МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Дорофеева Софья Александровна**

Класс: 11

Технический балл: **85**

Дата проведения: 26 февраля 2022 года

ШИФР РАБОТЫ 9901290

	1	2	3	4	∑
Задача	*15*	*13*	*10*	*10*	***85***
Вопрос	*9*	*10*	*8*	*10*	

Задача 1.2.1.

Скорость – физическая величина, которая показывает, какое расстояние проходит тело за единицу времени.

мгновенная скорость показывает, какую скорость тело имеет в данный момент времени

$$v_{мгн} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

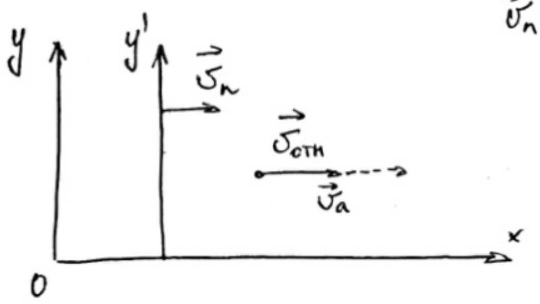
Скорость – векторная величина. Вектор скорости указывает направление движения тела в данный момент.

Закон сложения скоростей:

$\vec{v}_{отн} = \vec{v}_a + \vec{v}_n$, где $\vec{v}_{отн}$ – скорость, относительно выбранной системы отсчёта

$\vec{v}_a$ – абсолютная скорость относ. лабораторной с.о. (неподвижная)

$\vec{v}_n$ – переносная скорость, скорость с которой выбранная с.о. движется, относительно лабораторной.



скорости складываются, как вектора (по правилу параллелограма)

Дано:

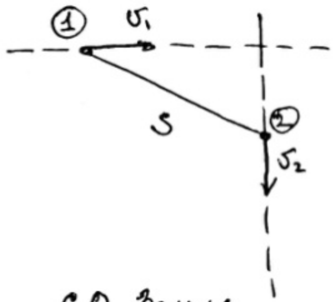
S (min) = 100м

τ = 10с

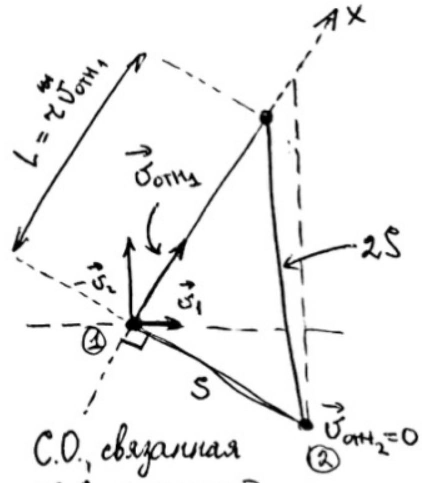
2S

$v_2 = 36 \frac{км}{ч} = 10 \frac{м}{с}$

v_1 – ? (км/с)



С.О. Земля



С.О. связанная со 2 машиной

Решение:

пересядем в С.О., связанную с 2 машиной:

$\vec{v}_{отн_2} = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_2) = 0$

$\vec{v}_{отн_1} = \vec{v}_1 + (-\vec{v}_2)$

Тело (автомобиль) 1 будет перемещаться по оси Ox.
Заметим, что минимальное расстояние до машины 2 – есть перпендикуляр (S)
Из теоремы Пифагора, получаем $L^2 = 4S^2 - S^2 = 3S^2$ (1)
С другой стороны: $L^2 = \upsilon_{отн 1}^2 \cdot \tau^2 = [\upsilon_1^2 + (-\upsilon_2)^2] \cdot \tau^2$ (2)
Итак, из (1) и (2) получаем: $3S^2 = \tau^2(\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2)$

$$\upsilon_1^2 = \frac{3S^2}{\tau^2} - \upsilon_2^2$$

$$\boxed{\upsilon_1 = \sqrt{\frac{3S^2}{\tau^2} - \upsilon_2^2}}$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^4 м^2}{10^2 с^2} - 10^2 \frac{м^2}{с^2}} = \sqrt{300 - 100}\ \frac{м}{с} = 10\sqrt{2}\ \frac{м}{с}$$

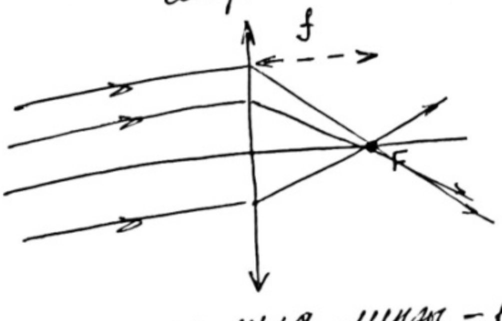
$$\upsilon_1 = 10\sqrt{2}\ \frac{м}{с} = 10\sqrt{2} \cdot 3{,}6\ \frac{км}{ч} = 36\sqrt{2}\ \frac{км}{ч} \approx 51\ \frac{км}{ч}$$

Ответ: $\upsilon_1 = 36\sqrt{2}\ \frac{км}{ч} \approx 51\ \frac{км}{ч}$

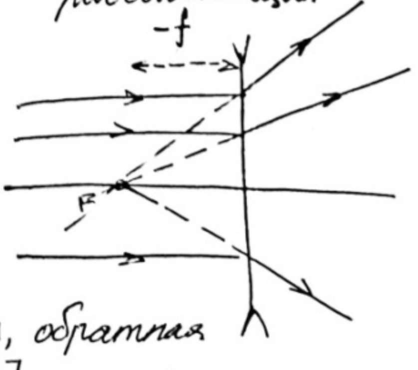
Задача 4.11.

Фокусное расстояние линзы – характеристика конкретной линзы, показывающая на каком расстоянии от линзы будет собираться в точку пучок параллельных лучей. (или их продолжений) преломленных, но изначально
В зависимости от типа линзы, точка будет за линзой (собирающая) знак + или перед ней (рассеивающая) знак –

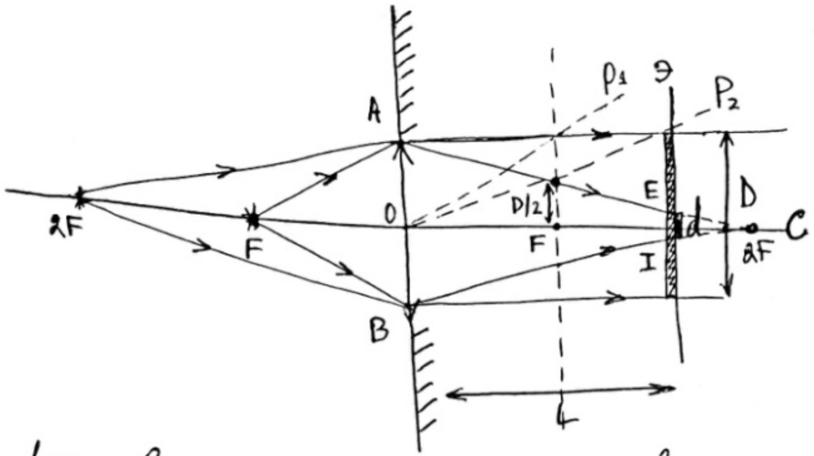
собирающая



рассеивающая



Оптическая сила линзы – величина, обратная фокусному расстоянию: $D = \frac{1}{f}$ $[D] =$ дптр (диоптрии)



Дано: $l = 8$ см
$D = 5$ см
$d = 3$ см.

$F - ?$

Лучи, вышедшие из фокуса и попавшие на линзу, выйдут параллельно оптической оси линзы.
Лучи, вышедшие из двойного фокуса, будут преломлены и пройдут через точку в фокальной пл-и, образованную пересечением OP_2 (доп. оптич. ось) $\parallel$ лучу и прямой, проходящей через F и $\perp$ главной оптич. оси
самая высокая точка будет на расстоянии $\frac{D}{2}$
(лучи соберутся в 2F с другой стороны от линзы) $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$
получаем подобные треугольники: $\triangle ABC \sim \triangle EIC$

$d = 2F \Rightarrow f = 2F$, где d-расст до предмета f-расст. до изображения

$$\frac{AB}{EI} = \frac{D}{d} = \frac{2F}{2F-L}$$

$$2F \cdot D - DL = 2Fd$$

$$2F(D-d) = DL$$

$$\boxed{F = \frac{DL}{2(D-d)}}$$

$$F = \frac{5 \cdot \cancel{8}^{4}}{\cancel{2}(5-3)} \text{ см} = \frac{20}{2} \text{ см} = 10 \text{ см}$$

Ответ: $F = 10$ см

Задача 2.8.1.

Дано: $\nu_1 (H_2) = 0{,}05$ моль

ν_2 (в-х) = 1 моль

$t_в = 20°C$, $p_н = 2330$ Па

$\nu_3 (O_2) \approx 23\%$ от ν_2

$R = 8{,}31$ Дж / моль · К

$V = 0{,}1 м^3$

Найти: f – относ. влажность

Решение:

H_2O ← соотношение H к O = 2 : 1

в смеси газов имеется 0,05 моль (H_2), т.е. 0,1 моль атомов H и $\nu_3 (O_2) = 0{,}23 \cdot 1$ моль, т.е. 0,46 моль атомов O.

т.к. атомов водорода меньше, чем атомов кислорода, то ~~при полном сгорании~~ водород сгорит полностью, т.е. образуется $\nu (H_2O) = 0{,}05$ моль воды. $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$

Из ур-ния Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT \Rightarrow p_{H_2O} = \frac{\nu (H_2O) \cdot R \cdot T}{V} = \frac{\nu_1 Rt}{V} = \frac{0{,}05 \cdot 8{,}31 \cdot \overset{293}{(20+273)}}{0{,}1} \approx 1217 \text{ Па}$$

т.к. $p_{H_2O} < p_н$, то вся вода будет находиться в газообразном состоянии, тогда $f = \frac{p}{p_н} = \frac{1217}{2330} = 0{,}52$

Ответ: влажность 52 %

Пар может образовываться из 2х состояний вещества:

твердого – возгонка

жидкого – путём испарения или кипения

Испарение происходит с поверхности ж-и за счёт ~~~~ частиц, обладающих высокой эн-ей, при любой t.

Кипение же происходит только при температуре кипения и по всему объёму жидкости.

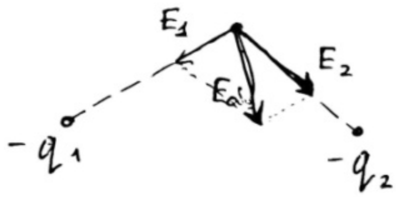
Удельная теплота парообразования – величина, показывающая, какую энергию нужно сообщить ж-и массой 1 кг, чтобы превратить её в пар. $Q = \lambda m \Rightarrow \lambda = \frac{Q}{m}$ $[\lambda] = \frac{Дж}{кг}$

Задача 3.8.2.

Напряжённость эл.-поля (E) - силовая хар-ка поля, показывающая, какая сила действует на единичный пробный положительный заряд в данной точке

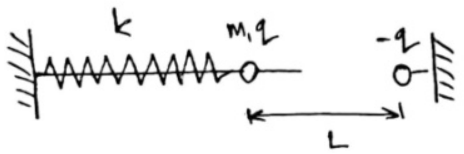
$E_{\text{точ. заряда}} = k\frac{Q}{r^2}$ $\quad \vec{E}_1 = k\frac{Q\cdot\vec{r}}{r^3}$

Принцип суперпозиции полей: суммарная напряжённость полей, созданных системой точечных зарядов, есть сумма всех напряжённостей.



$$\vec{E}_{общ} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

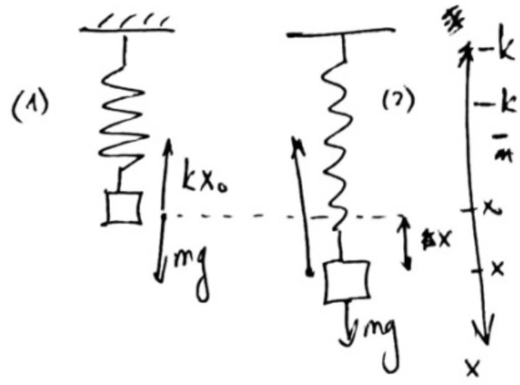
вектор напряжённости направлен по линии напряженности, т.е. по прямой, соединяющей точку с точ. зарядом, к заряду, если он отрицательный и от него, если он положительный



Дано:
$m = 10\text{ г} = 10^{-2}$ кг
$q = 10^{-6}$ Кл
$L = 50$ см $= 0{,}5$ м
$f = 1{,}47$ Гц
$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
$(1+x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha x$, при $\alpha x \ll 1$

Найти: k - ?

Рассм. аналогичные колебания груза на пружине:



$-kx_0 + mg = 0$ (1) - равновесие

$-k(x_0+x) + mg = ma_x$

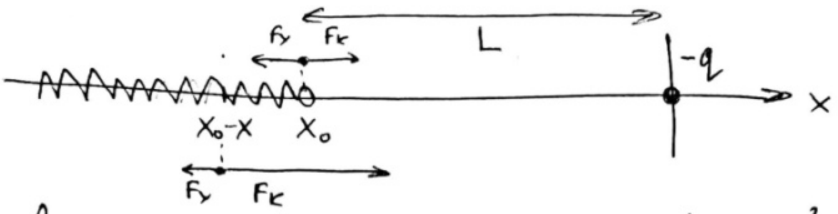
$-kx = ma_x$

$a = \ddot{x}$, т.е. $m\ddot{x} + kx = 0$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

Ур-е колебаний: $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$,
где $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ циклич. частота

Вернёмся к колебаниям из задачи:



в точке x_0 (равновесие): $kx_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L^2}$

в точке $x_0 - x$: $ma = -k(x_0 - x) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(L+x)^2}$

$$ma = kx - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{L^2} - \frac{1}{(L+x)^2}\right)$$

$$ma = kx - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\left(1 - \frac{1}{(1+\frac{x}{L})^2}\right)$$

$2\frac{x}{L} \ll 1$ при малых x, тогда $(1+\frac{x}{L})^2 \approx 1 + 2\frac{x}{L}$

$$ma = kx - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\left(\frac{1+\frac{2x}{L}-1}{\underbrace{(1+\frac{x}{L})^2}_{\to 1}}\right) \approx kx - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\cdot\frac{2x}{L}$$

$$m\ddot{x} - kx + \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 L^3}x = 0$$

$m\ddot{x} - x\left(\frac{-q^2}{2\pi\varepsilon_0 L^3} + k\right) = 0$, тогда $\omega^2 = \left(\frac{-q^2}{2\pi\varepsilon_0 L^3} + k\right)/m$ (1)

Так же мы знаем, что ω (цикл. частота) связана с f формулой: $\omega = 2\pi f$ (2)

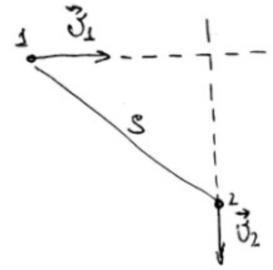
Из (1) и (2) получаем: $4\pi^2 f^2 = \frac{1}{m}\left(\frac{-q^2}{2\pi\varepsilon_0 L^3} + k\right)$,

откуда $\boxed{k = \frac{-q^2}{2\pi\varepsilon_0 L^3} + 4\pi^2 f^2 m}$

$$k = \frac{-(10^{-6})^2}{2\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}5^3} + 4\pi^2\cdot(1{,}47)^2\cdot 8\cdot 10^{-2} \approx 0{,}7\ \frac{Н}{м}$$

Ответ: $k = 0{,}7\ \frac{Н}{м}$

Черновик. 1



$v_1 = const$

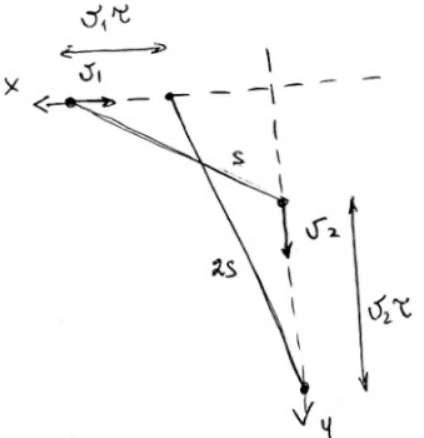
$v_2 = const$

$S\,(мин) = 100м$

$\tau = 10с \to 2S$

$v_2 = 36\ км/ч$

$v_1 - ?\ (км/ч)$



$S = \sqrt{x^2+y^2}$

через τ: $2S = \sqrt{(x-\tau v_1)^2+(y+\tau v_2)^2}$

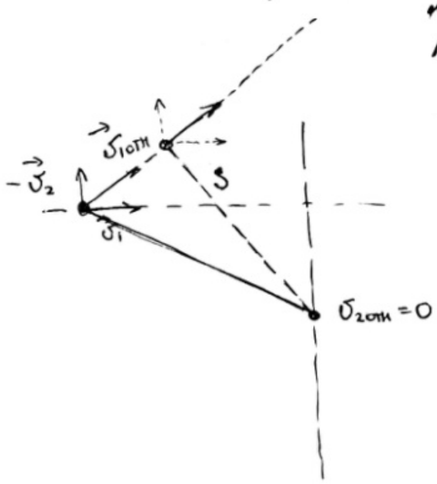
$S^2 = x^2+y^2$

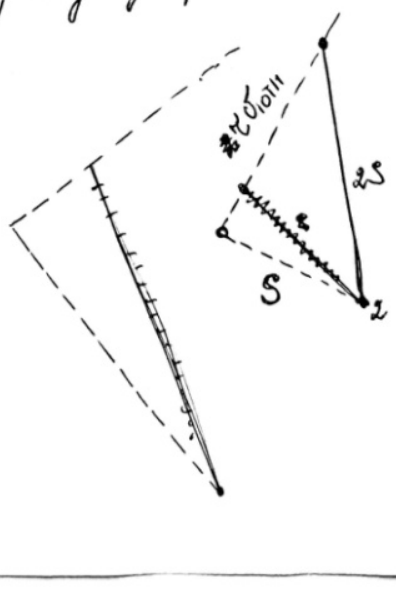
$4S^2 = x^2+y^2 + 2\tau(-xv_1+yv_2) + \tau^2(v_1^2+v_2^2)$

$3S^2 = 2\tau(yv_2 - xv_1) + \tau^2(v_1^2+v_2^2)$

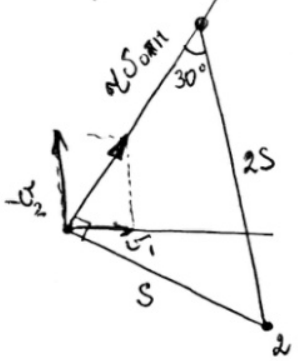
свяжем систему отсчета с v_2:

минимальное расстояние – перпендикуляр!





Черновик 2



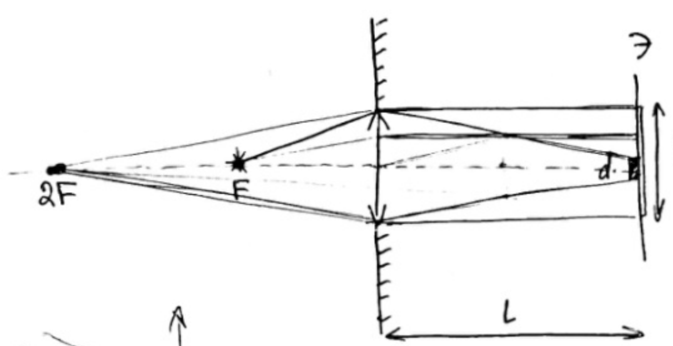
$v_{отн_1} = \sqrt{v_1^2+v_2^2}$

$\frac{L}{\tau} = v_{отн_1} = \frac{\sqrt{(2S)^2-S^2}}{\tau} = \frac{S\sqrt{3}}{\tau} = \sqrt{v_1^2+v_2^2}$

$\frac{L^2}{\tau^2} = v_{отн}^2$; $\frac{3S^2}{\tau^2} = v_1^2+v_2^2 \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{3S^2}{\tau^2}-v_2^2}$

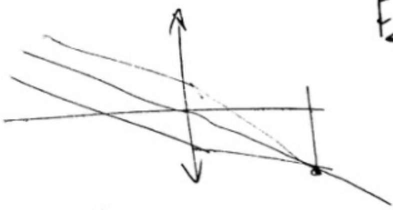
$v_1 = \sqrt{\frac{3\cdot 10^{4}\ м^2}{10^{2}\ с^2} - 100\frac{м^2}{с^2}} =$ 36 км/ч = 36000 м/ч = 10 м/с

$= \sqrt{300\ м^2/с^2 - 100\ м^2/с^2} = 10\sqrt{2}$ м/с

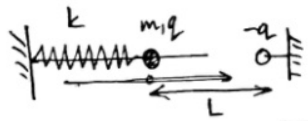


F – ?

$mx^2 + x = 0$



$\nu = \frac{1}{T}$



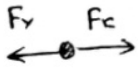
f – частота

k – ?

$(1+x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha x$ при $\alpha x \ll 1$

$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

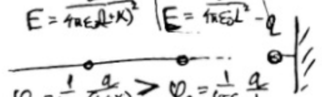


$\boxed{kx = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{L^2}}$ ← начало.

$E_{(-q)} = \cancel{k}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}$

$\varphi = \frac{W}{q} = k\frac{q}{r}$

$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (L+x)^2}$ $\boxed{E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L^2}}$

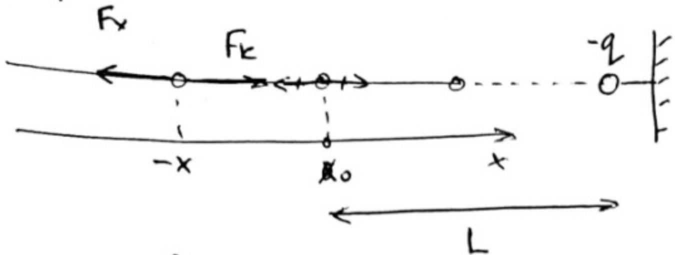


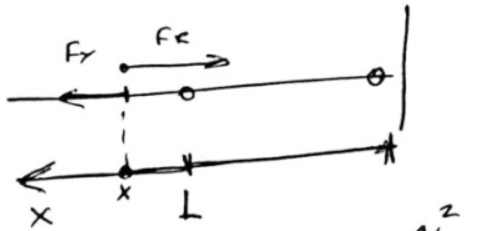
$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(L+x)} > \varphi_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{L}$

$W_{полн.} = \frac{k\cancel{x}(L-x)^2}{2} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (L+x)}$

$T = 2\pi\frac{1}{\omega} \Rightarrow \boxed{\omega = 2\pi f}$

Черновик 3





$$ma_x = k\overset{(x_0-x)}{\cancel{x}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(L+x)^2} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L^2}$$

$$kx_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L^2}$$

$$-ma_x = k(L+x) - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(L+x)^2}$$

$$0 = kL - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L^2}$$

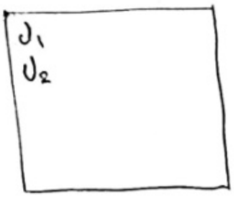
$$-ma_x = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{L^2} - \frac{1}{(L+x)^2}\right) + kx$$

$$-ma_x = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{(L+x)^2 - L^2}{(L+x)^2 L^2}\right) + kx$$

$$m\ddot{x} + kx + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2Lx + \cancel{x^2}}{(L^2+2Lx)L^2}\right)$$

$$\frac{2x}{L^2(L+2x)}$$

$\delta(O_2) \approx 23\%$ ν_2.



V

$\nu_1 = 0{,}05$ (H_2)

$\nu_2 = 1$ моль (в-х)

f – ?

$t = 20°$

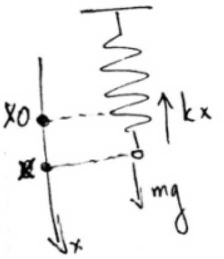
H_2O

$p_н = 2330$ Па.(t) ← горение.

c L q λ

нагр. плавл. пар.

$Q = Lm$



$$ma = mg - k(x+x_0)$$

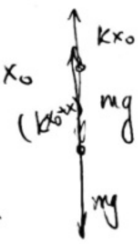
$$a = g - \frac{k}{m}(x+x_0) = -\frac{k}{m}x$$

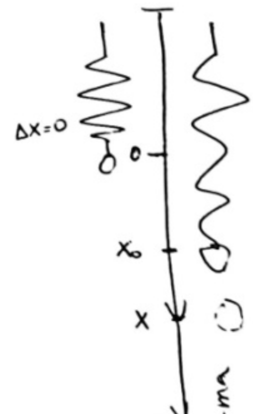
$$\boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$$

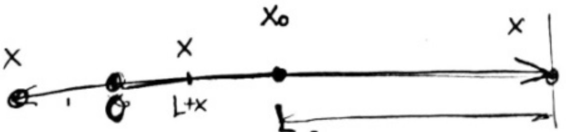
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$mg = kx_0$

$\frac{кг}{с^2}\,k\overset{м}{x} = \frac{кг\cdot м}{с^2}$







~~в (·) x_0: $kx_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L^2}$~~ k

в (·) $L+x$: ~~ma_x~~ = k(

в (·) x_0: $kx_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L^2}$

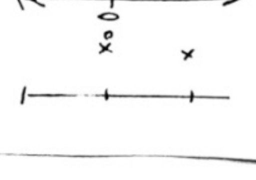
в (·) x: $ma = -k(x_0 - x)$

$x_0 \cdot kx_0 = mg$

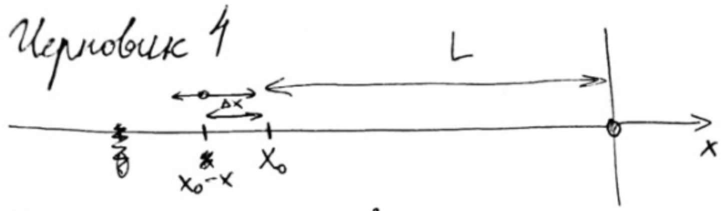
$-k(x_0+x) + mg = -ma$

$-mg + kx + mg = -ma$

$ma - kx = 0$



Черновик 4



в (x_0): $k x_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L^2}$

в (x): $ma = -k(x_0 - \Delta x) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(L+\Delta x)^2} = k\Delta x - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{L^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(L+\Delta x)^2}$

$$m\ddot{x} - kx + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{L^2} - \frac{1}{(L+x)^2}\right) = 0$$

$$\frac{\cancel{L^2} + 2Lx + \cancel{x^2} - \cancel{L^2}}{L^2(L+x)^2} = \frac{2Lx}{L^2(L+x)^2} = \frac{2x}{L\underbrace{(L+x)^2}_{\approx L^2}}$$

$$m\ddot{x} - kx + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^3}\left(x\right) = 0$$

$(L+x)^2 = L^2\left(1+\frac{x}{L}\right)^2$

$$\ddot{x} - x\left(\frac{k}{m} - \frac{q^2}{m2\pi\varepsilon_0 L^3}\right) = 0$$

$2\frac{x}{L} \ll 1$

$$\ddot{x} + x\left(\frac{q^2}{m2\pi\varepsilon_0 L^3} - \frac{k}{m}\right) = 0 \qquad \omega = \sqrt{\frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 L^3} - k}$$

$\Rightarrow L^2\left(1 + 2\frac{x}{L}\right)$

$\boxed{L^2 + 2xL}$

$\omega = 2\pi f$

$$k = \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 L^3} - \omega^2 = \underbrace{\frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 L^3}} - 4\pi^2 f^2.$$

$\omega^2 = 4\pi^2 f^2$

$\frac{1}{L^2} - \frac{1}{L^2 + 2xL}$

$$\frac{\cancel{10^{-12}}}{2\pi \cdot 8{,}85 \cdot \cancel{10^{-12}}(0{,}5)^3} - 4\pi^2 \cdot 1{,}47^2 =$$

$\frac{2xL}{L^3(L+2x)}$

$$\frac{q^2}{m2\pi\varepsilon_0 L^3} - \frac{k}{m} = \omega^2 = 4\pi^2 f^2$$

10^{-3}

$$\frac{k}{m} = \frac{q^2}{m2\pi\varepsilon_0 L^3} - 4\pi^2 f^2$$

$$k = \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 L^3} - 4\pi^2 f^2 \cdot m = \frac{\cancel{10^{-12}}}{2\pi \cdot 8{,}85 \cdot \cancel{10^{-12}} \cdot 0{,}5^3} - 4\pi^2 \cdot (1{,}47)^2 \cdot \underbrace{10 \cdot 10^{-3}}_{10^{-2}}$$

0,14 0,85