МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Ермолаев Фёдор Андреевич**

Класс: 11

Технический балл: **94**

Дата проведения: 25 февраля 2022 года

ШИФР РАБОТЫ 8950769

<table>
<tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>$\sum$</th></tr>
<tr><td>Задача</td><td>15</td><td>14</td><td>15</td><td>15</td><td rowspan="2">94</td></tr>
<tr><td>Вопрос</td><td>9</td><td>10</td><td>9</td><td>7</td></tr>
</table>

Черновик 1.

$\frac{1}{2}v\tau = x$, $a\tau = v$ $\Rightarrow \frac{v^2}{2a} = x$

$\frac{3}{2\cdot 0{,}3\cdot 10\cdot 4}\cdot\left(\frac{3\cdot 2}{0{,}3\cdot 1\cdot 10}\right)^2 = \frac{1}{8}\cdot 4 = \frac{1}{2}$

$p_0 S x = \frac{mg}{S}V + mgx$

$\frac{mg}{S} = \frac{5\cdot 10}{0{,}01} = 5\cdot 10\cdot 100 = 5$ кПа

$\frac{mg}{S} = \frac{5\cdot 10}{0{,}01} = 5\cdot 10\cdot 100 = 5000$

$V = 1\,дм^3 = 10^{-3}\,м^3$

$\frac{5000\cdot 10^{-3}}{10^5\cdot 0{,}01 - 5\cdot 10} = \frac{5}{1000-50} = \frac{5}{950} = \frac{1}{190}$

$950 \,|\, 5 = 190$

$\frac{1}{2000}$ $\quad \frac{1}{2}\cdot 10^{-3}\,м$ $\quad \frac{5\cdot 10}{10^{-2}} = 5\cdot 10^3$

$x = \frac{\frac{mg}{S}V}{p_0 S - mg} = \frac{mgV}{p_0 S^2 - mgS} = \frac{mgV}{S^2\left(p_0 - \frac{mg}{S}\right)} = \frac{5\cdot 10\cdot 10^{-3}}{10^{-4}(10^5 - 5\cdot 10^3)} =$

$= \frac{5\cdot 10^2}{10^5 - 5\cdot 10^3} = \frac{5}{10^3 - 5\cdot 10} = \boxed{\frac{5}{950}}$

$10 \,|\, 19 = 0{,}0621$

$1000 - 50 = 950$ $\quad 950 \,|\, 5 = 190$ $\quad \frac{1}{200}\,м$ $\quad 2\cdot 50$

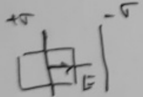
$\frac{100}{190}$ $\quad 1000 \,|\, 190 = 0{,}632$

$\frac{\sigma}{\varepsilon_0 S} = E$

$U = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 S}\cdot\frac{1}{\varepsilon}$

$\frac{10^{-3}}{10^{-2}} = 10^{-1}\,м = 10\,см.$

$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma S\varepsilon\varepsilon_0 S}{\sigma d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S^2}{d}$



$E\cdot S = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}\cdot d = U = \frac{\sigma S}{C} \Rightarrow C = \frac{\sigma S\varepsilon\varepsilon_0}{\sigma d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$

$\sqrt{\frac{\mu(mg\cos\alpha - Eq)}{mL}\cdot\frac{L}{\mu g\cos\alpha}\cdot 2\frac{1}{\frac{L}{\mu}\operatorname{tg}\alpha - L}\cdot\left(\frac{2Lg\sin\alpha}{\mu g\left(\cos\alpha - \frac{Eq}{m}\right)} - L\right)}$

$1 - \frac{L}{\frac{L}{\mu}\operatorname{tg}\alpha} = 1 - \frac{\mu}{\operatorname{tg}\alpha}$; $\quad 1 - \frac{L}{\frac{L\sin\alpha}{\mu\left(\cos\alpha - \frac{Eq}{mg}\right)}} = 1 - \frac{\mu\left(\cos\alpha - \frac{Eq}{mg}\right)}{\sin\alpha}$

8950769

черновик 2.

$\sqrt{3} \approx 1,$

$$\frac{\cancel{3}\cdot 10^{-6}\cdot \cancel{3}\cdot}{\cancel{2}\cdot \cancel{9}\cdot 10^{-12}\cdot 0,1\cdot 10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10^{2}}{\sqrt{3}}$$

$\times\begin{smallmatrix}1,6\\1,6\end{smallmatrix}$

$$\frac{3\cdot 10^{-6}\cdot 3\cdot 10^{-6}}{\cancel{2}\cdot 9\cdot 10^{-12}\cdot 0,1\cdot 10\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}{\cos\alpha\cdot\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} = \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\frac{q\sigma}{2\varepsilon_0 mg\cos\alpha_{np}}$$

$$1000 - 50 = 950$$

$$\frac{\frac{mg}{S}h}{P_0S - mg} = \frac{\frac{50}{0{,}01^{-2}}\cdot 10^{-3}}{10^{5}\cdot 10^{-2} - 50} = \frac{5}{10^{3}-50} = \frac{5}{950} = \frac{1}{190}\text{ м}$$

$\sqrt{1+\sqrt{3}}$ $\quad 1+\sqrt{3} = 2\cdot\frac{1}{2\alpha}\sqrt{3}\alpha + \frac{1}{4\alpha^2} + 3\alpha^2$ $\quad\frac{+4}{2\cdot 12}$

$$3\alpha^2 + \frac{1}{4\alpha^2} = 1 \quad | \quad 12t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\alpha^2 = t \qquad 12\cdot\frac{1}{4} - \frac{4}{2} + 1 = 3 - 2 + 1$$

$\frac{1}{\sqrt{3}} + 1$

$$1+\sqrt{3} = (a+b)^2$$

$$\begin{cases} a^2+b^2=1 \\ 2ab=\sqrt{3} \Rightarrow b=\frac{\sqrt{3}}{2a}\end{cases} \qquad a^2 + \frac{3}{4a^2} = 1 \qquad 4a^4 - 4a^2 + 3 = 0$$

$$4t^2 - 4t + 3 = 0 \qquad \frac{D}{4} = 2^2 - 4\cdot 3 = <0$$

$$\frac{Eq}{mg} = \frac{2\sigma q}{2\varepsilon_0 mg} = \frac{1}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\alpha \quad +$$

8950769

Чистовик 1.

Вариант №2 №1.3.1.

Теоретический вопрос. По определению, $\vec{P}_{сист} = \sum_i \vec{p_i}_{точки\ мат} =$

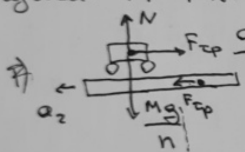
$= \sum_i m_i \vec{v_i}_{мат.\ точек}$ – сумма импульсов каждой точки.

Продифференцируем, получим: $\dot{\vec{P}}_{сист} = \sum m_i \dot{\vec{v_i}} = \sum m_i \vec{a_i} = \sum \vec{F_i}$

где $\vec{F_i}$ – сумма всех сил на i-ю точку. Из третьего закона Ньютона, векторная сумма внутренних сил $= 0 \Rightarrow \dot{\vec{P}}_{сист} = \sum \vec{F}_{внеш}$

Закон сохр. импульса: Если на систему мат. точек не действуют внешние силы, то импульс системы сохраняется (или сумма всех внеш. сил $= 0$, или в проекции на одну из осей)

Задача. $M = 1$ кг $N = 2$ Вт $n = 3$ $\mu = 0,3$ $g = 10$ м/с² x?



1) $F_{тр} = \mu N$ (пока есть проск. – по усл. есть все время)

2) $N = \frac{Mg}{n}$ – по вертикали покой

3) 2-й закон Ньютона

$\frac{M}{n}$: $\frac{M}{n} a_1 = \mu \cdot \frac{Mg}{n}$ (в разные стороны)

M: $M a_2 = \mu \cdot \frac{Mg}{n}$

$\Rightarrow a_1 = \mu g$; $a_2 = \frac{\mu g}{n}$

4) $a_{отн} = a_1 + a_2$ – относительное ускорение движения автомобиля по доске. – равноуск.

5) В момент прекращ. проскальзывания мощность $F_{тр} = N$ (в СО доски)

$\mu \frac{Mg}{n} \cdot V_{отн} = N$; Из кинематики ~~$V_{отн}$~~ $x = \frac{V_{отн}^2}{2a_{отн}}$

$$\mu \frac{Mg}{n} \cdot \sqrt{2x\left(\mu g + \frac{\mu g}{n}\right)} = N$$

$$2x\mu g\left(1 + \frac{1}{n}\right) = \left(\frac{nN}{\mu M g}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{n}{2\mu g(n+1)}\left(\frac{nN}{\mu M g}\right)^2$$

Ответ: $x = \frac{n}{2\mu g(n+1)} \cdot \left(\frac{nN}{\mu M g}\right)^2 \simeq 0,5$ м.

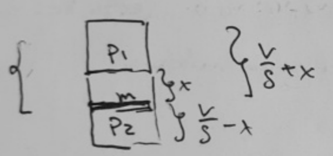
Чистовик 2. №2.2.1

Теоретический вопрос. Как известно, при данной температуре T существует ~~такое~~ состояние насыщенного пара, характеризующееся давлением $p_{н.п}(T)$ и плотностью $\rho_{н.п}(T)$ — выше этих значений параметры газа не поддерживаются (нестаб.) — происходит конденсация (или перенасыщ. пар).

По определению: абсолютная влажность — ρ — это плотность пара, Относительная $\varphi = \frac{p}{p_{н.п}(T)}$ — отношение давления пара к давлению ~~насыщ.~~ паров при данной температуре.

Задача. $m = 5$ кг; $V = 1$ л; $t = 100°C$; $S = 0{,}01$ м²; $p_0 = 10^5$ Па

1) Давление нас. паров при $100°C$ $= p_0$ $\Rightarrow$ Справа воздух при таком же давлении. (т.к. равновес.)

2) 

Пусть сверху давление p_1, снизу — p_2.
усл равновес:
$p_1 S + mg = p_2 S \Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{mg}{S}$

3) Т.к. пар снизу сжался (это так потому что в нач мом. поршень падает вниз с уск. g), ~~то~~ изотермически, то он остался насыщ. (часть пара сконденс.) и $p_2 = p_0$

4) Изотерма идеального ~~газ.~~ газа (воздух): $p_1 S\left(\frac{V}{S}+x\right) = p_0 V$
$\Rightarrow p_1 = p_0 \frac{V}{V+Sx}$

(2): $p_0 = p_0\frac{V}{V+Sx} + \frac{mg}{S} \Rightarrow \frac{mg}{S} = p_0 \frac{Sx}{V+Sx}$

$\Rightarrow x = \frac{\frac{mg}{S}V}{p_0 S - mg}$ [ОДЗ: $\frac{mg}{S} < p_0$ иначе все сконденсируется и $x = \frac{V}{S}$ — не реализ. в данной сит.]

в числах:
$x = \cancel{\frac{1}{1880}\text{ м}}$ ~~≈~~ $x = \frac{5}{950}\text{ м} = \frac{1}{190}\text{ м}$

См. след. лист.

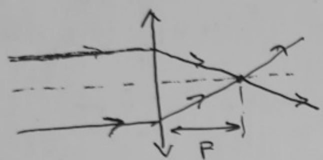
Чистовик 3

в числах: $x = \frac{1}{190}$ м $\approx$ 0,52 см.

Ответ: $x = \dfrac{\frac{mg}{S}V}{p_0S - mg} \approx 0,62$ см.

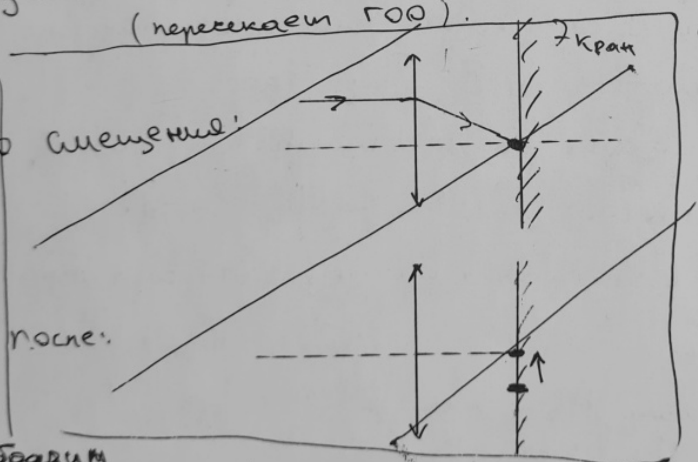
№4.3.1.

Теор. вопрос. Пускаем луч (пучок лучей) параллельно главной опт. оси (ГОО). Расстояние, на котором они пересекут (или их продолжения для рассеив. линзы) ГОО, называется фокусным расстоянием F.



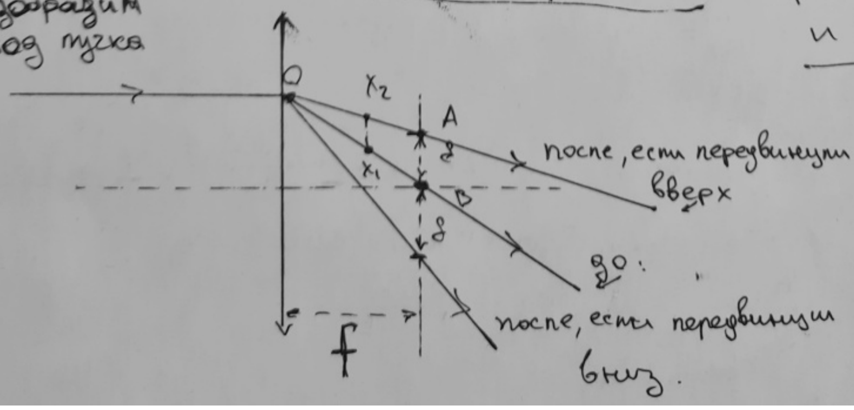
Величину, обратную фокусному расст. называют оптической силой $D = \frac{1}{F}$. Также известно выражение $D = (n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ для линзы с показателем преломления n в среде с показателем преломления 1 и сферич. поверхностями R_1, R_2.

Задача. Такой пучок лучей собирается в фокусе линзы (пересекает ГОО).



1) если изображение было в X_1, то оно стало в X_2 после перемещения линзы вверх.
Из подобия, отношение перемещения изображения X_1X_2 к перемещению фокуса BA равно отнош. расстояний от X_1X_2 и BA к линзе

изобразим ход пучка



Чистовик 4.

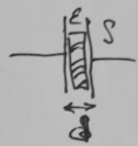
Заметим, что $\frac{\Delta}{\delta}=2$ => экран находится в двойном ~~фо~~ фокусе и $2F = l$ => $F=\frac{l}{2}=10$ см.

Ответ: $F=\frac{l}{2}=10$ см. [в общ. случае ~~k=~~ $F=\frac{\delta}{\Delta}l$].

№ 3.5.1.

Теоретич. вопрос. Пусть у нас есть уединенный проводник с суммарным ~~заря~~ зарядом Q и потенциалом φ ($\varphi_\infty=0$), тогда емкостью C проводника называется величина $\frac{Q}{\varphi}$. [заряд проводника пропорционален его потенциалу].

Для плоского конденсатора:

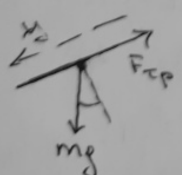


$C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$

S - площадь пластин
d - расст. между ними
ε - диэлект. проницаемость внутри

Задача. рассмотрим I сл. Пусть пластинка сдвинулась
1) на x в область $\mu\neq 0$. Тогда часть силы нормальной реакции ~~ра~~ со стороны шершавой пов-ти равна $\frac{x}{L}mg\cos\alpha$ (из II закона Ньютона на нормаль)*, где L - длина пластины. Значит, трение:
$F_{тр}=\mu\frac{x}{L}mg\cos\alpha$

2)



2-й закон Ньютона Oy:

$$m\ddot{y} = mg\sin\alpha - \mu\frac{x}{L}mg\cos\alpha$$

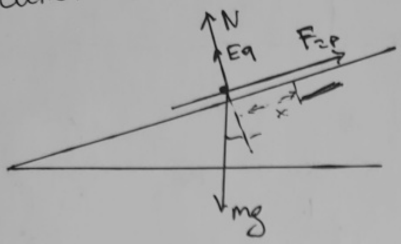
ясно, что $\ddot{y}=\ddot{x}$

$$\ddot{x} = g\sin\alpha - \mu\frac{x}{L}g\cos\alpha = -\frac{\mu g\cos\alpha}{L}\left(x - \frac{L}{\mu}\operatorname{tg}\alpha\right)$$

→ гармонические колебания x со смещением на $\frac{L}{\mu}\operatorname{tg}\alpha$ и $\omega_1=\sqrt{\frac{\mu g\cos\alpha}{L}}$.

Чистовик 5.

3) поле E со стороны пластины $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, расставим силы (пластинка опять сместилась на x в обл. μ)



~~N=Eq~~ $N + Eq = mg\cos\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow N = mg\cos\alpha - Eq$

$F_{тр} = \frac{\mu x}{L} N = \frac{\mu x}{L}(mg\cos\alpha - Eq)$.

$m\ddot{x} = mg\sin\alpha - F_{тр} \Rightarrow \ddot{x} = g\sin\alpha - \frac{\mu x}{L}\left(g\cos\alpha - \frac{Eq}{m}\right) =$

$= -\frac{\mu(mg\cos\alpha - Eq)}{Lm}\left(x - \frac{Lg\sin\alpha}{\mu(g\cos\alpha - \frac{Eq}{m})}\right)$

~~гармонич. колеб. со смещ. смещ.~~ $\cancel{\frac{Lg\sin\alpha}{mg\cos\alpha}}$

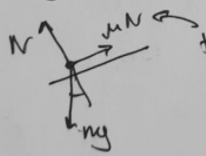
$\ddot{x} = -\frac{\mu(g\cos\alpha - \frac{Eq}{m})}{L}\left(x - \frac{Lg\sin\alpha}{\mu(g\cos\alpha - \frac{Eq}{m})}\right)$

гармонич. колеб. с $\omega_2 = \sqrt{\frac{\mu(g\cos\alpha - \frac{Eq}{m})}{L}} = \sqrt{\frac{\mu(mg\cos\alpha - Eq)}{mL}}$

и смещением $\frac{Lg\sin\alpha}{\mu g(\cos\alpha - \frac{Eq}{mg})} = x_{смещ_2}$

[при $Eq > mg\cos\alpha$ – отрыв].

4) При $\alpha = \alpha_{пр}$:



На грани проск:

$N = mg\cos\alpha_{пр}$

$\mu mg\cos\alpha_{пр} = mg\sin\alpha_{пр}$

$\boxed{\mu = \operatorname{tg}\alpha_{пр}}$.

~~5) $x = x_{смещ} + A\sin(\omega t + \varphi)$~~

~~$\dot{x} = A\omega\sin(\omega t + \varphi)$~~

~~Н.у.: $\dot{x}(0) = 0 \Rightarrow \varphi = 0$.~~

~~$x(0) = 0 \Rightarrow x_{смещ} =$~~

5) $x = x_{смещ} - A\cos(\omega t + \varphi)$

$\dot{x} = A\omega\sin(\omega t + \varphi)$

Н.у.: $\begin{cases} \dot{x}(0) = 0 \rightarrow \varphi = 0 \\ x(0) = 0 \Rightarrow A = x_{смещ}. \end{cases}$

$\Rightarrow \boxed{x = x_{смещ}(1 - \cos\omega t)}$

8950769

Чистовик 6.

6) ~~при $x=L$~~: пусть $x=L$ при $t=\tau$:

$$L = x_{смещ}(1-\cos\omega\tau) \Rightarrow \boxed{\cos\omega\tau = 1 - \frac{L}{x_{смещ}}}$$

~~7) $\dot{x} = x_{смещ}\,\omega\sin\omega t = x_{смещ}\,\omega\sqrt{1-\cos^2\omega t}$~~

~~при $x=L$: $\dot{x} = v_1 = $~~

7) при $x=L$: $\dot{x} = v = x_{смещ}\,\omega\sin\omega t = x_{смещ}\,\omega\sqrt{1-\cos^2\omega t}$

$$\Rightarrow v = x_{смещ}\,\omega\sqrt{1-\left(1-\frac{L}{x_{смещ}}\right)^2} =$$

$$= x_{смещ}\,\omega\sqrt{\frac{2L}{x_{смещ}} - \frac{L^2}{x^2_{смещ}}} = \omega L\sqrt{\frac{2x_{смещ}}{L} - 1}$$

8) $$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}\cdot\frac{\sqrt{2x_{смещ_2} - L}}{\sqrt{2x_{смещ.1} - L}} = \sqrt{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{\mu(mg\cos\alpha - Eq)\cdot L}{mL\cdot\mu g\cos\alpha}\cdot\frac{\frac{2L\sin\alpha}{\mu(\cos\alpha - \frac{Eq}{mg})} - L}{\frac{2L\,tg\alpha}{\mu} - L} =$$

$$= \frac{\cos\alpha - \frac{Eq}{mg}}{\cos\alpha}\cdot\frac{\left(2\sin\alpha - \mu\left(\cos\alpha - \frac{Eq}{mg}\right)\right)\cdot\frac{1}{\mu(\cos\alpha - \frac{Eq}{mg})}}{(2tg\alpha - \mu)\cdot\frac{1}{\mu}} =$$

$$= \frac{1}{\cos\alpha}\cdot\frac{2\sin\alpha - \mu\left(\cos\alpha - \frac{Eq}{mg}\right)}{2tg\alpha - \mu} = \frac{2tg\alpha - \mu + \frac{\mu Eq}{mg\cos\alpha}}{2tg\alpha - \mu} =$$

$$= \frac{2tg\alpha - \mu + \frac{\mu Eq}{mg\cos\alpha}}{2tg\alpha - \mu} = 1 + \frac{\mu Eq}{mg\cos\alpha(2tg\alpha - \mu)}.$$

9) Считаем, что $\alpha = \alpha_{пр}$: ($\mu = tg\alpha_{пр}$)

$$\gamma = 1 + \frac{\mu Eq}{mg\cos\alpha_{пр}\cdot tg\alpha_{пр}} = 1 + \frac{\mu Eq}{mg\sin\alpha_{пр}} = 1 + \frac{q\cdot\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot tg\alpha_{пр}}{mg\sin\alpha_{пр}} =$$

$$= 1 + \frac{q\cdot\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}{mg\cos\alpha_{пр}}$$

Чистовик 7.

$\cancel{\boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{10^{12}}{3}}}$ ~~- Ответ.~~

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{1+\sqrt3}{\sqrt3}}$$

$$\gamma = 1 + \frac{1}{\sqrt3} = \frac{\sqrt3+1}{\sqrt3} \; ; \quad \cancel{\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{\sqrt3+1}{\sqrt3}\right)^2 = \frac{4+2\sqrt3}{3}}$$

Ответ: $\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{4+2\sqrt3}{\sqrt3}}$. (~~верно при произв. α~~ ~~($mg\cos\alpha < Eq$)~~ : $\cancel{\frac{V_2}{V_1} = \left(1 + \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 mg\cos\alpha}\right)}$)

[если $\alpha \neq \alpha_{пр}$: $\cos\alpha > \frac{Eq}{mg}$ $\quad \frac{V_2}{V_1} = \left(1 + \frac{\operatorname{tg}\alpha_{пр}\, q\sigma}{2\varepsilon_0 mg\cos\alpha(2\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha_{пр})}\right)^{\frac12}$]

если $\alpha = \alpha_{пр}$: $\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\left(1 + \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 mg\cos\alpha_{пр}}\right)^{2}} = \sqrt{\frac{1+\sqrt3}{\sqrt3}}$.

$$\frac{Eq}{mg} = \frac12 < \frac{\sqrt3}{2} = \cos\alpha_{пр}$$