МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**
Профиль олимпиады: **Механика и математическое моделирование**
ФИО участника олимпиады: **Сафронова Ольга Павловна**
Класс: **10-11**

Технический балл: **80**

Дата проведения: **09 марта 2022 года**

Олимпиада «Ломонсов» по механике и математическому моделированию
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Сафронова Ольга Павловна

Класс: 10-11

Задача 1	**Задача 2**	**Задача 3**	**Задача 4**	**Задача 5**	**Задача 6**	**Тех. балл***
15 баллов	10 баллов	15 баллов	15 баллов	20 баллов	5 баллов	80 баллов

* Технический балл равняется сумме баллов за решение задач.

Черновик №1

① $t = 15c$

$v_{отр} = 100 \frac{км}{ч}$

$S - ?$

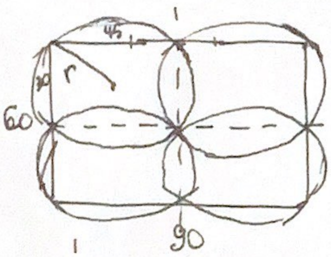
$v_{отр} = \cancel{v_0}^{0} + at \Rightarrow a = \frac{v_{отр}}{t} = \frac{100 \frac{км}{ч}}{15c} = \frac{\cancel{250}^{50}}{9 \cdot \cancel{15}_{3}} \frac{м}{c^2} = \frac{50}{27} \frac{м}{c^2}$

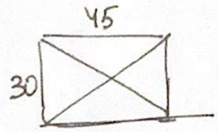
$100 \frac{км}{ч} = \cancel{100} \cdot \frac{\cancel{1000м}^{250}}{\cancel{3600c}_{9}} = \frac{250}{9} \frac{м}{c}$

$\vec{S} = \cancel{v_0 t}^{0} + \frac{at^2}{2} = \frac{50}{2 \cdot 27} \frac{м}{c^2} \cdot 15^2 c^2 =$

$= \frac{\cancel{50}^{25} \cdot 5^2 \cdot \cancel{3^2}}{\cancel{2} \cdot \cancel{27}_{3}} м = \frac{625}{3} м \approx 208 м$ $(208{,}3 м)$

②





$l = 2r = \sqrt{15^2(2^2+3^2)} =$

$= 15\sqrt{13} \Rightarrow r = 7{,}5\sqrt{13} \Rightarrow$

$\Rightarrow h = r = 7{,}5\sqrt{13}$

$\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$

$3 < \sqrt{13} < 4$

$13 > (3{,}5)^2 = 12{,}25$

$13 > (3{,}6)^2 = 12{,}86$

$13 < (3{,}7)^2 = 13{,}69$

$35 \times 35 = 1225$

$36 \times 36 = 1296$: 216, 108, $12{,}96$

225×13: 675, 225, $29{,}25$

$\cancel{\frac{15}{2} \cdot 3{,}6} < \frac{15}{2}\sqrt{13} < \frac{15}{2} \cdot 3{,}7$

$27 < \frac{15}{2}\sqrt{13}$ $\qquad 27{,}1?$

$\sqrt{13} < \frac{54{,}2}{15} = \frac{15}{2}\sqrt{13} < 27{,}1$

$13 < \left(\frac{54{,}2}{15}\right)^2$

$3{,}7 \times 3{,}7$: 259, 111, $13{,}69$

$180 + 90 = 270$

$54{,}2 \times 54{,}2$: 1084, 2168, 2710, $2937{,}64$

$2937{,}64 : 225 = 13{,}0\ldots$: 225, 687, 675, 1264

$\cancel{2937{,}64 : 15 = 195}$: 15, 143, 135, 87

③ $x = \frac{S}{3} \frac{\%}{ч} = \frac{S}{3} \frac{\%}{ч}$ $\qquad 35$

$y = \frac{S}{5} \frac{\%}{ч}$

$18 + 9 = 27$

$\frac{t}{2} \cdot x + \frac{t}{2} \cdot y = S$

$\frac{t}{2} \cdot \cancel{S}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) = \cancel{S}$

$\frac{\cancel{8}^{4}}{15} = \frac{\cancel{2}}{t} \Rightarrow t = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4} = 3{,}75ч$

$1200 + 600 = 1800$

$\cancel{1800 : 7}$, 14

$179 - 81 = 98$

$\cancel{l = (v_1 + v_2)\frac{t}{2} = \frac{35}{140} \frac{км}{ч} \cdot \frac{15}{8_2} ч = \frac{350+175}{2} км = \frac{525}{2} км = 262{,}5 км}$

$v_1 = \frac{\frac{1}{2}S}{t_1}, \quad v_2 = \frac{\frac{1}{2}S}{t_2}$

$6 \cdot 80 = 480$

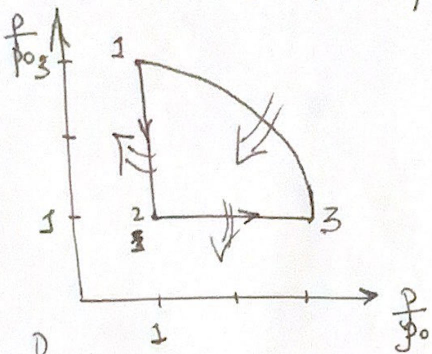
$\frac{480}{14} = \frac{240}{7}$

$1800 : 7 = 257$: 14, 40, 35, 50, 49, 1

$\frac{1}{2}S\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right) = t$

Черновик №2

④ изохора, изобара, окр.

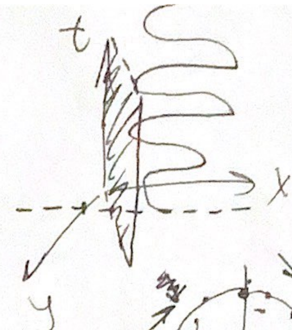


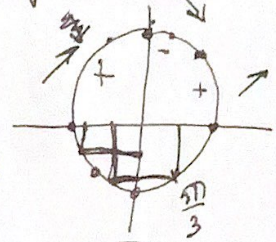
$pV = \frac{m}{\mu} RT$

$p = \rho \frac{RT}{\mu}$

V=const

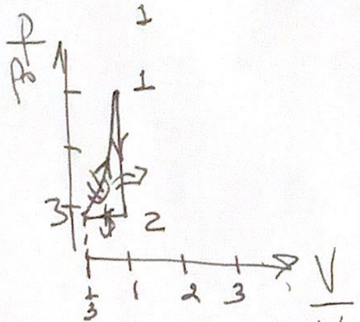
$A = \cancel{A_{12}} + \cancel{A_{23}} + \cancel{A_{13}}$





$p = \alpha \rho^2 = \alpha \frac{1}{V^2}$

$\frac{5\pi}{3}$



$3 \frac{m}{V_1} = 3 \frac{m}{V_2}$

$3V_2 = 3V_1$

$T_{min} = T_3, \; T_{max} = T_1$

$\frac{p_0 \cdot \frac{1}{3} V_0}{T_3} = \frac{3 p_0 \cdot V_0}{T_1}$

$T_1 = 9T_3$

$\cancel{Q_{получ} = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) + \nu R}$

$\cancel{\eta' = \frac{A}{Q_{получ}} = \frac{\nu R \cdot 8T_3}{\frac{3}{2}\nu R \cdot 8T_3 + \nu R \cdot 8T_3}}$ =

100 | 49
98 | 0,20408
200
196
400

$\eta' = \frac{T_1 - T_3}{T_1} = \frac{9T_3 - T_3}{9T_3} = \frac{8}{9} \Rightarrow \underline{\underline{\eta = \frac{1}{9}}}$

$\cancel{x^2 \cdot x = x^3 \Rightarrow 3x^2}$

$\cancel{2x \cdot x + x^2 \cdot 1 = 3x^2}$

⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{8}$ … $\sin^2 t + \cos^2 t + \sin t \cdot \cos t - \sin t - \cos t$

$7 + 2\sqrt{2} \approx$

$7 + 2{,}8 = 9{,}8$

$\frac{2}{9{,}8} = \frac{1}{4{,}9} =$

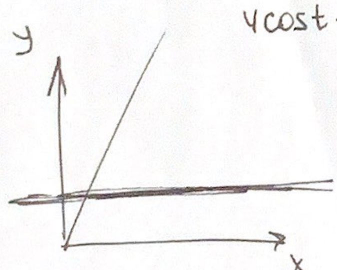
$(\sin t + \cos t)^2 - \sin t \cdot \cos t - \sin t - \cos t + 2$

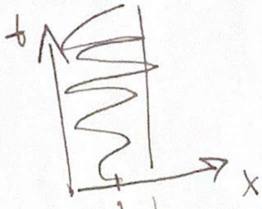
$(\ \dots\ ) + (\sin t - \cos t)^2 + \sin t \cos t - \sin t - \cos t + 1$

$(\cancel{\sin t} + \cos t - \cancel{\sin t} + \cos t)(\sin t + \cancel{\cos t} + \sin t - \cancel{\cos t}) + (\sin t - 1)(\cos t - 1)$

$4 \cos t \cdot \sin t + (\sin t - 1)(\cos t - 1)$

$cx = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{c}$





$x'(t) = 3 \cos t \cdot \cos t + (-\sin t) \cdot \sin t -$
$- \cos t + \sin t = \cos^2 t - \sin^2 t -$
$- \cos t + \sin t \cancel{= \cos t (\cos t - 1)} 0$

$(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t) - (\cos t - \sin t)$

$(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t - 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \cos t = \sin t, \\ \sin(\frac{\pi}{4} + t) = 1, \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} t = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ t = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$

$\frac{\pi}{3}$: $\cos t = \frac{1}{2}$, $\sin t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ⊖ $\sqrt{3} + 1 \vee 2$ ⊕ $\sqrt{3} > 1$

$\frac{\pi}{6}$: $\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin t = \frac{1}{2}$ ⊕ > ⊕

$\frac{2\pi}{3}$: $\cos = -\frac{1}{2}$, $\sin = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ⊖ $\sqrt{3} - 1 \vee 2$ ⊖ $3 < 9$

$2\ \frac{1}{c}$

min + max − min + max

$\searrow 0 \nearrow \frac{\pi}{4} \searrow \frac{\pi}{2} \nearrow \frac{3\pi}{4} \searrow$

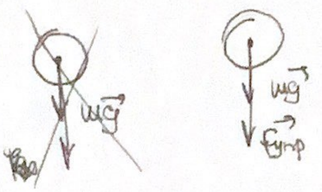
$x(0) = 2$

$x(\pi) = 4$

$x(\frac{\pi}{4}) = 3 + \frac{1}{2} - \sqrt{2} = \frac{7 - 2\sqrt{2}}{2} \approx 2{,}1$ (2,8)

$x(\frac{\pi}{2}) = 3 - 1 = 2$, $x(\frac{3\pi}{4}) = 3 - \frac{1}{2} = 2{,}5$

Черновик №3

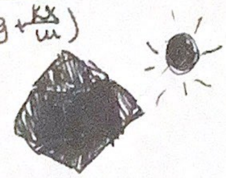


$$a_1 = g + \frac{kx}{m} \ ; \ 0 = v_1 \sin\beta\, t - \frac{a_1 t^2}{2} \Rightarrow t = \frac{2v_1\sin\beta}{a_1}$$

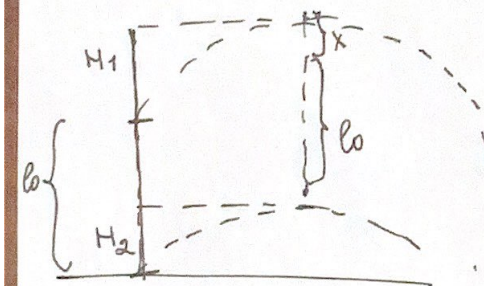
$$H_1 = v_1 \sin\beta \frac{t}{2} - \frac{a_1 t^2}{8} = \frac{v_1^2\sin^2\beta}{a_1} - \frac{v_1^2\sin^2\beta}{2a_1} = \frac{v_1^2\sin^2\beta}{2(g+\frac{kx}{m})}$$

$$a_2 = g - \frac{kx}{m}$$

$$H_2 = \frac{v_2^2\sin^2\alpha}{2(g-\frac{kx}{m})}$$



$$\cancel{l_0 = \frac{mg}{k}} \Rightarrow k = \frac{mg}{l_0} \Rightarrow \cancel{\frac{kx}{m}} =$$



если $x = 0$:

$$h_A = \cancel{H_1 + l_0 - H_2}\ H_2 + \left(\frac{l_0 + H_2 + H_1}{2}\right) = \frac{H_1 + l_0 + H_2}{2} =$$

$=$

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2\sin^2\beta}{2} + \frac{mv_2^2\sin^2\alpha}{2} + mgH_1 + mg(\cancel{l_0} + H_2) + \frac{E_{упр}}{m}$$

$$+ mg\cancel{l_0}$$

$$\frac{1}{2}(v_1^2 \cos^2\beta + v_2^2\cdot\cos^2\alpha) = gH_1 + gH_2 + \frac{E_{упр}}{m}, \quad E_{упр} = \frac{kx^2}{2}$$

$$h_A = \frac{H_1 + l_0 - H_2}{2} + H_2 = \frac{H_1 + H_2 + l_0}{2}$$

$$x = H_1 - H_2$$

Чистовик №1

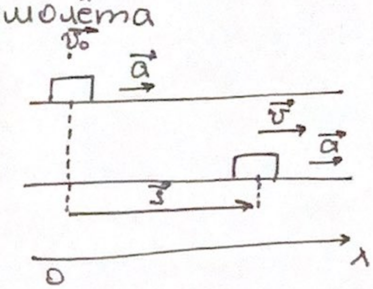
①. Дано: равноускоренное движение самолёта

$t = 15с$; $v = 100\,\frac{км}{ч}$

S - ?

Кинематические ур-ия для равноуск. движения:

$\vec{S} = \vec{v_0}t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$; $\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}t$



Т.к. в момент старта самолёт не обладает скоростью, то при движении от момента старта до момента отрыва начальная скорость $v_0 = 0$ в обоих ур-иях. Тогда

$Ox)\quad v = 0 + at \Rightarrow a = \frac{v}{t}$

$Ox)\quad S = 0 + \frac{at^2}{2} = \frac{v}{t}\cdot\frac{t^2}{2} = \frac{vt}{2}.$

При этом $v = 100\,\frac{км}{ч} = 100\,\frac{1000м}{3600с} = \frac{250}{9}\,\frac{м}{с}$, поэтому

$S = \frac{\cancel{250}^{125}}{\cancel{9}_3}\frac{м}{\cancel{с}}\cdot\frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{2}}\cancel{с} = \frac{625}{3}\,м = \left(\frac{624}{3} + \frac{1}{3}\right)м = 208\frac{1}{3}\,м \approx 208\,м$

Ответ: 208 м

③. Дано: работа смартфона и движение электрички

$t_1 = t_2 = \frac{t}{2}$

$\tau_1 = 3ч$; $\tau_2 = 5ч$

$v_1 = 60\,\frac{км}{ч}$; $v_2 = 80\,\frac{км}{ч}$

S - ?

Рассмотрим работу смартфона. Пусть полная ёмкость его батареи равна A (%). Тогда расходуемость батареи при игре в тетрис равна $x = \frac{A}{\tau_2}$, а при просмотре мультиков $y = \frac{A}{\tau_1}$. По условию, за всё время, половина которого была потрачена на тетрис, а другая половина – на видео, телефон разрядился полностью: $t_1 y + t_2 x = A \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{t}{2}\cdot\cancel{A}\left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}\right) = \cancel{A} \Rightarrow t = \cancel{\frac{2(\tau_1+\tau_2)}{\tau}} = \frac{2\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2}$

По условию, $v_1 = \frac{\frac{1}{2}S}{t_1'}$, $v_2 = \frac{\frac{1}{2}S}{t_2'}$, где t_1' и t_2' - время движения электрички со скоростью v_1 и v_2. Т.к. $t_1' + t_2' = t$, то:

$t_1' + t_2' = \frac{1}{2}S\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right) = \frac{2\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2} \Rightarrow S = \frac{2\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2}\cdot\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} =$

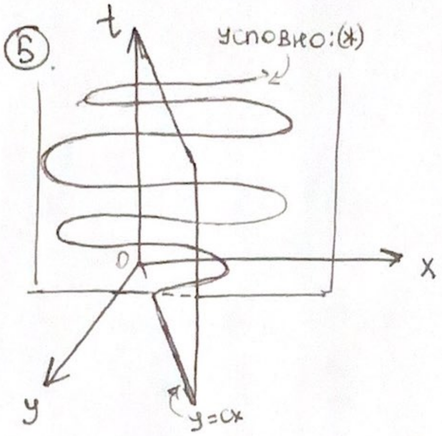
$= 4\cdot\frac{3ч\cdot5\cancel{ч}}{\cancel{8}_2\cancel{ч}}\cdot\frac{60\frac{км}{ч}\cdot\cancel{80}^{4}\frac{км}{ч}}{\cancel{140}_7\frac{км}{ч}} = \frac{15}{2}ч\cdot\frac{\cancel{240}^{120}}{7}\frac{км}{ч} = \frac{15\cdot120}{7}\,км = \frac{1800}{7}\,км =$

$= \left(\frac{1799}{7} + \frac{1}{7}\right)км = 257\frac{1}{7}\,км \approx 257\,км$

Ответ: 257 км

Чистовик №2

⑤

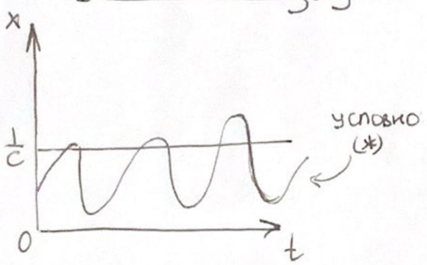


Рассмотрим трёхмерную систему коордиант $Oxyt$. В ней частица (по условию) движется в плоскости, задающейся ур-нем $y(t) = 1$ по закону $x(t) = 3 + \sin t \cdot \cos t - \sin t - \cos t^{(*)}$. Если y не зависит от t, то он никак не зависит от x, а значит данная плоскость параллельна плоскости Oxt. В том же пространстве ~~движется~~ существует луч света: $y = cx$. Зависимости от t нет, поэтому он задается плоскостью, проходящей через $y = cx$ и ось Ot.

$y(x) = 1, \ y = cx \Rightarrow x = \frac{1}{c}$

В плоскости Oxt:

~~Тогда наша задача – определить область~~



Т.о., наша задача – определить область значений ф-ции (*). Если величина $\frac{1}{c}$ будет в неё входить, то $x = \frac{1}{c}$ пересечёт график (*) хотя бы раз, а значит, и луч, ~~осветит~~ пересёкши траекторию частиуы, осветит её хотя бы раз.

Определить область значений можно, используя производную:

$$x'(t) = 0 + \cos t \cdot \cos t + (-\sin t) \cdot \sin t - \cos t - (-\sin t) = \cos^2 t - \sin^2 t - \cos t +$$
$$+ \sin t = \cancel{(\cos t - 1)(\sin} \ (\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t) - (\cos t - \sin t) =$$
$$= (\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t - 1) = 0.$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos t = \sin t, \\ \cos t + \sin t = 1, \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} t = \frac{\pi}{4} + \pi k, \\ t = \frac{\pi}{2} k, \end{array}\right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos^2 t + 2\cos t \cdot \sin t + \sin^2 t = 1$$
$$1 + \sin 2t = 1$$
$$\sin 2t = 0, \quad 2t = \pi k, \ k \in \mathbb{Z}$$

Точки максимумов и минимумов ф-ции (в промежутках до 0 и после 2π всё повторяется, поскольку значения 0 и 2π замыкают окружность):

$x'(t)$: min + max − min + | + max − | − min

$x(t)$: 0, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{5\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{2}$, 2π

Найдем ~~значения~~ знак производной в отрезках:

$$x'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2} - 1\right) > 0$$

$$x'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2} - 1\right) < 0$$

$$x'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} - 1\right) > 0$$

$$x'\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}+1}{2} - 1\right) > 0$$

$$x'\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}+1}{2} - 1\right) < 0$$

$$x'\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2} - 1\right) < 0$$

Чистовик №3

⑤ (продолжение)

Найдём значения ф-ции в точках экстремумов:

$x(0) = 3 + 0 - 0 - 1 = 2 = x(2\pi)$

$x(\frac{\pi}{4}) = 3 + \frac{1}{2} - \cancel{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} = \frac{7-2\sqrt{2}}{2}$

$x(\frac{\pi}{2}) = 3 + 0 - 1 - 0 = 2$

$x(\frac{5\pi}{4}) = 3 + \frac{1}{2} + 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{7+2\sqrt{2}}{2}$

$\frac{7-2\sqrt{2}}{2} \overset{>}{\vee} 2$

$7 - 2\sqrt{2} \vee 4$

$3 \vee 2\sqrt{2}$

$9 > 8$

$\frac{7-2\sqrt{2}}{2} < \frac{7+2\sqrt{2}}{2}$

Т.о. наименьший из экстремумов ф-ции $y(0) = 2$, наибольший – $y(\frac{5\pi}{4}) = \frac{7+2\sqrt{2}}{2}$. Значит, величина $\frac{1}{c}$ должна лежать в пределах $[2; \frac{7+2\sqrt{2}}{2}]$, чтобы выполнялось условие задачи.

$$2 \le c^{-1} \le \frac{7+2\sqrt{2}}{2}$$

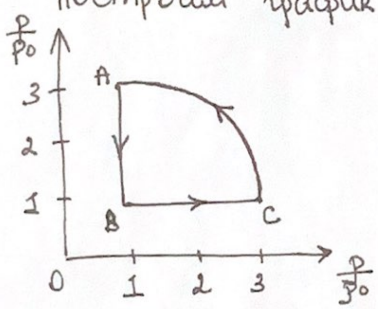
$$\frac{1}{2} \ge c \ge \frac{2}{7+2\sqrt{2}}$$

Ответ: $c \in [\frac{2}{7+2\sqrt{2}}; \frac{1}{2}]$

UPD: если считать, что $\sqrt{2} \approx 1,4$, то: $7 + 2\sqrt{2} \approx 7 + 2,8 = 9,8$; $\frac{2}{9,8} = \frac{10}{49} \approx 0,2$. Тогда ответ выглядит так: $c \in [0,2; 0,5]$

④ Дано: идеальный газ

Построим график зависимости $p(\rho)$ с учётом того, что $\rho = \frac{m}{V}$, и если $V = const$ (изохора), то и $\rho = const$.



$\rho_0 = \frac{m}{V_0} \Rightarrow \rho = 3\rho_0 \Rightarrow V = \frac{1}{3}V_0$

учтём ↗

Сравним температуры T_A, T_B, T_C и найдём минимальную и максимальную из них с помощью ур-ия Клапейрона для идеального газа, не изменяющегося в массе:

$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{p_C V_C}{T_C}$: $\frac{3p_0 \cdot V_0}{T_A} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_B} = \frac{p_0 \cdot \frac{1}{3}V_0}{T_C} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_A > T_B > T_C$, причем: $T_A = 9T_C$,

где $T_A = T_{max}$, $T_C = T_{min}$

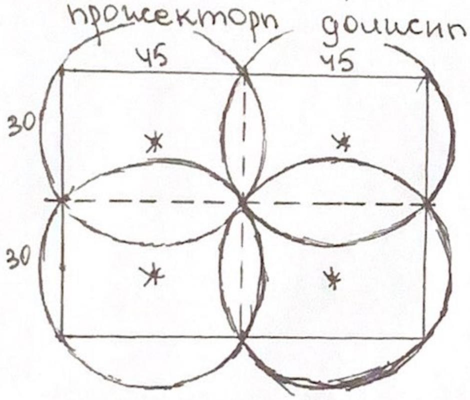
Максимально возможный КПД цикла при тех же T_{min} и T_{max}:

$\eta' = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}} = \frac{9T_C - T_C}{9T_C} = \frac{8}{9} \Rightarrow \eta_{ABCA} = \frac{\eta'}{8} = \frac{1}{9}$

Ответ: $\frac{1}{9}$ ($\approx 0,11 = 11\%$)

Чистовик №4

(2) Сначала найдём минимально возможную „идеальную" высоту потолка, при которой каждый угол поля лежит на окружности освещаемого прожектора поля. Проведём через поле две прямые, проходящие через середины противоположных сторон, пересекающиеся в центре поля. Чтобы ~~потолок~~ высота потолка была минимальной, т.е. минимальным был радиус всех $4^х$ окружностей, необходимо, чтобы середины сторон и центр поля были точками пересечения окружностей попарно: если эти точки пересечения будут внутри поля, то на поле останется неосвещённый участок, если за полем – поле будет также освещено, но радиус окружностей увеличится. Т.о., прожекторы должны располагаться так:



В таком случае прожекторы находятся в центре окружностей, описанных около прямоугольников со сторонами 45x30. Радиус таких окружностей найдем по Th Пифагора (т.к. центр опис. окр – точка пересечения диагоналей, а диагональ – диаметр)

$d^2 = 4r^2 = 45^2 + 30^2 = 15^2(3^2+2^2) = 15^2 \cdot 13 \Rightarrow r = \frac{15}{2}\sqrt{13} = h$ - высота потолка

Заметим, что $\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$, $3 < \sqrt{13} < 4$ $\Rightarrow$ $13 > 3{,}6^2 = 12{,}86$, $13 < 3{,}7^2 = 13{,}69$ $\Rightarrow 3{,}6 < \sqrt{13} < 3{,}7$

Если $3{,}6 < \sqrt{13}$, то $h = \frac{15}{2}\sqrt{13} > \frac{15}{\cancel{2}} \cdot \cancel{3{,}6}^{1{,}8} = 27$.

Тогда наименьшая возможная высота потолка, кратная 0,1 м, равна 27,1 м. Проверим, не будет ли она меньше „идеальной" h:

$\frac{15}{2}\sqrt{13} \overset{<}{\vee} 27{,}1$

$\sqrt{13} \vee \frac{54{,}2}{15}$

$13 \vee \left(\frac{542}{150}\right)^2 = \frac{293764}{22500}$

$292500 < 293764$

$\Rightarrow 27м < h < 27{,}1м$

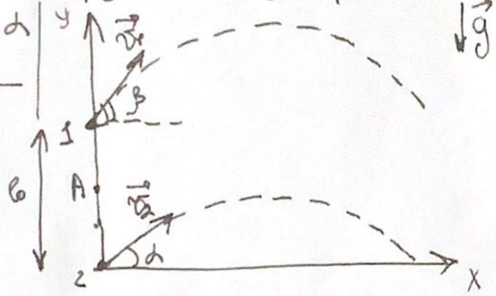
Ответ: 27,1 м

Чистовик №5

⑥ Дано: конструкция из пружин и $2^х$ масс

ϑ_1, $\vartheta_2, \beta, \alpha$
m, g, l_0

$h_A - ?$



$\downarrow\vec{g}$ После воздействия тела (вместе с пружиной начнут двигаться по параболической ~~тр~~ траектории, подобно телам, брошенным под углом к горизонту.

если всё время полета t, то:

$$0 = \vartheta_1 \sin\beta \cancel{t} - \frac{gt^{\cancel{2}}}{2} \Rightarrow t = \frac{2\vartheta_1 \sin\beta}{g} \Rightarrow H_1 = \vartheta_1 \sin\beta \frac{t}{2} - \frac{gt^2}{8} =$$

$$= \frac{\vartheta_1^2 \sin^2\beta}{g} - \frac{\vartheta_1^2 \sin^2\beta}{2g} = \frac{\vartheta_1^2 \sin^2\beta}{2g}$$, аналогично:

$$H_2 = \frac{\vartheta_2^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

<u>ЗСЭ:</u> $$\frac{m\vartheta_1^2}{2} + \frac{m\vartheta_2^2}{2} + mgl_0 = \frac{m\vartheta_1^2 \cos^2\beta}{2} + \frac{m\vartheta_2^2 \cos^2\alpha}{2} +$$

$$+ mgH_2 + mg(l_0 + H_1) + \frac{kx^2}{2}$$, где x – растяжение пружин,
$x = H_1 - H_2$

$$\frac{m}{2}\left(\vartheta_1^2 \sin^2\beta + \vartheta_2^2 \sin^2\alpha\right) = mg(H_1 + H_2) + \frac{k(H_1 - H_2)^2}{2}$$

$$h_A = \frac{H_1 + l_0 - H_2}{2} + H_2 = \frac{H_1 + H_2 + l_0}{2}$$