pi}{4} = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{2} \\ \frac{3\pi}{2} \end{array}\right. \Rightarrow t = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{4} \quad x = 3 + \frac{1}{2} - \frac{2\sqrt{2}}{2} = 3\frac{1}{2} - \sqrt{2}. \\ \frac{5\pi}{4} \quad x = 3\frac{1}{2} + \sqrt{2}. \end{array}\right.$



$\cos(t - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

$t - \frac{\pi}{4} = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{4} \\ -\frac{\pi}{4} \end{array}\right. \Rightarrow t = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{2} \quad x = 2. \\ 0 \quad x = 2 \end{array}\right.$

$1800 \,|\, 7$

2

$\frac{5}{24}$ | 24

$-48 \quad 0,2083\ldots$

200

$5\text{ с} = \frac{1}{4}\text{ мин} = \frac{1}{240}\text{ ч}.$

$\frac{100 \cdot \frac{1}{240}}{ч}\text{ км} = \frac{5}{24} =$

$\frac{5}{24}$

Черновик.

$t = 15$ с.

$v = 100$ км/ч $= \frac{100\,000}{3600}$ м/с $= \frac{1000}{36}$ м/с

$a = \frac{v}{t}$.

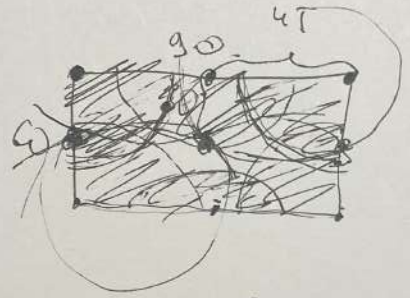
$S = v_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{\left(\frac{v}{t}\right) \cdot t^2}{2} = \frac{v t}{2} = \frac{\frac{1000 \cdot 15}{36}}{2}$ м $\quad \frac{1000 \cdot 5}{2 \cdot 12} = \frac{250 \cdot 5}{2 \cdot 3} =$

$= \frac{125 \cdot 5}{3} = \frac{625}{3} = 200\frac{25}{3} = 208\frac{1}{3}$ м.

$27{,}7 \times 27{,}7$: 1939, 1939, 554, 767,29

225×13: 675, 225, 2925; $2925 : 4 = 731{,}25$

731,25



t.

$Q = \frac{Q}{3} \cdot \frac{t}{2} + \frac{Q}{5} \cdot \frac{t}{2}$

$Q \qquad v_T = \frac{Q}{3}$

$v_M = \frac{Q}{5}$.

$\frac{t}{6} + \frac{t}{10} = 1$. $\qquad \frac{Q}{3} \cdot \frac{15}{8} + \frac{Q}{5} \cdot \frac{15}{8} =$

$\frac{t}{3} + \frac{t}{5} = 2$. $\qquad \times 27{,}7$

$\frac{\sqrt{13}}{4} \cdot 30 = \quad a\sqrt{ab}\,b$

$\frac{5t + 3t}{15} = 2$.

3,5. $\quad$ 3,9.

$v_1 \quad v_2 \qquad = \frac{15}{2} \cdot \sqrt{13} \qquad 3{,}5 \cdot \sqrt{13} \quad \frac{13}{3{,}5}$

~~$8t = 30$~~

$t = \frac{15}{4}$ ч.

$7{,}5 \cdot 3{,}7$

75×37: 525, 225, 27,75

$t_1 \quad t_2 \qquad \frac{225}{4} \cdot 13. \quad 7{,}5 \qquad \frac{35}{10} = \frac{7}{2} \qquad \frac{130}{35} = \frac{26}{7}$

$80 \cdot \frac{15}{4} + 60 \cdot \frac{45}{28} =$

$$\begin{cases} v_1 t_1 = v_2 t_2 \\ v_1 t_1 = \frac{S}{2} \quad \Rightarrow t_1 = t - t_2 \\ t_1 + t_2 \end{cases}$$

$v_1 (t - t_2) = v_2 t_2$.

$t_1 = \frac{15}{4} - \frac{15}{7} = \frac{15 \cdot 7 - 15 \cdot 4}{28} = \frac{15 \cdot 3}{28} = \frac{45}{28}$ ч.

$v_1 t = v_2 t_2 + v_1 t_2$

$\frac{60}{28} + \frac{45}{28} = \frac{105}{28} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 3}{28}$

$t_2 = \frac{v_1 t}{v_2 + v_1} = \frac{80 \cdot \frac{15}{4}}{80 + 60} = \frac{20 \cdot 15}{140} = \frac{15}{7}$ ч.

Черновик (подбор задачи 2)

$\sqrt{731{,}25} \in (27;28)$

$27^2 = 729$

$\sqrt{731{,}25} \in \left[27{,}5; \frac{731{,}25}{27{,}5}\right]$

т.к. $\sqrt{ab} \in [a;b]$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times\ 27 \\ \hline 189 \\ 54 \\ \hline 729 \end{array}$$

ещё не подходит.

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times\ 13 \\ \hline 675 \\ 225 \\ \hline 2925 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2925 & 4 \\ -28 & 731 \\ \hline 12 & \\ -12 & \\ \hline 05 & \\ -4 & \\ \hline 1\ldots & \end{array}$$

731,25.

27,5;

$$\begin{array}{r|l} 731{,}25 & 275 \\ 550 & 26{,}59\ldots \\ \hline 1812 & \\ 1650 & \end{array}$$

$300 \cdot 6 - 25 \cdot 6$

$1800 - 150$

среднее — 27 + что-то там

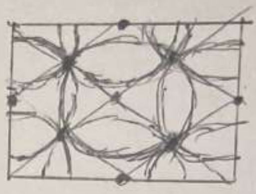
$$\begin{array}{r} 27{,}2 \\ \times\ 27{,}2 \\ \hline 544 \\ +\ 1904 \\ 544 \\ \hline 739{,}84 \end{array}$$

уже подходит

Если эти подсчёты нужно приводить в доказательство того, что [redacted] это было посчитано не на калькуляторе, то вот они.

$$\begin{array}{r} 27{,}1 \\ \times\ 27{,}1 \\ \hline 271 \\ +\ 1897 \\ 542 \\ \hline 734{,}41 \end{array}$$

уже подходит.



$v_1 t_1 = v_2 t_2$

$t_1 = t - t_2$.

$v_1 t - v_1 t_2 = v_2 t_2$

$\frac{v_1 t}{v_1 + v_2} = t_2$

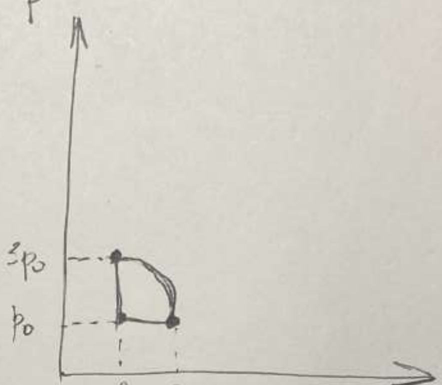
$v \cdot \frac{45}{7} = 60 \cdot \frac{15}{7}$

$t_2 = \frac{20 \cdot 15}{2(80+60)} = \frac{15}{7}$.

140

$\frac{S}{2} = v_2 t_2 = 60 \cdot \frac{15}{7}$.

$S = \frac{120 \cdot 15}{7} = \frac{1800}{7}$.



$\rho = \frac{M}{V}$

$15 \times 12 = 180$

$1800 : 7 = 257$

257 км.

$V \quad \frac{V}{3}$.

$T_{max} = \frac{pV}{\nu R}$ const const.

$\max(pV)$.

$257 \times 7 = 1799$

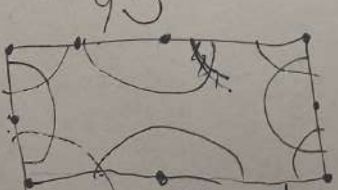
$V = \frac{M}{\rho}$.

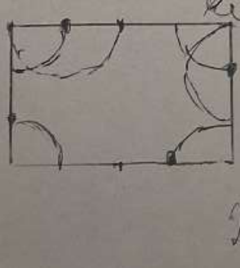
$\max\left(\frac{p}{\rho}\right)$.

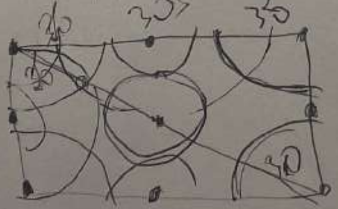
$\max T = \frac{3p_0 \cdot \frac{M}{\rho_0}}{\nu R} = 3 \frac{p_0 M}{\rho_0 \nu R}$

$\min T = p_0 \cdot \frac{M}{3\rho_0} = \frac{1}{3} \frac{p_0 M}{\rho_0 \nu R}$.

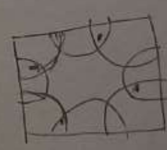
$\eta = \frac{\max T - \min T}{T_{max}}$





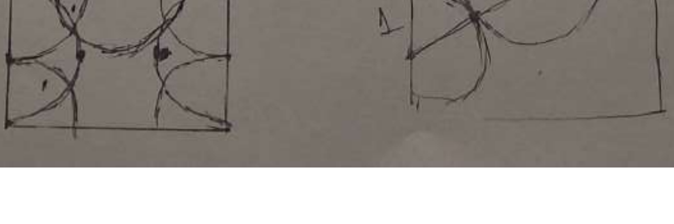


$\sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$

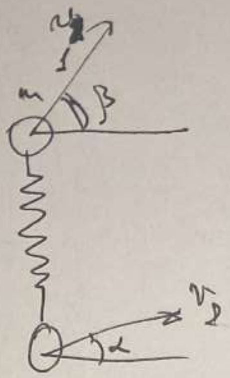


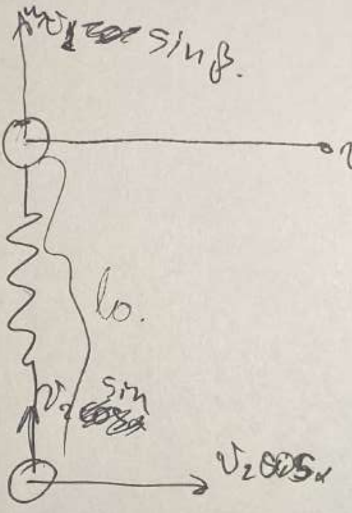
$\frac{\sqrt{13}}{2}$.

$r = \frac{\sqrt{13}}{4}$.



Черновик.





$$\frac{2m(v_2-v_1)^2}{2} =$$

$$\frac{\cancel{2}\cancel{m}(v_1\sin\beta - v_2\sin\alpha)^2}{\cancel{2}} = 2\cancel{m}\cdot g\cdot h$$

$$h = \frac{(v_1\sin\beta - v_2\sin\alpha)^2}{2g}$$

$$k\Delta x = mg$$

$$E_H = \frac{k\Delta x^2}{2} + \left(2mg\frac{l_0}{2} = mgl_0\right) + \frac{mv_2^2\sin^2\alpha}{2} + \frac{mv_1^2\sin^2\beta}{2}$$

$$E_K = \frac{k\Delta x^2}{2} + \frac{m(v_1\sin\beta - v_2\sin\alpha)^2}{2} + 2m\cdot g\cdot h.$$

$$mgl_0 + \frac{mv_2^2\sin^2\alpha}{2} + \frac{mv_1^2\sin^2\beta}{2} = \frac{m(v_1\sin\beta - v_2\sin\alpha)^2}{2} + 2mgh.$$

$$h = \frac{2gl_0 + v_2^2\sin^2\alpha + v_1^2\sin^2\beta - (v_1\sin\beta - v_2\sin\alpha)^2}{4g}$$

$$h = \frac{2gl_0 + 2v_1v_2\sin\alpha\sin\beta}{4g} = \frac{[illegible]\, v_1v_2\sin\alpha\sin\beta}{2g}.$$