



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **Робототехника**

ФИО участника олимпиады: **Мишаков Андрей Сергеевич**

Класс: **11**

Технический балл: **60**

Дата проведения: **18 марта 2022 года**

Олимпиада школьников «Ломоносов» по робототехнике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Мишаков Андрей Сергеевич

10-11 классы

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Сумма
15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	60 баллов

числовой метр 1

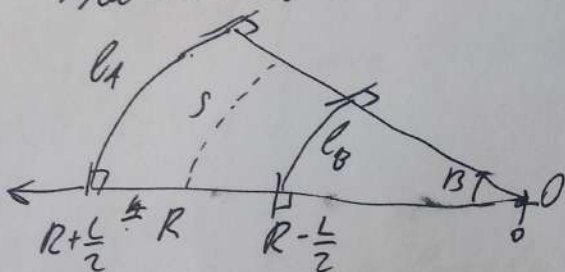
№3. 1) Если колесо повернулось на 2 оборота, то оно проехало путь равный

$$l = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \frac{d}{2} = \frac{\alpha \pi d}{360}$$

2) Если $l_A = l_B > 0$, тогда поезд едет прямо и начертит линию прямой $S = l_A = \frac{2l_A}{2} = \frac{l_A + l_B}{2}$

3) Если $l_A \neq l_B$, $l_A > 0, l_B > 0$ середина

тогда $v_A > v_B > 0$ по окружности некоторого радиуса R , S - путь пройденный вагонами



$$\frac{l_A}{R + \frac{L}{2}} = \frac{S}{R} = \frac{l_B}{R - \frac{L}{2}} = v \Rightarrow$$

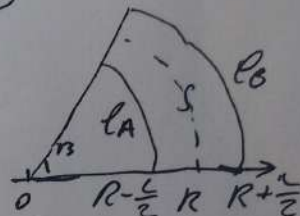
$$l_A = S \frac{R + \frac{L}{2}}{R}$$

$$l_B = S \frac{R - \frac{L}{2}}{R}$$

$$l_A + l_B = 2S$$

$$S = \frac{l_A + l_B}{2}$$

$l_B > l_A > 0$



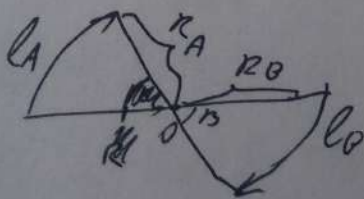
$$v = \frac{l_A}{R - \frac{L}{2}} = \frac{S}{R} = \frac{l_B}{R + \frac{L}{2}} \Rightarrow$$

$$l_A = S \frac{R - \frac{L}{2}}{R}$$

$$l_B = S \frac{R + \frac{L}{2}}{R}$$

$$\frac{l_A + l_B}{2} = S$$

3) Если $l_A = -l_B > 0$, тогда ~~поезд~~ радиус вращения совпадет с центром вращения



$$\frac{|l_A|}{R_A} = \frac{|l_B|}{R_B}; R_A + R_B = L$$

$$R_A = R_B = \frac{L}{2} \Rightarrow S = 0$$

(будет стоять на месте)

procedurala nymu namanya geometri

rumus
luas

$$1) \left. \begin{aligned} l_A &= \frac{2400^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = \frac{20}{3} \pi d \\ l_B &= \frac{3360^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = \frac{28}{3} \pi d \end{aligned} \right\} \begin{aligned} S_1 &= \frac{l_A + l_B}{2} = 8 \pi d \\ \text{m.k } l_B &> l_A > 0 \end{aligned}$$

$$2) \left. \begin{aligned} l_A &= \frac{480^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = \frac{4}{3} \pi d \\ l_B &= \frac{-480^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = -\frac{4}{3} \pi d \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{m.k } l_A &= -l_B > 0 \\ \Rightarrow S_2 &= 0 \end{aligned}$$

$$3) \left. \begin{aligned} l_A &= \frac{2400^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = \frac{20}{3} \pi d \\ l_B &= \frac{2400^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = \frac{20}{3} \pi d \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{m.k } l_A &= l_B > 0 \\ S_3 &= \frac{l_A + l_B}{2} = \frac{20}{3} \pi d \end{aligned}$$

$$4) \left. \begin{aligned} l_A &= \frac{480^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = \frac{4}{3} \pi d \\ l_B &= \frac{-480^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = -\frac{4}{3} \pi d \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{m.k } l_A &= -l_B > 0 \\ \Rightarrow S_4 &= 0 \end{aligned}$$

$$5) \left. \begin{aligned} l_A &= \frac{2400^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = \frac{20}{3} \pi d \\ l_B &= \frac{3360^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = \frac{28}{3} \pi d \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{m.k } l_B &> l_A > 0 \\ \Rightarrow S_5 &= \frac{l_B + l_A}{2} = 8 \pi d \end{aligned}$$

$$6) \left. \begin{aligned} l_A &= \frac{480^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = \frac{4}{3} \pi d \\ l_B &= \frac{-480^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = -\frac{4}{3} \pi d \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{m.k } l_A &= -l_B > 0 \\ \Rightarrow S_6 &= 0 \end{aligned}$$

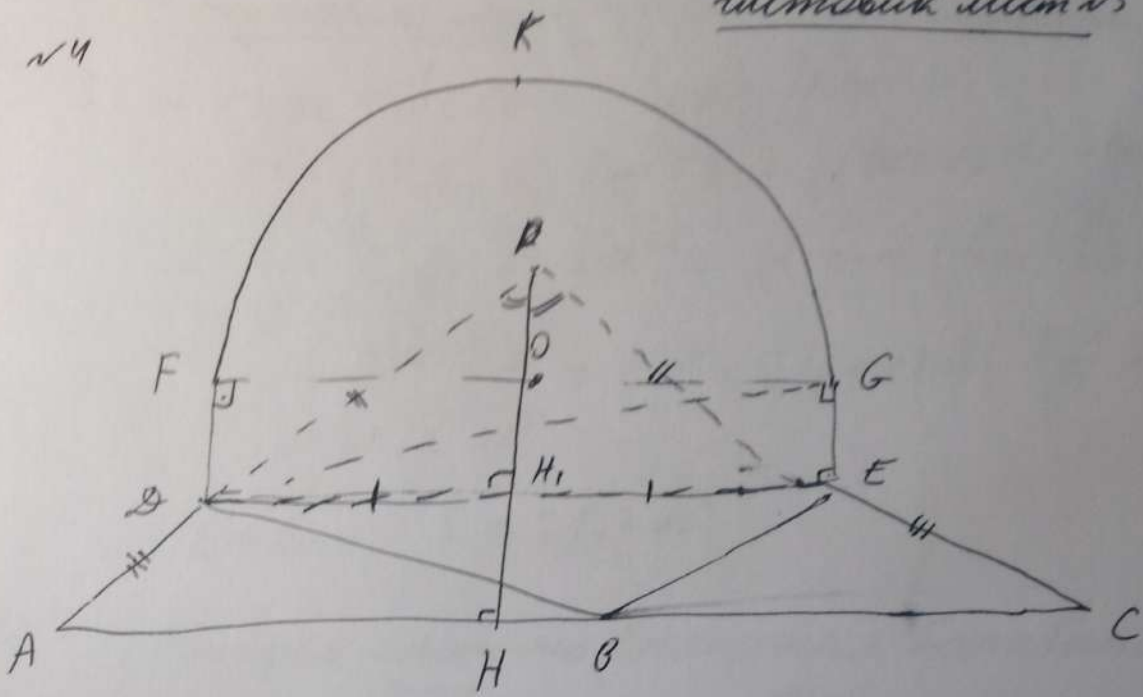
$$7) \left. \begin{aligned} l_A &= \frac{2400^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = \frac{20}{3} \pi d \\ l_B &= \frac{2400^\circ}{360^\circ} \cdot \pi d = \frac{20}{3} \pi d \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{m.k } l_A &= l_B > 0 \\ \Rightarrow S_7 &= \frac{l_A + l_B}{2} = \frac{20}{3} \pi d \end{aligned}$$

$$\text{Jadi } S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 = \frac{88}{3} \pi d = \\ = \frac{88}{3} \cdot 15 \text{ cm} \cdot 3,14 \approx 1381,6 \text{ cm}$$

$$\text{Jawab: } S = \frac{88}{3} \pi d \approx 1381,6 \text{ cm}$$

24

тетраэдр



1) $FD \perp AC$ и $FG \perp DF \Rightarrow \triangle DFG$ - прямоугольный
 FG - катет

по теореме Пифагора:

$$FD^2 + FG^2 = DG^2$$

$$FD^2 = \frac{1}{36} R^2 (145 - 4R^2)$$

$$FD = R^2 \left(\frac{145 - 4R^2}{36} \right) = \frac{R}{36}$$

м.к $FD \perp AC$; $FD = \frac{R}{6}$

2) по теореме Фалеса ($DE \parallel AC$, сек AD и DC)

$$\frac{PD}{DA} = \frac{PE}{EC} \Rightarrow \frac{PD}{PE} = \frac{DA}{EC} = 1 \Rightarrow PD = PE \Rightarrow$$

тогда $\triangle DPE$ - равнобедренный и $\triangle APC$ - равнобедренный.

3) проведем высоту $PH \perp AC$ (так как $PH \perp DE$, м.к $DE \parallel AC$) ($PH \cap DE = H_1$)

прямые PH и DE перпендикулярны, как высота к основанию, будет равнобедренный $\triangle DPE$ и $\triangle APC$ и $DH_1 = H_1E = R = \frac{FG}{2} = R$

в $\triangle DPH_1$ $\frac{DH_1}{H_1P} = \tan 60^\circ \Rightarrow DH_1 = \frac{R}{\sqrt{3}}$

в $\triangle APH$ $\frac{AH}{PH} = \tan 60^\circ \Rightarrow PH = \frac{AH}{\sqrt{3}} = \frac{AC}{2\sqrt{3}} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$

числовым методом

$$\begin{aligned}
 S &= S_{ADEFKGE} = S_{FKG} + S_{FGED} + S_{ADEC} = \\
 &= \frac{\pi R^2}{2} + FD \cdot FG + \frac{1}{2}(DE+AC)(HP-H_1P) = \\
 &= \frac{\pi R^2}{2} + \frac{1}{3}R^2 + \frac{1}{2}(2R+a)\left(\frac{a}{2\sqrt{3}} - \frac{R}{\sqrt{3}}\right) = \\
 &= 3,14 \cdot \frac{9}{2} \text{ м}^2 + \frac{9}{3} \text{ м}^2 + \frac{1}{2}(6 \text{ м} + 8 \text{ м})\left(\frac{4-3}{\sqrt{3}} \text{ м}\right) = \\
 &\approx 21,2 \text{ м}^2
 \end{aligned}$$

Ответ: $S = 21,2 \text{ м}^2$

№2 1) Найти угловую скорость вращения барабана

скорость мотора: $\omega_M = \frac{12 \text{ об.}}{2 \text{ с}} = 6 \frac{\text{об}}{\text{с}}$;

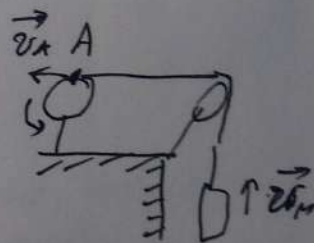
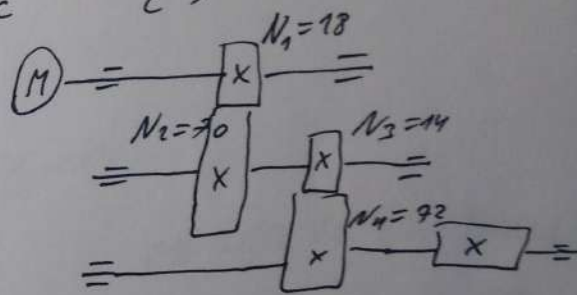
скорость сред. вала:

$$\omega_1 = \frac{N_1}{N_2} \cdot \omega_M$$

скорость барабана

$$\omega_3 = \frac{N_3}{N_4} \omega_1 = \frac{N_3 \cdot N_1}{N_4 \cdot N_2} \omega_M =$$

$$= \frac{14}{92} \cdot \frac{18}{70} \omega_M = \frac{\omega_M}{20}$$



2) т.к. нить не растягивалась, то $v_M = v_A = v \cdot \omega_3 \cdot 2\pi \frac{d}{2} = \pi d \omega_3$

3) шарики движутся параллельно вращению, поэтому точки центра шарика и шарик в одну и ту же точку вращения оказались в одной и той же точке.

гравитационная шарика:

$$x(t) = v_0 \cos \alpha t$$

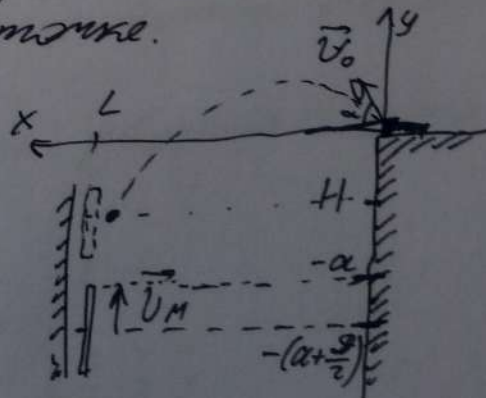
$$y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2}$$

время падения шарика

$$x(t_1) = v_0 \cos \alpha t_1 = L$$

$$t_1 = \frac{v_0 L}{v_0 \cos \alpha} \approx 0,94 \text{ с}$$

$$*H = y(t_1) = L \tan \alpha - \frac{g L^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} = -0,36 \text{ м}$$



метовик мет w5
 m.e. центр шибера факто учесть
 перемещается на $-(a + \frac{d}{2})$ до H.

это он сдвигает за время

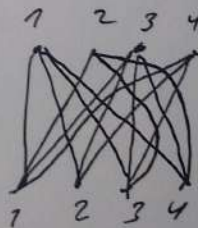
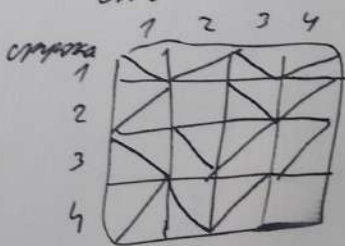
$$t_2 = \frac{H - (a + \frac{d}{2})}{v_m} = \frac{-0,36 \text{ м} + 1,6 \text{ м} + 0,1 \text{ м}}{\pi \cdot 0,08} = \frac{1,34 \text{ м}}{3,14 \cdot 0,1 \text{ м} \cdot \left(\frac{6 \frac{\text{с}}{\text{с}}}{20}\right)} \approx 14,27 \text{ с}$$

Тогда время между началом работы
 мотора и запускной мяча

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{1,34 \text{ м}}{3,14 \cdot 0,1 \cdot \frac{6}{20} \frac{\text{с}}{\text{с}}} - \frac{4 \text{ м}}{6 \frac{\text{с}}{\text{с}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} \approx 13,3 \text{ с}$$

Ответ: $\Delta t = 13,3 \text{ с}$

21 построить двухцветный
 граф каркаса n1



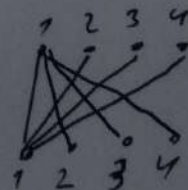
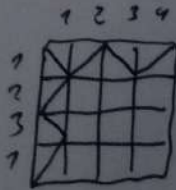
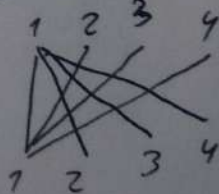
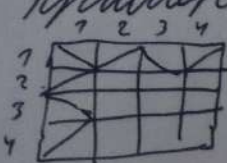
ребер $16 - 2 = 14$ ребер

связываемых шиберами минимально, если
 двухцветный граф - остовное дерево

Вершин 8 \Rightarrow ребер у остовного дерева $8 - 1 = 7$ ребер

Значит максим. кол-во шибера можно убрать
 $14 - 7 = 7$ шибера

Пример такого каркаса и его двухцвет. графа



Ответ: а) 7 шиб. б) 7 шиб.

периметр число 6

$$l_1 / s / l_2$$

$$\frac{l_1 + l_2}{2} = s$$

$$\frac{l_1}{R+L} = \frac{l_2}{R-L} = \frac{s}{R}$$

$$l_2 = s \left(1 - \frac{L}{R}\right)$$

$$l_1 = s \left(1 + \frac{L}{R}\right)$$

$$l_1 + l_2 = 2s$$

$$s = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

1) 2880

2) 0

3) 2400

4) 0

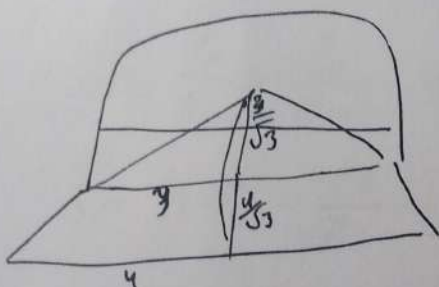
5) 2880

6) 0

7) 2400

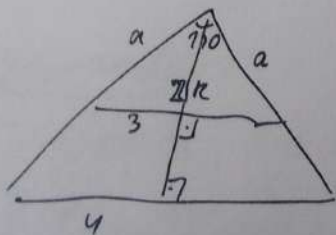
$$\frac{\pi \cdot d}{3}$$

$$7381.6 \text{ cm}$$



$$\frac{1}{36} R^2 \sqrt{145 - 4R^2}$$

$$R^2 = \frac{145 - 1}{36} = \frac{1}{6} R$$



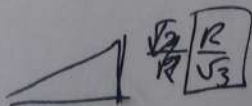
$$4h^2 = a^2 + a^2 + 2a \cdot \frac{1}{2} \quad a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 2R \cdot h \cdot \frac{1}{2}$$

$$a^2 = \frac{4}{3} R^2$$

$$\frac{R^2}{\sqrt{3}}$$



$$h = \frac{4}{3} \frac{R}{\sqrt{3}} - \frac{R}{\sqrt{3}} = \frac{R}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



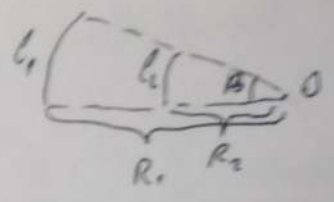
$$\frac{\pi}{2} R^2 + 2R \cdot \frac{1}{6} R + \frac{R}{2R + a} \cdot \frac{R}{\sqrt{3}} \cdot \frac{4}{3} = \frac{\pi 9}{2} + \frac{9}{3} + 7 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} \approx 33.3 \text{ m}^2$$

13

Если рассел несимметрично на 2, то рассел
максимальным образом

$$l = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \frac{d}{2} = \frac{\alpha \pi d}{360^\circ}$$

$$l = 2\pi R$$

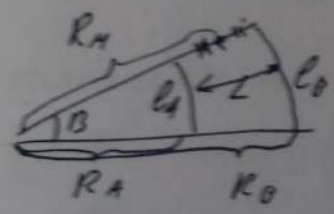


$$R_1 \neq R_2 + L$$

$$\beta = \frac{l_1}{R_1} = \frac{l_2}{R_2}$$

работе конструкции по ее длине $l_A \neq l_B$, будем
рассел несимметрично вокруг некоей точки O

пример 1.



$$l_A = \frac{240^\circ}{360^\circ} \pi d = \frac{20}{3} \pi d$$

$$l_B = \frac{336^\circ}{360^\circ} \pi d = \frac{28}{3} \pi d$$

$$\beta = \frac{l_A}{R_A} = \frac{l_B}{R_A + L} \Rightarrow \frac{5}{20} = \frac{7}{R_A + L} \Rightarrow 5R_A + 5L = 7R_A$$

$$R_A = \frac{5}{2} L$$

$$S_1 = \beta \cdot R_M = \frac{l_A}{R_A} \cdot \left(R_A + \frac{5L}{2} \right) \cdot \frac{L}{2} = \frac{20\pi d}{3} \cdot \frac{5L + \frac{L}{2}}{\frac{5}{2}L} = \frac{6}{5} =$$

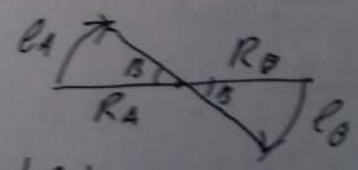
$$= \frac{20\pi d}{3} \cdot \frac{6}{5}$$

пример 2

$$l_A = \frac{470^\circ}{360^\circ} \pi d = \frac{4}{3} \pi d$$

$$l_B = \frac{-470^\circ}{360^\circ} \pi d = -\frac{4}{3} \pi d$$

$$\frac{4}{R_A} = \frac{4}{L - R_A} \Rightarrow R_A = \frac{L}{2}$$



$$\frac{|l_A|}{R_A} = \frac{|l_B|}{R_B} = \beta \quad R_B = L - R_A$$

$$S_2 = \beta \cdot \left(R_A - \frac{L}{2} \right) = 0$$

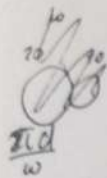
пример 3

черновых метров

22

$$\omega_H = \frac{12 \text{ об/с}}{20} = 6 \text{ об/с}$$

Найти скорость вращения барабана



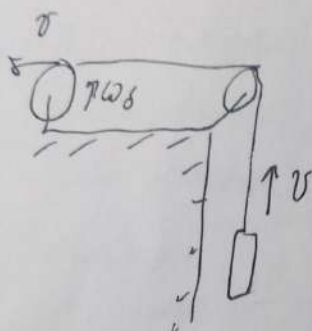
$\omega_1 = \omega_H \cdot 20$

скорость среднего вала:

$$\omega_1 = \frac{18}{90} \cdot 80 \omega_H =$$

скорость барабана

$$\omega_8 = \frac{14}{72} \cdot \omega_1 = \frac{14}{72} \cdot \frac{18}{90} \cdot 80 \omega_H = \frac{6}{20} \text{ об/с} = \frac{3}{10} \text{ об/с}$$



В м.к. мыть не растянута, то

$$v_{\text{шнур}} = \omega_8 \cdot \frac{d}{2} \cdot 2\pi = \frac{3\pi}{40} \cdot 80 = \pi d \omega_8 = \frac{3\pi}{100} \frac{m}{c}$$

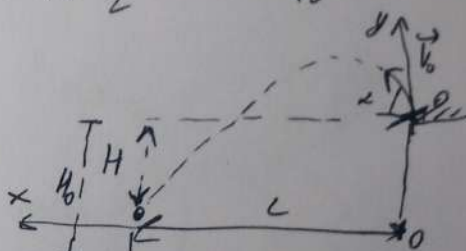
геометрические маятника

$$v_x(t) = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$x(t) = v_0 \cos \alpha t$$

$$y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$



Время попадания (с момента запуска шара)

$$x(t_1) = v_0 \cos \alpha t_1 = L$$

$$t_1 = \frac{L}{v_0 \cos \alpha} = 0,94 \text{ c}$$

$$y = y(t_1) = L \tan \alpha - \frac{g L^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} = 0,36 \text{ м}$$

$$= 4 \text{ м} - \frac{9,81 \frac{m}{c^2} \cdot 4^2 \text{ м}^2}{2 \cdot 36 \frac{m^2}{c^2} \cdot \frac{1}{2}} = -0,36 \text{ м}$$

т.е. у шара будет время быть в момент попадания

на высоте $H = -0,36 \text{ м}$ отсюда. Высота броска

$$H_0 = -\frac{g}{2} t^2 + a$$

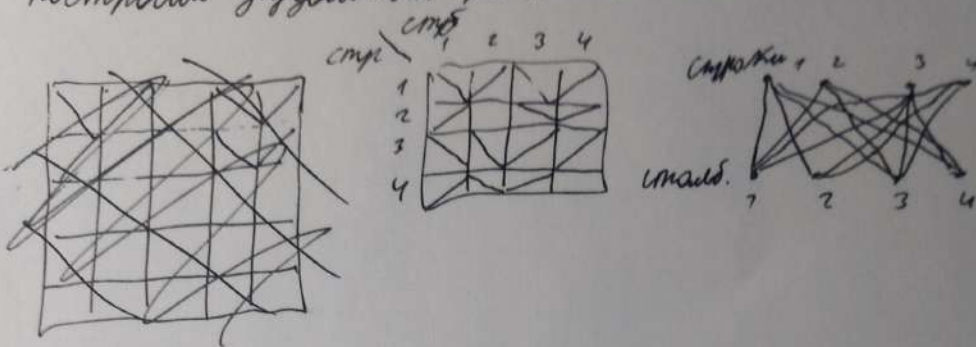
$$0t = \frac{|H_0 - H|}{v_{\text{шнур}}} = \frac{|\frac{g}{2} t^2 + a - 0,36 \text{ м}|}{v_{\text{шнур}}} = \frac{0,1 \text{ м} + 1,6 \text{ м} - 0,36 \text{ м}}{\frac{3\pi}{100} \frac{m}{c}} \approx 14,23 \text{ c}$$

$$T = 0t - t_1 \approx 14,23 \text{ c} - 0,94 \text{ c} \approx 13,3 \text{ c}$$

~~Задание~~ ~~Сформулируйте~~ ~~задание~~

Черный лист №9

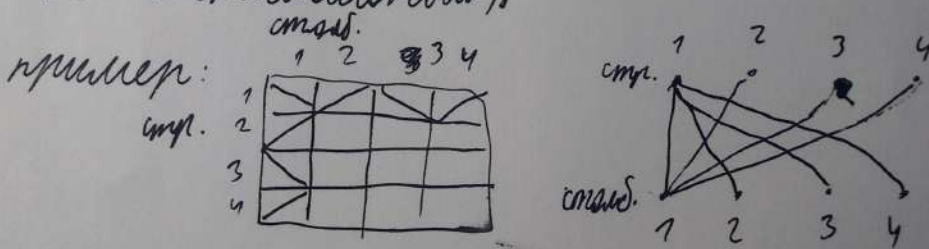
№1 построим двудольный граф каркаса №1



ребер в двудольном графе: $16 - 2 = 14$

вершин 8

чтобы все вершины были соединены (граф был связным) достаточно $8 - 1 = 7$ ребер (получится остовное дерево, где связываеме каркаса абс. минимальным).



Ответ: а) 7 ребер

