



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

## **ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА**

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Механика и математическое моделирование**

ФИО участника олимпиады: **Юдин Иван Евгеньевич**

Класс: **10-11**

Технический балл: **75**

Дата проведения: **09 марта 2022 года**

Олимпиада «Ломоносов» по механике и математическому моделированию  
2021/2022 учебный год  
Заключительный этап

ФИО участника: Юдин Иван Евгеньевич

Класс: 10-11

<b>Задача 1</b>	<b>Задача 2</b>	<b>Задача 3</b>	<b>Задача 4</b>	<b>Задача 5</b>	<b>Задача 6</b>	<b>Тех. балл*</b>
15 баллов	5 баллов	15 баллов	10 баллов	20 баллов	10 баллов	75 баллов

\* Технический балл равняется сумме баллов за решение задач.

1.  $t_0 = 15 \text{ c}$

Решение:

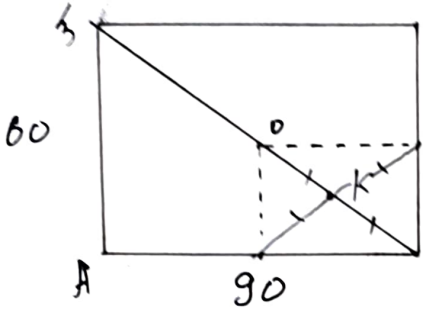
$$v = 100 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$L = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t_0 \Rightarrow L = \frac{0 + \frac{100}{3,6}}{2} \cdot 15 = \frac{50}{3,6} \cdot 15 = \frac{25 \cdot 25}{3 \cdot 3} = \frac{25 \cdot 25}{9}$$

$L = ?$

$$= \frac{625}{3} = 208 \frac{1}{3} \approx 208 \text{ м. Ответ: } L = 208 \text{ м.}$$

2.



Пусть  $BO = OD$ ,  $BD$  - диагональ;  $\Rightarrow$

Опора может разместиться на  $(O)$  к  $OK = KD = \frac{BD}{4} \Rightarrow$  (т.к. теперь задана высота  $h$ , что бы сделать 4 прямоугольника)

$$\Rightarrow h = k = KD = \frac{BD}{4}, \text{ где } BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} =$$

$$= \sqrt{60^2 + 90^2} = 10\sqrt{117} = 30\sqrt{13}$$

$$h = \frac{30\sqrt{13}}{4} = \frac{15\sqrt{13}}{2}, \text{ где } \sqrt{13} = 3,59... \Rightarrow \frac{15}{2} \cdot \sqrt{13} \approx 26,925 \Rightarrow$$

65	400
5	325
409	8500
9	6381

Ответ:  $h = 26,5 \text{ м.}$   
24 м

3.  $\tau_1 = 5 \text{ c}$

Решение:

$$\tau_2 = 3 \text{ c}$$

$$v_1 = 30 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$v_2 = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$S = ?$

1 - Тетрис }  $u_1 \cdot \tau_1 = S$ , где  $u_1, u_2$  - скорости разгрузки  
2 - Ильяшки. }  $u_2 \cdot \tau_2 = S \Rightarrow$  при Тетрисе и Ильяшках соответственно.

$$\begin{cases} u_1 = \frac{S}{\tau_1} \quad (1) \\ u_2 = \frac{S}{\tau_2} \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 \cdot \frac{t}{2} = S \\ u_2 \cdot \frac{t}{2} = S, \text{ где} \end{cases}$$

$u_1, u_2$  - на сколько разр. Тетрисов при ире в Т и Илим. соответственно.  $\Rightarrow$

$$\frac{t}{2} \cdot (u_1^{(1)} + u_2^{(2)}) = S$$

$$\frac{t}{2} \cdot \left( \frac{A}{Z_1} + \frac{A}{Z_2} \right) = A$$

$$t = 2 : \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) - \text{всё время разражен.}$$

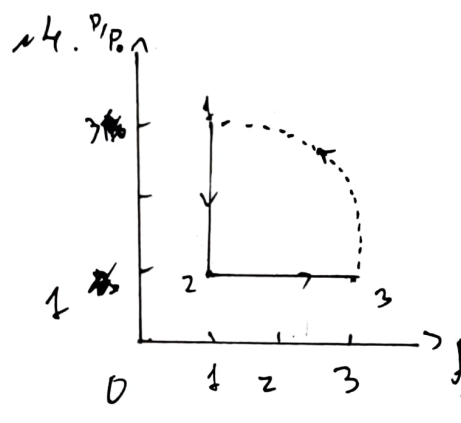
$$S = \bar{v} \cdot t, \text{ где}$$

$$\bar{v} = \frac{S_n}{t_n} = \frac{\frac{S}{2} + \frac{S}{2}}{\frac{S}{2 \cdot v_1} + \frac{S}{2 \cdot v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}$$

$$\Rightarrow S = \frac{4}{\left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) \cdot \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)} = \frac{4 \cdot v_1 v_2 Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)(v_1 + v_2)}$$

$$= \frac{4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 60 \cdot 80}{2 \cdot 140} = \frac{60 \cdot 80 \cdot 30}{140} = \frac{1800}{7} \approx 257,14 \approx 257 \text{ км.}$$

Ответ:  $S = 257 \text{ км.}$



$z = \frac{z'}{g}$ , где  $z'$  - КПД цикла Карно  
 $z' = 1 - \frac{T_3}{T_1} \quad (1)$

Рассмотрим (\*) и (1):  
 Попр. Менделеева - Клапейрона:

$$\left. \begin{aligned} 3P_0 \cdot V_0 &= \nu R T_1 \\ P_0 \cdot \frac{V_0}{3} &= \nu R T_3 \end{aligned} \right\} \text{ (усл., так как } v_1 = v_0, v_3 = \frac{v_0}{3}) \Rightarrow$$

$$g = \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \frac{1}{g} \rightarrow (1) \Rightarrow z' = 1 - \frac{1}{g} = \frac{g-1}{g} \Rightarrow z = \frac{z'}{g} = \frac{g-1}{g^2}$$

Ответ:  $z = \frac{1}{g}$ .

5.  $x(t) = 3 + \sin t \cdot \cos t - \sin t - \cos t$   
 $y(t) = t$

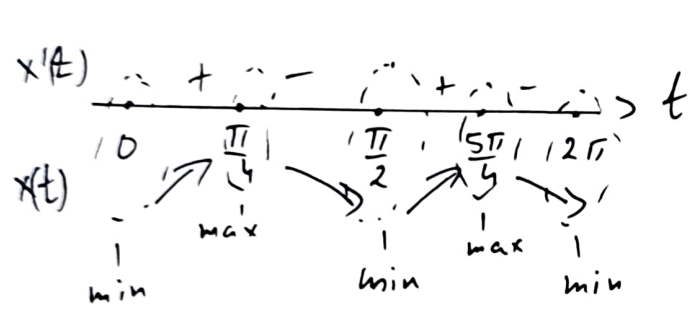
$y = cx$   
 $c = ?$  Рассмотрим  $x'(t) = \cos^2 t - \sin^2 t - \cos t + \sin t$   
 Найти экстремумы:  $x'(t) = 0 \Rightarrow$   
 $(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t - 1) = 0 \Rightarrow$

$$\left[ \begin{aligned} \cos t - \sin t &= 0 \\ \cos t + \sin t - 1 &= 0 \Rightarrow \end{aligned} \right.$$

Ускорение

$$\begin{cases} \text{tg } t = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sin t + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos t = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{tg } t = 1 \\ \sin(t + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{\pi}{4} + \pi k \\ t = 2\pi n \\ t = \frac{\pi}{2} + 2\pi h; n, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Рассмотрим значения  $x'(t)$ ,  $t \in [0; 2\pi]$



$\Rightarrow t = 0; t = \frac{\pi}{2} - \text{min}$   
 $t = \frac{\pi}{4}; t = \frac{5\pi}{4} - \text{max}$   
 Находим самое Min и Max значение  $x(t) \Rightarrow$

$x(0) = 3 + 0 - 0 - 1 = 2$

$x(\frac{\pi}{2}) = 3 + 0 - 1 - 0 = 2$

$\Rightarrow x = 2$  ~~или~~,  $t = 0$  или  $t = \frac{\pi}{2}$

$x(\frac{\pi}{4}) = 3 + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,5 - \sqrt{2}$

$x(\frac{5\pi}{4}) = 3 + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,5 + \sqrt{2}$

$\Rightarrow x = 3,5 + \sqrt{2}, t = \frac{5\pi}{4}$   
 $x = 3,5 - \sqrt{2}, t = \frac{\pi}{4}$

Отступившие: Сравним  $3,5 - \sqrt{2} \sqrt{2}$  ;

$1,5 \sqrt{2} \uparrow 2$   
 $2,25 \sqrt{2}$

$\Rightarrow 2 < 3,5 - \sqrt{2} \Rightarrow$

$x_{\text{max}} = 3,5 + \sqrt{2}$   
 $x_{\text{min}} = 2.$

Достаточно найти  $\tau$  такие "C", при  $f$   $y = cx$  - пересекается  $C(t)$

$(x_{\text{max}}; t)$  и  $(x_{\text{min}}; t) \Rightarrow$  (т.к. между этими  $(t)$  всегда 2 решения)

$1 = c \cdot 2 \Rightarrow c = \frac{1}{2}$

$1 = c \cdot (3,5 + \sqrt{2}) \Rightarrow c = \frac{1}{3,5 + \sqrt{2}} \Rightarrow$  Ответ:  $c \in [\frac{1}{3,5 + \sqrt{2}}; \frac{1}{2}]$ .

н.б.  $v_1; v_2; d; \beta$

Решение:

н - ?

Т.к. вдоль  $Ox$  нет ускорения  $\Rightarrow$  все время движение происходит в  $Oy$  и  $Oz$  плоскостях.

# Условие

$\vec{V}_H = \vec{V}_{1y} + \vec{V}_{2y}$ ; найдем в какой момент времени  $\vec{V}_{1y} = -\vec{V}_{2y}$  (тогда  $\Delta x \rightarrow \max$ ).  $\Rightarrow$  (т.к.  $g_0$  этого момента ( $\cdot$ )  $\Delta$  будет нулевым, искомое - нулевое).

$$y: V_A = V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha - 2g t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha}{2g}$$

$$\left[ V_H = 0 \right]$$

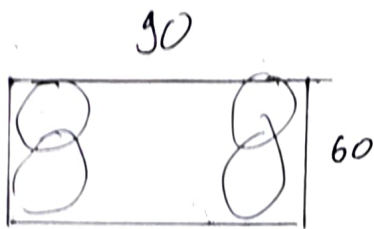
Рассмотрим, на какую высоту от н. н.ч. поднимется мяч ( $\cdot$ )  $\Delta$ , за время  $t$ .

$$h = \frac{V_0 + V}{2} \cdot t = \frac{V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha}{2} \cdot \left( \frac{V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha}{2g} \right) \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \frac{(V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha)^2}{4g} \quad \text{Ответ: } h = \frac{(V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha)^2}{4g}$$

# Черновик

(5)



$$S = 5400$$

$$S_0 = \pi k^2$$

$$4S_0 = S$$

$$4\pi k^2 = S$$

$$k = \sqrt{\frac{5400}{4\pi}} = \sqrt{\frac{2700}{2\pi}} = \sqrt{\frac{1350}{\pi}} \approx 31.20$$

$$1350 \overline{) 3.14}$$

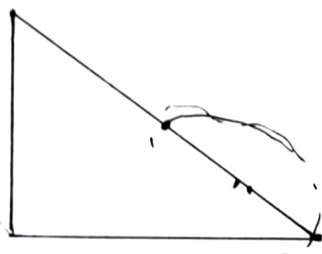
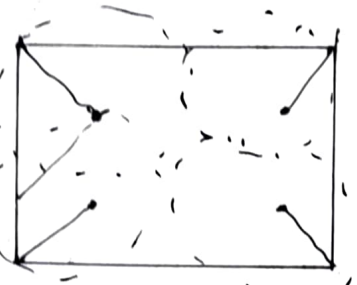
$$\begin{array}{r} 135000 \overline{) 314} \\ 1256 \quad \underline{) 1429} \\ 940 \\ 942 \\ \underline{623} \end{array}$$

$$D = \sqrt{90^2 + 60^2} = \sqrt{9^2 \cdot 10^2 + 6^2 \cdot 10^2} = 10\sqrt{81 + 36}$$

$$= 10\sqrt{117}$$

$$k = \frac{D}{4} = \frac{10\sqrt{117}}{4} = \frac{30\sqrt{13}}{4} = \frac{15}{2} \cdot \sqrt{13}$$

$$k = \frac{15 \cdot \sqrt{13}}{2} = \sqrt{\frac{13 \cdot 225}{4}} = \frac{\sqrt{13} \cdot 15}{2} = 3.59 \dots$$



$$\begin{array}{r} 225 \\ 15 \overline{) 4.50} \\ \times 3.59 \\ \hline 16450 \\ + 3450 \\ \hline 2250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \overline{) 400} \\ 325 \\ \hline 7500 \\ 700 \overline{) 6331} \\ 3 \end{array}$$

$$+ \frac{2250}{264250}$$

$$\approx 26,425; \text{ т.е. } \boxed{26,5 \text{ м}}$$

$$t_1, t_2 = \frac{t}{2}$$

$$Z_1 = 5 \text{ м}$$

$u_1$  - средняя разрезная линия

$$t_1 - \text{Тер}$$

$$Z_2 = 3 \text{ м}$$

$u_2$  - средняя разрезная линия

$$t_2 - \text{Углуб}$$

$$u_1, Z_1 = S_1 \Rightarrow u_1 = \frac{S_1}{Z_1} = \frac{d_1}{Z_1}$$

$$u_2, Z_2 = S_2 \Rightarrow u_2 = \frac{S_2}{Z_2} = \frac{d_2}{Z_2}$$

$$t_1 = \frac{S_1}{u_1}$$

$$t_2 = \frac{2 \cdot 3.5}{8} = \frac{15}{4} = 3,75$$

$$\bar{U} = \frac{2 \cdot 3.5 \cdot 60}{148} = \frac{16.60}{14}$$

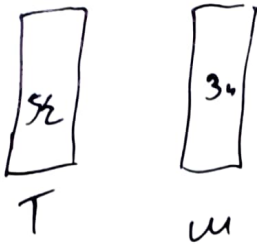
$$1300 \overline{) 4} \\ 14 \overline{) 257,1} \\ 40 \\ 35$$

$$S_2 \cdot u_1 \cdot t_1 + u_2 \cdot t_2 = \frac{t}{2} (u_1 + u_2)$$

$$\begin{array}{r} 3,53 \\ 7,5 \\ \hline 1495 \\ \times 2513 \\ \hline 26925 \end{array}$$

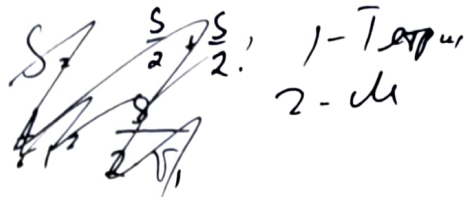
$$\begin{array}{r} 110 \\ \times 15 \\ \hline 600 \\ 12 \\ \hline 1320 \end{array}$$

$$= \frac{3}{8} \cdot 60 = \frac{470}{4}$$



$S = V_1 \cdot t_1' + V_2 \cdot t_2'$  *Уравнение*

$t_1 = \frac{t}{2}$  (6)  
 $t_2 = t$



$Z_1 = 34 - \text{бегео}$   
 $u_1 \cdot Z_1 = S; u_2 \cdot Z_2 = S$   
 $u_1 \cdot \frac{t}{2} = S$

$S = \frac{S}{2} + \frac{S}{2} = V_1 \cdot t$

~~$S = \bar{V} t$~~

$u_2 \cdot \frac{t}{2} = S$

$\frac{t}{2} (u_1 + u_2) = S$

$\bar{V} = \frac{S_n}{t_n} = \frac{\frac{S}{2} + \frac{S}{2}}{\frac{S}{2V_1} + \frac{S}{2V_2}} = \frac{2}{\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}} = \frac{2V_1V_2}{V_1 + V_2}$

$\frac{t}{2} \cdot \left( \frac{S}{Z_1} + \frac{S}{Z_2} \right) = S$

$\frac{t}{2} \cdot \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) = \frac{1}{S}$

$S = \frac{4V_1V_2Z_1Z_2}{(V_1+V_2)(Z_1+Z_2)} = \frac{4 \cdot 20 \cdot 60 \cdot 3 \cdot 5}{140 \cdot 8}$

$\frac{t \cdot (Z_2 + Z_1)}{2Z_1Z_2} = \frac{1}{S}$

$= \frac{20 \cdot 15}{14 \cdot 4} = \frac{300}{4} = 43 \text{ км.}$

$t \cdot (Z_1 + Z_2) = 2Z_1Z_2$

$$\begin{array}{r} 300 \quad 4 \\ 22 \quad | \quad 142,8 \\ \underline{20} \\ 14 \\ \underline{60} \\ 56 \\ \underline{4} \end{array}$$

$S = V_1 \cdot t_1' + V_2 \cdot t_2'$

$t = \frac{2Z_1Z_2}{Z_1 + Z_2}$

$= \bar{V} t \quad \bar{V} (t_1' + t_2') = \frac{S}{2} + \frac{S}{2}$

$t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2i\pi n$

$t + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2i\pi n$

$t_1 = \frac{S}{2V_1}$

$$\begin{array}{r} 130 \quad 0 \quad | \quad 4 \\ \underline{14} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 10 \\ \underline{4} \\ 30 \end{array}$$

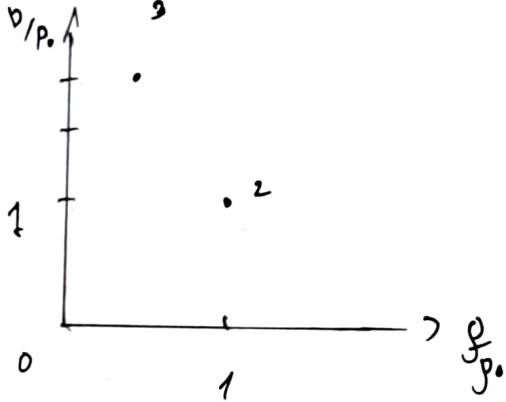
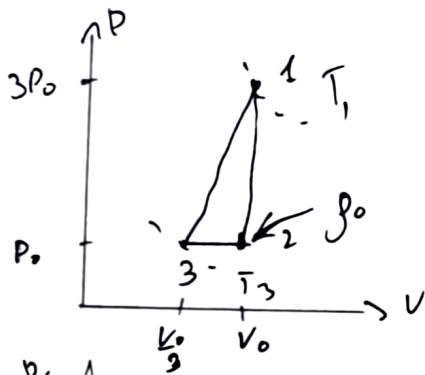
$t = 2i\pi n$

$t = \frac{\pi}{2} + \text{km.}$



Упробек:

24

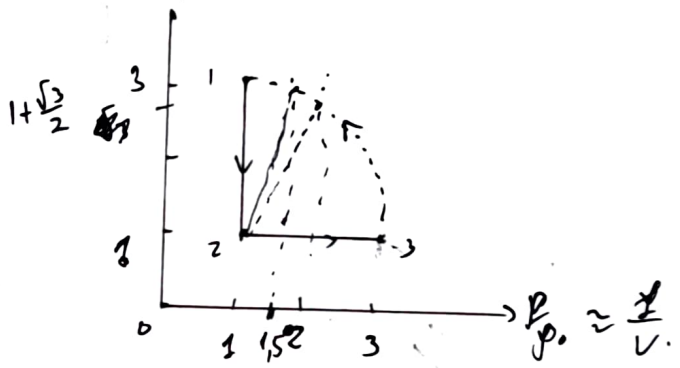


$\rho T = \frac{m}{V} \Rightarrow V \downarrow$

$\eta = ?$

$\eta = \frac{q_1}{q_2} \quad \eta = 1 - \frac{T_3}{T_1}$

(1):  $p = p_0$   
 $p = p_0$



$\eta = 1 - \frac{|Q_x|}{Q_k}$

$\eta = \frac{A}{Q_k}$

$A = S \cdot p = \frac{\pi R^2}{4} \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{2}$

$Q_k = Q_{31} = A_{31} + \mu_{31} \cdot z$

~~$\frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2R$~~

$T_1; T_3 = ?$

$3p_0 \cdot v_0 = \nu R T_1$   
 $p_0 \cdot \frac{v_0}{3} = \nu R T_3$

$\eta = \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \frac{1}{9} \Rightarrow \eta = \frac{1 - \frac{1}{9}}{2} = \frac{1 - \frac{1}{9}}{2} = \frac{\frac{8}{9} - \frac{1}{9}}{2} = \boxed{\frac{1}{9}}$

~~$\eta = \frac{1}{2}$~~

$p = 2p_0$   
 $\frac{m}{V} = \frac{2m}{V_0}$

$v_0 = 2V$   
 $V = \frac{V_0}{2}$

$V = \frac{2V_0}{3}$

$3V = 2V_0$

$\frac{3}{V_0} = \frac{2}{V}$

$3p_0 = 2p$

$\frac{p}{p_0} = \frac{3}{2}$

Упражнение:

$x(t) = 3 + \sin t \cdot \cos t - \sin t - \cos t$   
 $y(t) = t$

$y = cx \quad \begin{cases} \dot{y} = c\dot{x} \\ c > 0 \end{cases}$   
 $x = 3 + \sin t \cdot \cos t - \sin t - \cos t = 3 + \sin t \cdot \cos t - (\sin t + \cos t) =$

$= \frac{1}{c}$

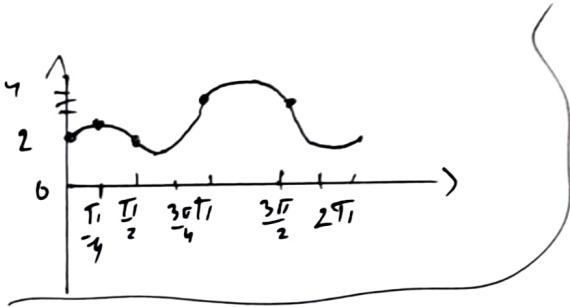


$x' = \cos^2 t - \sin^2 t - \cos t + \sin t =$

$= \cos 2t - (\cos t - \sin t) = 0$

$\cos 2t = \cos t - \sin t$

~~$\cos t \sin t = \cos t + \sin t$~~   
 $\cos t + \sin t = 1 + 2 \sin t \cos t = 2$



$x(0) = 3 + 0 - 0 - 1 = 2$

$x(\frac{\pi}{2}) = 3 + 0 - 1 - 0 = 2$

$x(\pi) = 3 + 0 - 0 - 1 = 2$

$x(\frac{3\pi}{2}) = 3 + 0 + 1 - 0 = 4$

$x(\frac{\pi}{4}) = 3 + \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{2} - \sqrt{2}$

$x(\frac{3\pi}{4}) = 3 + (\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot -\frac{1}{\sqrt{2}}) - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} =$

$= 3 - \sqrt{2}$

$(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t) - (\cos t - \sin t) = 0$

$(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t + 1) = 0$

~~$\cos t = \sin t$~~   
 ~~$\cos t + \sin t = 1$~~

~~$t = \frac{\pi}{4}$~~   
 ~~$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos t + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin t = \frac{1}{\sqrt{2}}$~~

~~$\tan t = 1$~~   
 ~~$\sin(t + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$~~

~~$t = \frac{\pi}{4} + \pi k$~~

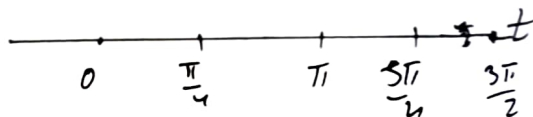
~~$t + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$~~

~~$t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + 2\pi n$~~   
 ~~$\pi + \frac{\pi}{4}$~~

~~$t = \frac{\pi}{4} + \pi k$~~

~~$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$~~

~~$t = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$~~

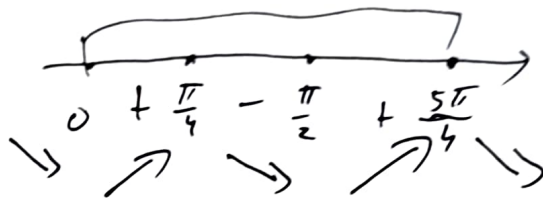


# Napoleon

$$X(t) = ( \cos t - \sin t ) ( \cos t + \sin t ) - ( \cos t - \sin t ) = 2 \cos t \sin t - \cos t + \sin t = \sin 2t - \cos t + \sin t$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin t + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos t = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \left( t + \frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{\pi}{4} + \pi k \\ t = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \\ t = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{\pi}{4} + \pi k \\ t = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \\ t = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$



$$X'(t) = 2 \cos t - \sin t = 0$$

$$X'(\frac{\pi}{4}) = 0$$

$$X(0) = 3 + 0 - 1 = 2$$

$$X(\frac{\pi}{4}) = 3 + \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 3,5 - \sqrt{2}$$

$$X(\frac{\pi}{2}) = 3 + 0 - 1 = 2$$

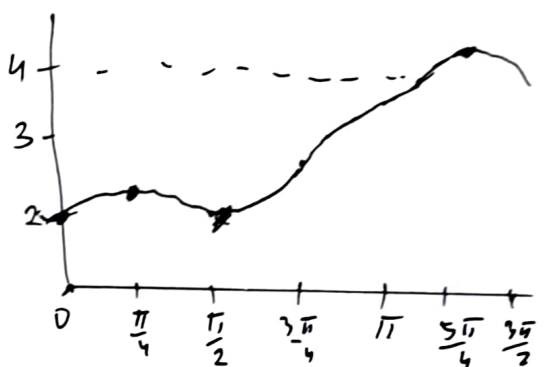
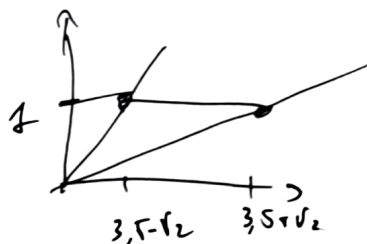
$$X(\frac{3\pi}{4}) = 3 + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 2,5$$

$$X(\pi) = 3 + 0 - 0 + 1 = 4$$

$$X(\frac{5\pi}{4}) = 3 + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,5 + \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$X_{min} = 3,5 - \sqrt{2}$$

$$X_{max} = 3,5 + \sqrt{2}$$



$$1 < \sqrt{2} < 2$$

$$3,5$$

$$-2 < -\sqrt{2} < -1$$

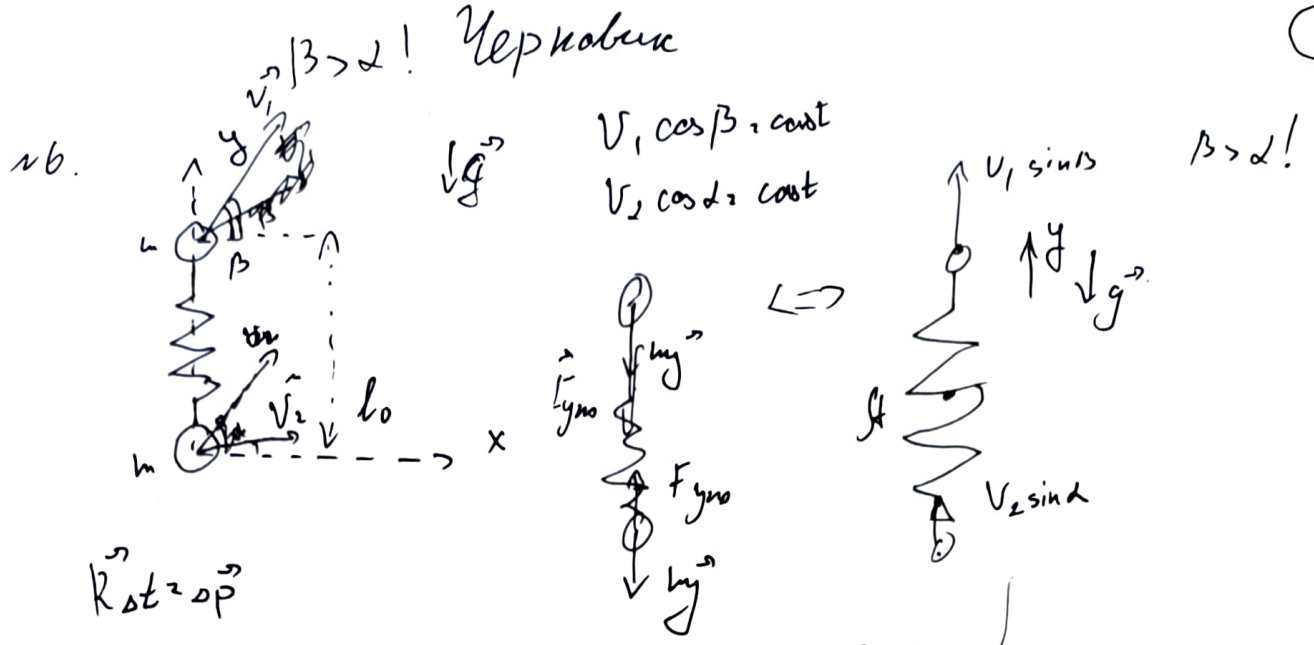
$$1,5 < 3,5 - \sqrt{2} < 2,5$$

$$3,5 - \sqrt{2} \sqrt{2}$$

$$3,5 \cdot 2 \sqrt{2}$$

$$1,5 \sqrt{2} \uparrow^2$$

$$2,25 \sqrt{2}$$

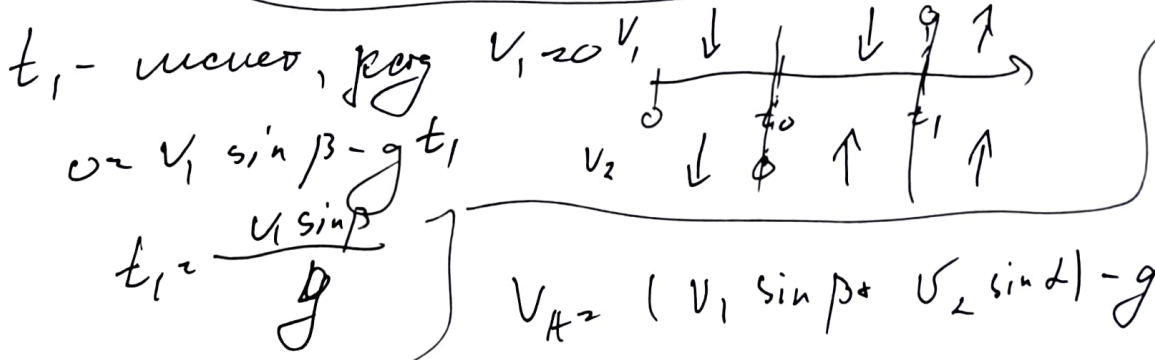


①:  $(m\vec{g} + \vec{F}_{y\alpha}) \cdot \Delta t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m \sin \beta (U_1 - 2v_1)$

$(m\vec{g} + k\vec{a}_x) \cdot \Delta t = m \sin \beta \cdot (U_1 - v_1)$   
 $(-m\vec{g} + k\vec{a}_x) \cdot \Delta t = m \sin \alpha (U_2 - v_1)$

$$\frac{mg + kax}{kax - mg} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \left( \frac{U_1 - v_1}{U_2 - v_1} \right)$$

$U_1 = v_1 - gt$   
 $U_2 = v_2 \sin \alpha - gt$



$V_H = (v_1 \sin \beta + v_2 \sin \alpha) - gt$

$t = t_0$   
 $V_H = v_1 \sin \beta + v_2 \sin \alpha - g t_0$

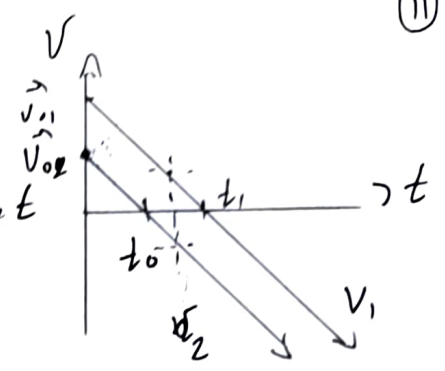
$t = t_1$   
 $V_H = (v_1 \sin \beta + v_2 \sin \alpha) - g t_1$

$V_H = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$   
 $t_0 < t < t_1 : V_H = v_1 - v_2$

# Упражнение

$$\vec{V}_H = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

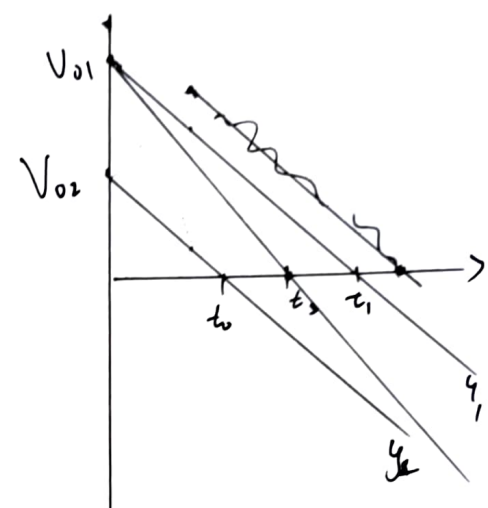
$$y: V_H = V_{01y} - gt + V_{02y} - gt = V_{01y} + V_{02y} - 2gt$$



$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha}{2g} dt \Rightarrow \Delta x = \text{max}$$

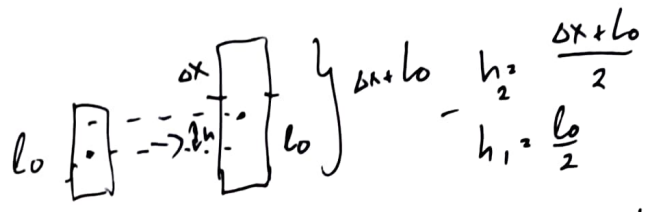
$$\Delta x = L - l_0$$

$$h = \frac{\Delta x}{2}$$



$$y_2 + y_1 = -gt + V_{01} - gt + V_{02} = V_{01} + V_{02} - 2gt$$

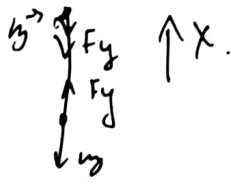
$$t_3 = \frac{V_{01} + V_{02}}{2g}$$



$$h = h_2 - h_1 = \frac{\Delta x + l_0 - l_0}{2} = \frac{\Delta x}{2}$$

to meet at  $t_3$

$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ \vec{V}_2 = -\vec{V}_1 \end{cases}$$



2. шаг

$$h_2 = V_H \cdot t - \frac{gt^2}{2} = (V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha) t - \frac{gt^2}{2}$$

$$= \frac{(V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha)^2}{4g} = h_2$$

$$h_1 = \frac{l_0}{2}$$

$$h_2 = h = h_2 - h_1 = \frac{(V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha)^2}{4g}$$

$$\frac{V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha}{2g}$$

$$\frac{V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha}{2g}$$

$$\frac{V_1 \sin \beta + V_2 \sin \alpha}{2g}$$

4  
2 6  
3 1 59  
x 3 1 5  
1 4 9 5  
+ 2 5 1 3  
2 6, 9 2 5

Черковен.

