МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Копанов Антон Олегович**

Класс: 11

Технический балл: **79**

Дата проведения: 25 февраля 2022 года

ШИФР РАБОТЫ 9441105

<table>
<tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>$\sum$</th></tr>
<tr><td>Задача</td><td>14</td><td>15</td><td>14</td><td>3</td><td rowspan="2">79</td></tr>
<tr><td>Вопрос</td><td>10</td><td>9</td><td>8</td><td>6</td></tr>
</table>

9441105

Задача 1.3.1. Чистовик

$M = 1$ кг
$N = 2$ Вт
$m = \frac{M}{n}$, где $n = 3$
$\mu = 0{,}3$

$x = ?$

Запишем ЗСИ для системы (внешних сил нет по горизонтали)

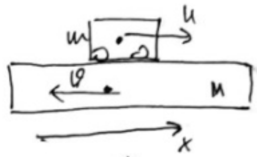
$x:\ 0 = mu - M\upsilon \rightarrow u = \frac{M}{m}\upsilon = 3\upsilon$

Движение без проскальзывания начинается, когда $\upsilon_{доб} = \upsilon_{нижн\,т.}$

$\upsilon_{нижн\,т.} = -u + \omega_1 R = \upsilon$

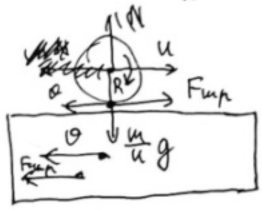
$\omega_1 R = u + \upsilon = 4\upsilon$

При движении с проскальзыванием: $F = \mu \cdot \frac{m}{4} g =$ ($N = \frac{m}{4} g$)



$= \mu m g = m a_1 \rightarrow a_1 = \mu g$

$F = M a_2 \rightarrow a_2 = \frac{\mu m g}{M} = \frac{\mu g}{3}$



Когда перестает проскальзывать:

$\Sigma M = 0 \rightarrow \frac{N}{\omega_1} = \mu m g R$ ($N = M_g \omega$)

$N = \mu m g \cdot 4\upsilon \rightarrow \upsilon = \frac{N}{4\mu m g}$, $\Delta t = \frac{\upsilon}{a_2} = \frac{N}{4\mu m g} : \frac{\mu g}{3} = \frac{3N}{4m(\mu g)^2}$

Изменение энергии: $A_{тр} + N\Delta t = \frac{m u^2}{2} + \frac{M\upsilon^2}{2} - 0$

$u = 3\upsilon = \frac{3N}{4\mu m g}$, $A_{тр} = -\mu m g \cdot S_{отн} = -\mu m g x$

$\mu m g x = -\left(\frac{m}{2} \cdot \frac{9N^2}{16(\mu g)^2 m^2} + \frac{3m}{2} \cdot \frac{N^2}{4^2(\mu g)^2 m^2}\right) + N\Delta t = -\frac{4}{32}\frac{3N^2}{(\mu g)^2 m} + \frac{3N^2}{4m(\mu g)^2} = \frac{3N^2}{8m(\mu g)^2}$

$x = \frac{3N^2}{8m^2(\mu g)^3}$

$x = \frac{4 \cdot 3}{8 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 (0{,}3 \cdot 10)^3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2}$ м $\approx$ 50 см

Ответ: $x \approx$ 50 см

Страница 1.

Импульс системы мат. точек определяется векторной суммой импульсов всех точек системы: $\vec{P}_{сис} = \sum_i \vec{p}_i = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots = \sum_i m_i \vec{\upsilon}_i$

Закон сохранения импульса: Импульс системы не меняется, если 1) Сумма внешних сил равна 0 ($\sum_i \vec{F}_{i\,out} = 0$), 2) если время взаимодействия очень мало и силы ограничены ($\Delta\vec{P} = \Sigma\vec{F}_{out} \cdot \Delta t \rightarrow 0$). В случае с проекциями импульс сохраняется по оси, если проекция суммы всех сил равна 0 ($\Sigma F_x = 0$) и или время взаимод. мало и проекции сил на данную ось ограничены. ($\Delta P_x = \Sigma F_x \Delta t \rightarrow 0$).

При сохранении импульса $\vec{P}_1 = \sum_i m_{i_1} \vec{\upsilon}_{i_1} = \vec{P}_2 = \sum_i m_{i_2} \vec{\upsilon}_{i_2}$.

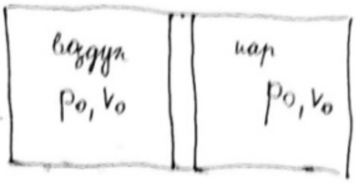
Задача 2.2.1. Чистовик

$m = 5$ кг
$V_0 = 1$ л
$t = 100°C$
$S = 0{,}01$ м^2
$p_0 = 10^5$ Па

$x = ?$

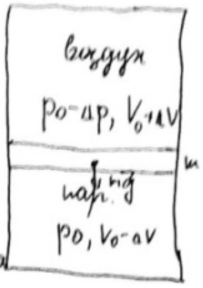
Насыщ. пар при $t = 100°C$ имеет давление $p_{нп} = p_0$. Уравнение Менделеева-Клапейрона для воздуха в начальном положении:

$$p_0 V_0 = \nu_в R T_0$$



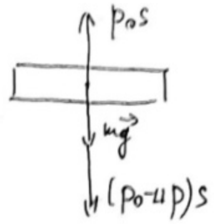
После переворота условие равновесия поршня: $(p_0 - \Delta p) S + mg = p_0 S$

$$\Delta p = \frac{mg}{S} = \frac{5 \cdot 10}{0{,}01} = 5 \text{ кПа}$$



Уравнение Менделеева-Клапейрона для воздуха

$$(p_0 - \Delta p)(V_0 + \Delta V) = \nu_в R T = p_0 V_0$$



$$1 + \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{p_0}{p_0 - \Delta p}$$

$$\Delta V = V_0 \left(\frac{p_0}{p_0 - \Delta p} - 1 \right)$$

$$\Delta V = xS \to x = \frac{V_0}{S}\left(\frac{p_0}{p_0 - \frac{mg}{S}} - 1\right) = \frac{V_0}{S} \cdot \frac{\frac{mg}{S}}{p_0 - \frac{mg}{S}} = \frac{V_0}{S} \cdot \frac{1}{\frac{p_0 S}{mg} - 1}$$

$$\frac{p_0 S}{mg} - 1 = \frac{10^5 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10} - 1 = \frac{100}{5} - 1 = 20 - 1 = 19 \approx 20$$

$$x \approx \frac{V_0}{20 S} = \frac{10^{-3}}{20 \cdot 10^{-2}} = \frac{1}{200} \text{ м} = \frac{5}{1000} \text{ м} = 5 \text{ мм}$$

Ответ: $x \approx 5$ мм.

Влажность — величина, показывающая количество паров жидкости в газе. Абсолютная влажность измеряется в $\frac{кг}{м^3}$. Относительная влажность воздуха — величина, численно равная отношению количества водяных паров в воздухе к количеству водяных паров в воздухе, когда водяной пар насыщен. $\varphi = \frac{\nu}{\nu_{нп}} = \frac{m}{m_{нп}} = \frac{\rho}{\rho_{нп}} = \frac{p}{p_{нп}}$

Задача 3.5.1.

Страница 2

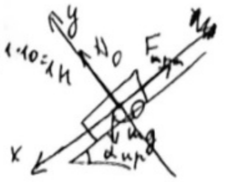
$m = 100$ г
$\alpha_{пр} = 30°$
$\sigma = 3 \frac{мкКл}{м^2}$
$q = 3$ мкКл
$\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12} \frac{Ф}{м}$

$\frac{v_2}{v_1} = ?$

Рассмотрим случай, когда пластинка покоится:

При $\alpha_{пр}$ 2ЗН: Oy: $N_0 = mg \cos\alpha_{пр}$, $mg = 0{,}1 \cdot 10 = 1$ Н

Ox: $mg \sin\alpha_{пр} - \mu N_0 = 0$, $F_{тр} = \mu N_0$



$$mg \sin\alpha_{пр} = \mu mg \cos\alpha_{пр}$$

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha_{пр} = \operatorname{tg} 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

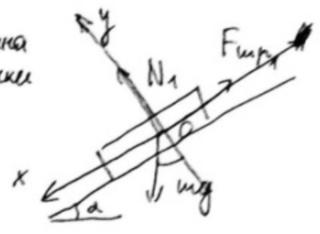
Задача 3.5.1. (продолжение). Шишовик

В случае, если пластинка движется до наведения зарядов:

2 З Н:

$Oy: N_1 - mg\cos\alpha = 0$

$N_1 = mg\cos\alpha$, $F_{тр_1} = \mu N_1^{(x)}$, $m(x) = \frac{mx}{L}$, где L - длина пластинки

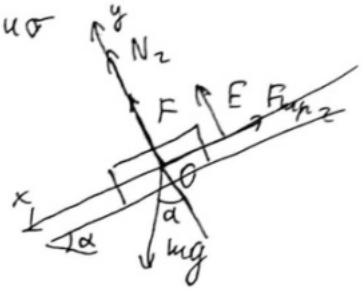


$Ox: mg\sin\alpha - \mu N_1 = ma_1$

$a_1 = g\sin\alpha - \mu\frac{1}{L}xg\cos\alpha$

С зарядами на пластинку будет действовать сила $F = Eq$, где $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ - напряженность от плиты (считаем её как бесконечную пластину, так как плита длинная)

$F = \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0}$ (так как одноименные заряды у q и σ F направлена от плиты)



2 З Н: $Oy: N_2 + F - mg\cos\alpha = 0$

$N_2 = mg\cos\alpha - F$, $F_{тр_2} = \mu N_2(x)$

$F_{тр_2} = \mu mg\cos\alpha\cdot\frac{x}{L} - F\mu\frac{x}{L}$

$Ox: mg\sin\alpha - \mu N_2^{(x)} = ma_2$

$a_2 = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha\frac{x}{L} + \frac{\mu F}{m}\frac{x}{L}$

В этих случаях получены уравнения гармонич. колебаний (при движении до того момента, когда пластинка полностью перейдёт на шерох. пов-ть)

Урав. колебаний имеет вид: $a_x + \omega^2 x = \omega^2 x_0$, где x_0 - координата положения равновесия. ~~Заметим, что~~

$\omega_1^2 = \frac{\mu g\cos\alpha}{L}$, $\omega_2^2 = \frac{\mu g\cos\alpha}{L} - \frac{\mu F}{mL} = \frac{\mu}{L}\left(g\cos\alpha - \frac{F}{m}\right)$

$x_1 = \frac{g\sin\alpha}{\omega_1^2} = \frac{L\,tg\alpha}{\mu}$, $x_2 = \frac{g\sin\alpha}{\omega_2^2} = \frac{L}{\mu}\left(\frac{g\sin\alpha}{g\cos\alpha + \frac{F}{m}}\right)$

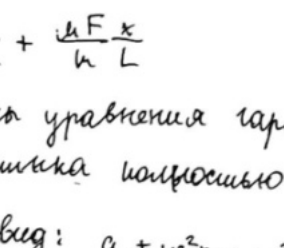
Найдём скорость v_1 и v_2 с помощью фазовых диаграмм: ($\frac{v}{\omega}$ от L)

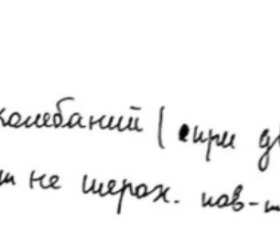
$\frac{v_1}{\omega_1} = \sqrt{x_1^2 - (L - x_1)^2} = \sqrt{2Lx_1 - L^2}$

$\frac{v_2}{\omega_2} = \sqrt{2Lx_2 - L^2}$

$\frac{v_2}{v_1}\cdot\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{2x_2 - L}{2x_1 - L}}$

$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2g\sin\alpha - \omega_2^2 L}{2g\sin\alpha - \omega_1^2 L}}$





Задача 3.5.1 (продолжение). Чистовик.

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{2g\sin\alpha-\mu\left(g\cos\alpha-\frac{F}{m}\right)}{2g\sin\alpha-\mu(g\cos\alpha)}}\text{, где } F=\frac{\sigma q}{2\varepsilon_0}=\frac{3\cdot10^{-6}\cdot3\cdot10^{-6}}{2\cdot9\cdot10^{-12}}=\frac{1}{2}\text{ Н}$$

При $\alpha=\alpha_{пр}$: $\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{g\sin\alpha_{пр}+\frac{F}{m}}{g\sin\alpha_{пр}}}=\sqrt{1+\frac{F}{mg\sin\alpha_{пр}}}=\sqrt{1+\frac{0{,}5}{0{,}5}}=\sqrt{2}\approx 1{,}41$

Ответ: при $\alpha=\alpha_{пр}$: v_1 меньше v_2 в $\sqrt{2}$ раз.

Электроемкость — физическая величина, численно равная отношению заряда обкладок конденсатора к напряжению между ними и зависящая ~~от~~ только от геометрии ~~проводника~~ конденсатора. $C=\frac{q}{U}$. Для плоского конденсатора:

$C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, ε — диэлектрическая постоянная для диэлектрика между обкладками, ε_0 — диэлектрическа постоянная ($\varepsilon_0\approx 8{,}85\cdot10^{-12}\ \frac{Ф}{м}$), S — площадь обкладок, d — расстояние между ними.

Задача 4.3.1

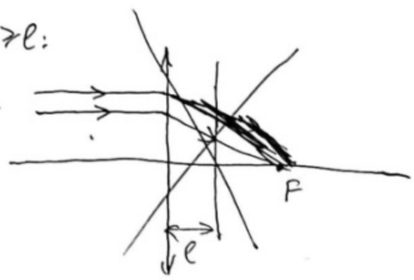
$l=20$ см

$\delta=0{,}5$ см

$\Delta=1$ см

$F=?$

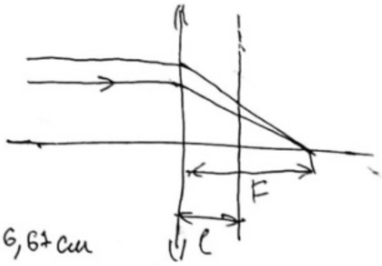
Рассмотрим случай, когда $F\geq l$: Видно, что в этом случае $\Delta<\delta$ — не подходит



Пусть $F<l$. Из подобия прям. Δ-ов:

$F(tg\alpha-tg\beta)=$ ~~$(l-F)(tg\alpha-tg\,\delta$~~

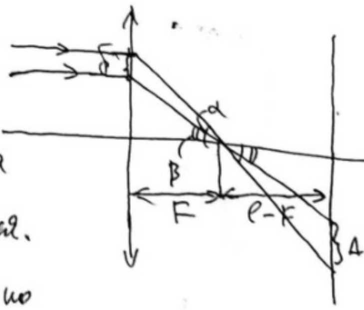
$(l-F)(tg\alpha-tg\beta)=\Delta$



$\frac{l-F}{F}=\frac{\Delta}{\delta}=2$

$\frac{l}{F}-1=2\rightarrow\frac{l}{F}=3\rightarrow F=\frac{l}{3}=\frac{20}{3}\text{ см}\approx 6{,}67\text{ см}$

Ответ: $F\approx 6{,}67$ см.



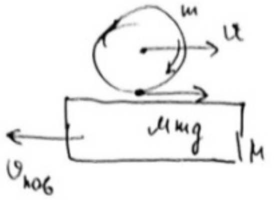
Фокус — точка на ГОО линзы, в которой собираются лучи, падающие на линзу ∥ ГОО линзы или их продолжения.

Оптическая сила линзы — величина, по модулю равная $D=\frac{1}{F}$. Для собирающих линз $D>0$, для рассеивающих — $D<0$

Черновик.

$N = Fv = M\omega$

Без проскальз.: $v_{пов} = v_{кг}$



$0 = Mv - mu$

$u = \frac{M}{m} v = nv = 3v$

$\cancel{A_g + A_{кр} = \frac{mu^2}{2} + \frac{Mv^2}{2}}$

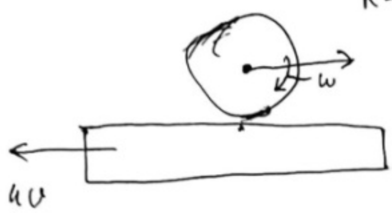
$F = \mu m g \ (\frac{\mu m g}{4})$

$M = F \cdot R$

$N = F \cdot \omega R$

$K = \frac{p^2}{2m} + \frac{p^2}{2M} = \frac{p^2(M+m)}{2mM} =$

$\omega R = u v$



$= \frac{p^2 \cdot 4}{2 \cdot 3m} = \frac{2p^2}{3m}$

$p = m \cdot 3v = \frac{3N}{4\mu g}$

$\frac{2}{3m} \cdot \frac{9}{16} \frac{N^2}{(\mu g)^2} = \frac{3}{8} \frac{N^2}{(\mu g)^2 m}$

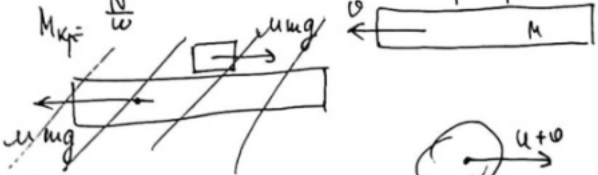
$F = \mu m g = m a_1 = M a_2$

$a_1 = \mu g$

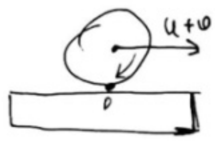
$a_2 = \frac{\mu m g}{M} < a_1$

$M = M_{кр} - \mu m g R = \frac{1}{2} m R^2 \varepsilon$

$M_{кр} = \frac{N}{\omega}$



$\boxed{\omega R = u + v}$ – без проскальз. $\mu m g$



$\omega R = \frac{4u}{3}$

$u = a_1 t$

$u = \frac{3}{4} \frac{\mu m g}{N}$

$M_{кр} = 0$ при $\frac{N}{\omega} - \mu m g R = 0$

$v = \frac{1}{4} \frac{\mu m g}{N}$

$t = \frac{u}{a_1}$

$N = \mu m g$

$\omega R = \frac{N}{\mu m g}$

$\frac{6}{8} - \frac{1}{8} =$

$-\mu m g x$

$p_0 V = \nu_B RT$

$\nu_B = \frac{p_0 V}{RT}$

$\Delta p = \frac{mg}{S}$

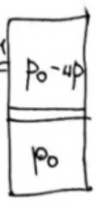
$V = hS$

$(p_0 - \Delta p) V_2 = \nu_B RT = p_0 V$

$h = \frac{V}{S} = \frac{10^{-3}}{10^{-2}} = 10^{-1} = 10 см = 0{,}1 м$

$\cancel{(1 - \frac{\Delta p}{p_0})} = (p_0 - \Delta p)(V + \Delta V) = p_0 V$

$(p_0 S - mg)(\frac{V}{S} + x) = p_0 V \quad x =$



Черновик

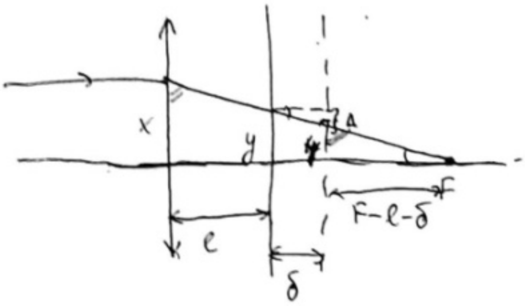
$\operatorname{tg}\beta = \frac{1}{2}$

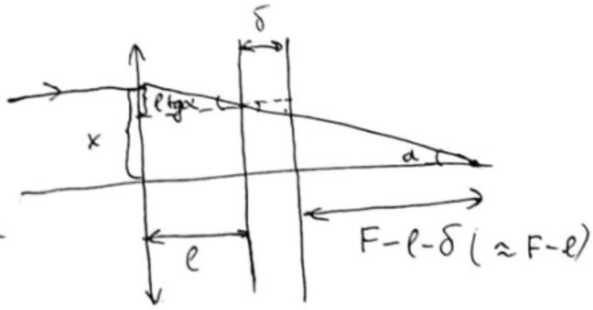
$\operatorname{tg}\beta = \frac{y-\Delta}{F-l-\delta} =$

$\frac{y}{x} = \frac{F-l}{F}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta}{\delta} = 2$

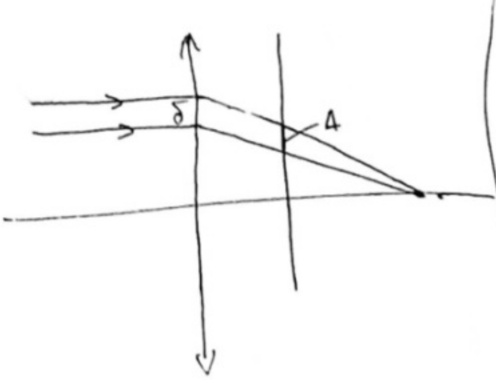
$\operatorname{tg}\alpha = \frac{x}{F}$

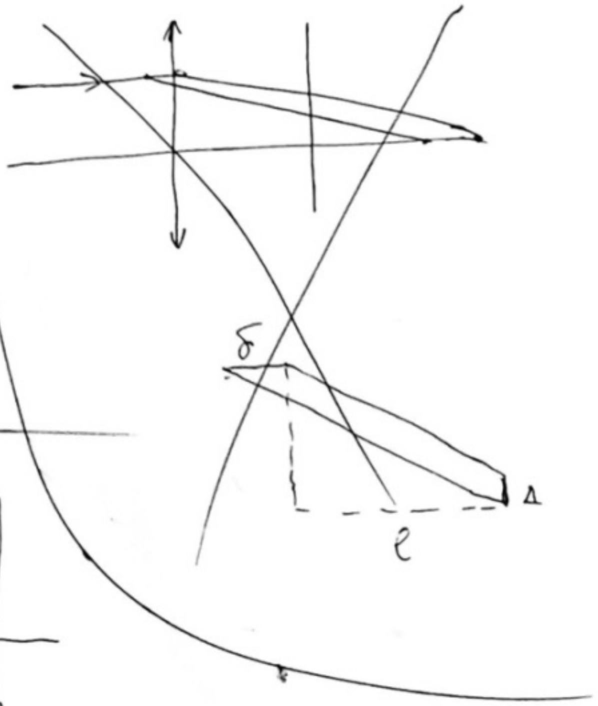


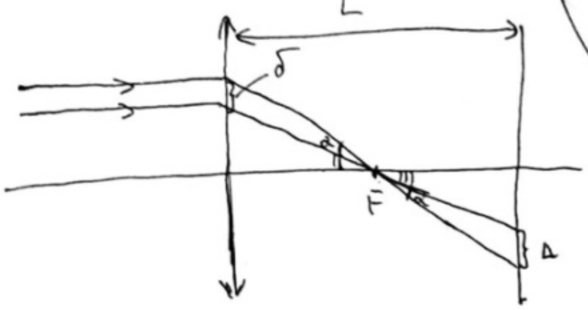


$F\operatorname{tg}\alpha - l\operatorname{tg}\alpha - \Delta = (F-l-\delta)\operatorname{tg}\alpha$

$\cancel{F} - \cancel{l} - \frac{\Delta}{\operatorname{tg}\alpha} = \cancel{F} - \cancel{l} - \delta$







$$\left.\begin{aligned} F(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta) &= \delta \\ -(F-l)(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta) &= \Delta \end{aligned}\right\} \to \frac{l-F}{F} = \frac{\Delta}{\delta} = 2$$

$-1 + \frac{l}{F} = 2 \to \frac{l}{F} = 3 \to F = \frac{20}{3}\text{ см} = 6\frac{2}{3}\text{ см} \approx 6{,}66\text{ см}$

Черновик

$(p_0 - \frac{mg}{S})$

$\varphi = \frac{f_n}{S}$

$\mu mg\cos\alpha = mg\sin\alpha$

$\mu = tg\,\alpha_{\ast} = tg\,30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\sqrt{3} \approx 1{,}73.$

$-\mu m(x) g\cos\alpha + mg\sin\alpha = ma$

$a = g\sin\alpha - \mu\frac{x}{\ell} g\cos\alpha$

$\omega = \sqrt{\frac{\mu g\cos\alpha}{\ell}}$

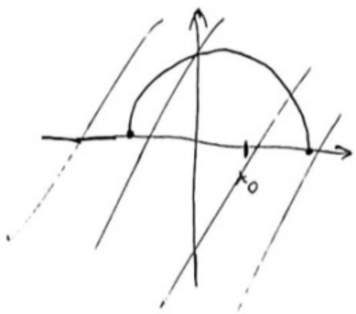
$v_1 = \ell\omega = \sqrt{\mu}$

$mg = 0{,}1 \cdot 10 = 1\,H$

$F_{mp} = \mu \cdot \frac{mx}{\ell} g\cos\alpha$

$A_{mp} = \mu\frac{m}{\ell} g\cos\alpha\frac{x^2}{2}$

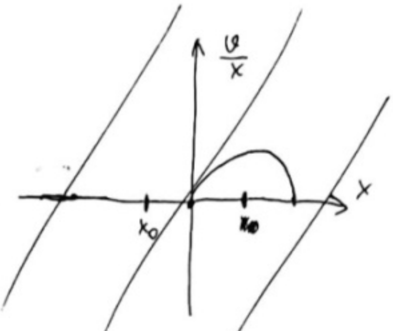
$\frac{mv_1^2}{2} + mgh = \mu\frac{m}{\ell} g\cos\alpha\frac{x^2}{2}$



$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{3\cdot10^{-6}}{2\cdot9\cdot10^{-12}} = \frac{10^6}{2\cdot3}$

$F = Eq = \frac{10^6}{2\cancel{3}}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{10^{-6}} = \frac{1}{2}H = 0{,}5\,H$

$F_{mp} = \mu(mg\cos\alpha - Eq)$

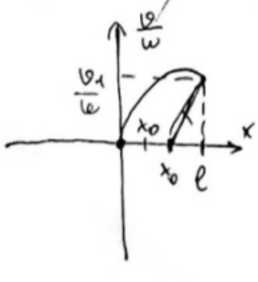


$\omega^2 = \frac{\mu g\cos\alpha}{L}$

$x_1 = \frac{a\sin\alpha}{\omega^2} = \frac{\mu L}{tg\alpha}$

$x_2 =$

$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{2x_1 - L}{2x_2 - L}}$



$\frac{v_1}{w} = \sqrt{x_0^2 - (L - x_0)^2} = \sqrt{2x_0L - L^2}$

$\frac{v_2}{w_2} = \frac{v_1}{w_1}$