МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Куликов Матвей Олегович**

Класс: 11

Технический балл: **91**

Дата проведения: 25 февраля 2022 года

ШИФР РАБОТЫ 9020597

<table>
<tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>∑</th></tr>
<tr><td>Задача</td><td>9</td><td>15</td><td>15</td><td>14</td><td rowspan="2">91</td></tr>
<tr><td>Вопрос</td><td>10</td><td>10</td><td>10</td><td>8</td></tr>
</table>

Задача №3.5.1. !Чистовик. Лист №1 из 8!

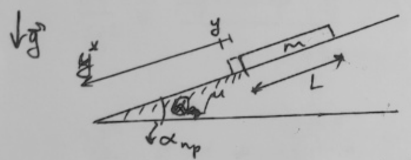
Вопрос: При увеличении заряда проводника вместе с ним увеличивается и его потенциал, причём данная зависимость - прямая. Коэффициент, определяющий связь между зарядом проводника и его потенциалом, называется электроёмкостью. Электроёмкость зависит от материала и формы проводника. Для электроёмкости плоского конденсатора справедлива формула $C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, где ε - диэлектрическая проницаемость слоя между пластинами; ε_0 - диэлектрическая постоянная; S - площадь обкладок; d - расстояние между обкладками. Для первой части вопроса: $C=\frac{q}{\varphi}$

Задача:

Коэффициент трения μ нижней части плиты можно определить как

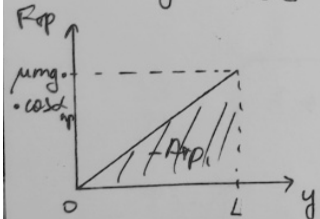
$\boxed{\mu=\tg\alpha_{тр}}$ ~~Для~~ Для первого случая:

рассмотрим кусочек пластинки, который заехал на шероховатую пов-сть, на некоторое расстояние y



$m(y)=\frac{y}{L}m$, где L - длина пластинки

$N(y)=m(y)g\cos\alpha_{тр}=\frac{mg\cos\alpha_{тр}}{L}y$; $F_{тр}(y)=\frac{\mu mg\cos\alpha_{тр}}{L}y$



Работу силы трения найдём как площадь под графиком $F_{тр}(y)$, взятую со знаком «-»:

$\boxed{A_{тр_1}=-\frac{1}{2}\mu mgL\cos\alpha_{тр}}$

По Закону об Изменении Полной Механической Энергии:

$A_{тр_1}=\Delta W_1$. ~~ΔW~~ $\Delta W_{пот}=-mgL\sin\alpha_{тр}$; $\Delta W_{кин}=\frac{mv_1^2}{2}$ =>

$-\frac{1}{2}\mu mgL\cos\alpha_{тр}=\frac{mv_1^2}{2}-mgL\sin\alpha_{тр}$; $\frac{v_1^2}{2}=gL\sin\alpha_{тр}-\frac{1}{2}\mu gL\cos\alpha_{тр}$

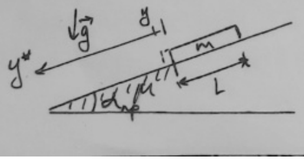
$\boxed{v_1^2=2gL\sin\alpha_{тр}-\mu gL\cos\alpha_{тр}}$

Для второго случая:

Напряжённость поля, создаваемого равномерно заряженной плитой: $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$F_{эл}=Eq=\frac{\sigma q}{2\varepsilon_0}$

Аналогично первому случаю:

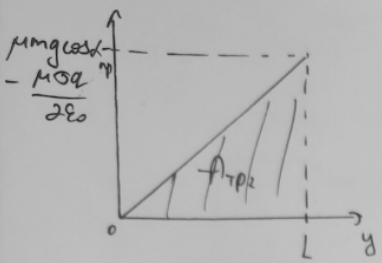


$m(y)=\frac{y}{L}m$; $F_{эл}(y)=\frac{\sigma q}{2\varepsilon_0}\frac{y}{L}$

$N(y)=m(y)g\cos\alpha_{тр}-F_{эл}(y)=\frac{mg\cos\alpha_{тр}}{L}y-\frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 L}y$

!Чистовик. лист №2 из 8!

$$F_{тр}(y) = \left(\frac{\mu m g\cos\alpha_{пр}}{L} - \frac{\mu\sigma q}{2\varepsilon_0 L}\right) y$$



$$A_{тр_2} = -\frac{1}{2}L\left(\mu m g\cos\alpha_{пр} - \frac{\mu\sigma q}{2\varepsilon_0}\right)$$

$$A_{тр_2} = \Delta W_2\ ; \quad \Delta W_{пот} = -mgL\sin\alpha_{пр}\ ; \ \Delta W_{кин} = \frac{mv_2^2}{2}$$

$$-\frac{1}{2}L\left(\mu m g\cos\alpha_{пр} - \frac{\mu\sigma q}{2\varepsilon_0}\right) = \frac{mv_2^2}{2} - mgL\sin\alpha_{пр}$$

$$-\frac{1}{2}L\left(\mu g\cos\alpha_{пр} - \frac{\mu\sigma q}{2\varepsilon_0 m}\right) = \frac{v_2^2}{2} - gL\sin\alpha_{пр}$$

$$\frac{v_2^2}{2} = gL\sin\alpha_{пр} - \frac{1}{2}L\left(\mu g\cos\alpha_{пр} - \frac{\mu\sigma q}{2\varepsilon_0 m}\right)\ ; \quad \boxed{v_2^2 = 2gL\sin\alpha_{пр} - L\left(\mu g\cos\alpha_{пр} - \frac{\mu\sigma q}{2\varepsilon_0 m}\right)}$$

$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{L\left[2g\sin\alpha_{пр} - \mu g\cos\alpha_{пр} + \frac{\mu\sigma q}{2\varepsilon_0 m}\right]}{gL\left[2\sin\alpha_{пр} - \mu\cos\alpha_{пр}\right]}$$; учитывая $\mu = tg\,\alpha_{пр}$:

$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{2g\sin\alpha_{пр} - g\sin\alpha_{пр} + \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 m}tg\,\alpha_{пр}}{2g\sin\alpha_{пр} - g\sin\alpha_{пр}} = \frac{g\sin\alpha_{пр} + \frac{\sigma q\,tg\,\alpha_{пр}}{2\varepsilon_0 m}}{g\sin\alpha_{пр}}\ ;$$

$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = 1 + \frac{\sigma q\,tg\,\alpha_{пр}}{2\varepsilon_0 mg\sin\alpha_{пр}} = 1 + \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 mg\cos\alpha_{пр}}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1 + \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 mg\cos\alpha_{пр}}} = \sqrt{1 + \frac{3\cdot10^{-6}\cdot3\cdot10^{-6}\cdot2}{2\cdot9\cdot10^{-12}\cdot0{,}1\cdot10\cdot\sqrt{3}}} = \sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}} =$$

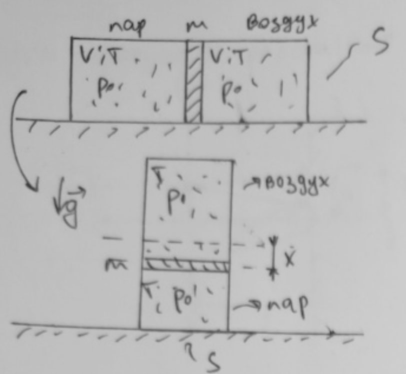
$$= \sqrt{\frac{3+\sqrt{3}}{3}} \approx \sqrt{\frac{4{,}71}{3}} \approx \sqrt{1{,}57} \approx 1{,}25$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1 + \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 mg\cos\alpha_{пр}}} \approx 1{,}25}$$

Задача №2.2.1

Вопрос: Влажностью или абсолютной влажностью воздуха называют плотность паров ~~воды~~ влаг в воздухе. Измеряется в $\left[\frac{кг}{м^3}\right]$. Относительной влажностью воздуха называется отношение ~~влажн~~ абсолютной влажности воздуха к влажности насыщенного пара влаг при данной температуре, выраженное в процентах: $\varphi = \frac{\rho}{\rho_{нас}}\cdot 100\%$

Задача: !Чистовик. Лист №3 из 8!



Так как водяной пар при $T = 100°C$ насыщен, то его давление $p_0 = 10^5 Па = p_{пара_0}$.

Для начального состояния $p_{пара_0} = p_{воздуха_0} \Rightarrow$
$\Rightarrow p_{воздуха_0} = p_0$

~~Пусть L — длина сосуда, тогда~~ : $\boxed{L = \frac{2V}{S}}$

$$p_0 V = \nu_{воздуха} RT \Rightarrow \boxed{\nu_{воздуха} = \frac{p_0 V}{RT}}$$

После переворота: так как температура осталась прежней, то пар остался насыщенным и $p_{пара_1} = p_0$

для воздуха: $p_1 = \frac{\nu_{воздуха} RT}{V + Sx} = \frac{p_0 V}{V + Sx}$

Условие равновесия поршня: $p_1 S + mg = p_0 S$

$$mg = S(p_0 - p_1) = S\left(p_0 - \frac{p_0 V}{V+Sx}\right) = p_0 S\left(1 - \frac{V}{V+Sx}\right) = p_0 S\left(\frac{V + Sx - V}{V+Sx}\right);$$

$$mg = \frac{p_0 S^2 x}{V + Sx}; \quad mgV + mgSx = p_0 S^2 x;$$

$$mgV = x(p_0 S^2 - mgS); \quad x = \frac{mgV}{p_0 S^2 - mgS} = \frac{mgV}{S^2\left(p_0 - \frac{mg}{S}\right)} =$$

$$= \frac{5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{10^{-4}\left(10^5 - \frac{50}{10^{-1}}\right)} м = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{10 - 5 \cdot 10^{-2}} м = \frac{1}{\frac{10}{5 \cdot 10^{-2}} - 1} = \frac{1}{200 - 1} = \frac{1}{199} м \approx \frac{1}{200} м =$$

$$= \frac{5}{1000} м = 5 мм$$

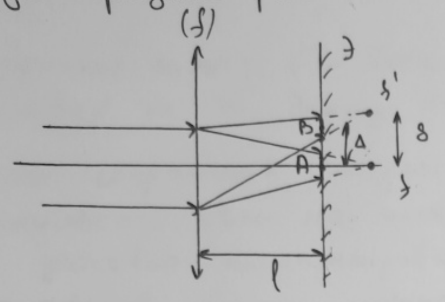
$$\boxed{Ответ: \ x = \frac{mgV}{S^2\left(p_0 - \frac{mg}{S}\right)} = 5 мм}$$

Задача 54.31.

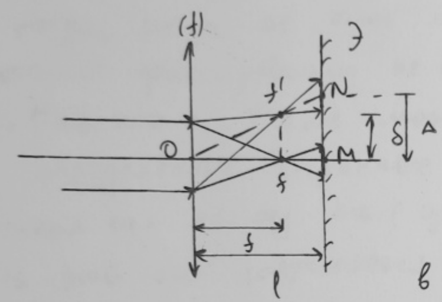
Вопрос: если на тонкую линзу пустить пучок лучей, параллельный её главной оптической оси, то лучи или их продолжения соберутся в одну точку. Эта точка называется фокусом линзы, плоскость, параллельная линзе и проходящая через эту точку называется фокальной, а само фокусное расстояние тонкой линзы — расстояние от центра линзы до ~~фока~~ её фокальной плоскости. У линзы есть два фокуса: передний и задний; расстояния от центра линзы до обоих фокусов одинаково. Оптической силой линзы называют величину, обратную фокусному расстоянию $D = \frac{1}{F}$; $[D] = дптр$. Линза с оптической силой 1 диоптрия — это такая линза, фокусное расстояние которой равно 1 метру. !Чистовик. Лист №4 из 8!

Задача:

Пусть фокусное расстояние $f > l$, тогда:



A – центр начального пятна; B – центр конечного пятна. Ясно, что $\Delta < \delta$, хотя по условию – наоборот => фокус линзы расположен перед экраном



M – центр начального пятна; N – центр конечного пятна.

~~Обозначим луч~~, ~~прохо~~

~~Пусть~~ Рассмотрим центральный луч пучка. В начальном положении он проходит через линзу, не преломляясь, в конечном состоянии преломляется и попадает в точку f'; ~~т.е.~~ точки M и N – точки падения данного луча на экран => можно говорить о том, что f и M; f' и N лежат на одних прямых (для каждой пары ~~свою~~ своя прямая)

Т.к. экран $\perp$ ГОО и смещение линзы происходит перпендикулярно ГОО, то $\Delta Off' \sim \Delta OMN$. $\Rightarrow \frac{\delta}{\Delta} = \frac{f}{l} \Rightarrow f = \frac{l\delta}{\Delta} = \frac{20 \cdot 0{,}5}{1}$ см $= 10$ см

$$\boxed{\text{Ответ: } f = \frac{l\delta}{\Delta} = 10\text{ см}}$$

Задача №1.3.1.

Вопрос: Импульс материальной точки – векторная физическая величина, равна произведению массы точки на её скорость: $\vec{p} = m\vec{v}$. Импульсом системы материальных точек называют векторную сумму импульсов N точек, входящих в систему: $\vec{P}_{сист} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i$. Определим, что такое внутренние и внешние силы: внутренние силы – силы, возникающие между телами системы при их взаимодействии, внешние – действующие на систему тел извне (иначе те, которые не вызваны взаимодействием тел системы). Для изменения импульса материальной точки верно: за некоторый

!Чистовик, Лист №5 из 8!

промежуток времени Δt изменение импульса точки равно импульсу силы, действующей на точку в этом промежутке: $\Delta p = \vec F \Delta t$. Для каждой из точек системы можно записать $\Delta \vec p_1 = (\vec f_i + \vec f_{i+1} + \ldots + \vec F_i)\Delta t$, где f – внутренние силы; F – внешние. Суммируя для всех точек и, учитывая по III Закону Ньютона $\vec f_{ij} = -\vec f_{ji}$, получаем $\Delta \vec p_{сист} = \vec F_{внеш}\Delta t$.

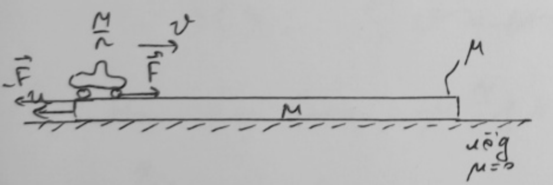
Закон сохранения импульса – частный случай закона изменения импульса: если на систему тел не действуют внешние силы или их действие скомпенсировано друг другом, то импульс системы сохраняется. Однако можно говорить ~~что~~ о сохранении импульса и тогда, когда Δt очень мало, а ~~сила~~ внешняя сила принимает некоторые фиксированные не бесконечные значения: В этом случае $\Delta \vec p = \vec F \Delta t \simeq 0$. Также можно говорить и о сохранении импульса на определённые выбранные оси: если вдоль некоторой оси проекции внешних сил на эту ось (суммарные) равны нулю ~~или отсутствуют~~, то вдоль этой оси сохраняется импульс системы.

Задача:

Так как $N = const = Fv$, то $v = const$, т.к. F – сила тяги, она же суммарная сила трения, которая, при скольжении всегда равна $F_{тр} = \mu N^*$

Для машинки: $N^* = \frac{M}{n} g \Rightarrow$

$$\boxed{F = \frac{\mu M g}{n}} \Rightarrow \boxed{v = \frac{N}{F} = \frac{nN}{\mu M g}}$$



примечание: N – мощность; N^* – сила реакции опоры.

Начальный импульс системы равен нулю (когда машинку только-только поставили); тогда, т.к. внешних сил, действующих по горизонтали нет, то $p_{гор} = const = 0 \Rightarrow \frac{M}{n} v = Mu$, где u – скорость доски

$$\boxed{u = \frac{v}{n} = \frac{N}{\mu M g}}$$

Работа силы трения положительна, т.к. $\vec F \uparrow\uparrow \vec v$; $-\vec F \uparrow\uparrow \vec u$.

$\boxed{A_{тр} = F S_{отн} = Fx}$; По Закону об изменении кинетической энергии:

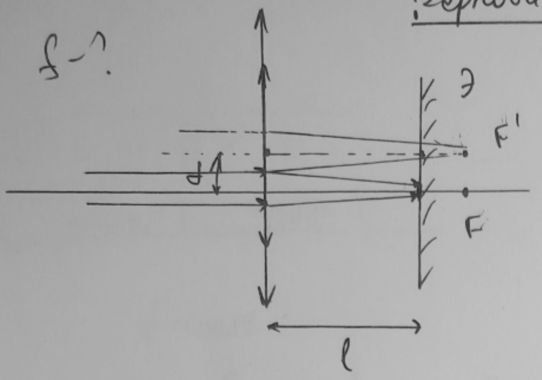
$A_{тр} = \Delta W_{доски} + \Delta W_{машинки}$; $\frac{\mu M g x}{n} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{Mv^2}{2n}$; $\mu g x = \frac{N^2 n}{2\mu^2 M^2 g^2} + \frac{n^2 N^2}{2\mu^2 M^2 g^2} = \frac{(n^2+n)}{2}\left(\frac{N}{\mu M g}\right)^2$; $x = \frac{n^2+n}{2\mu g}\left(\frac{N}{\mu M g}\right)^2 = \frac{9+3}{2\cdot 0{,}3\cdot 10}\left(\frac{2}{0{,}3\cdot 1\cdot 10}\right)^2 м \simeq 89 см$

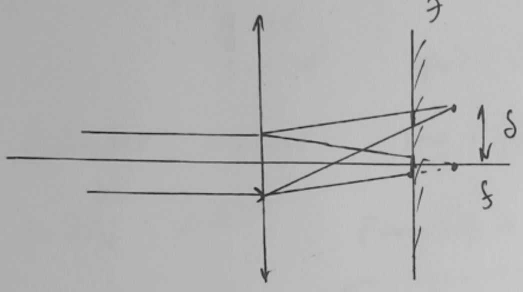
Ответ: $x = \frac{n^2+n}{2\mu g}\left(\frac{N}{\mu M g}\right)^2 \simeq 89 см$

масса

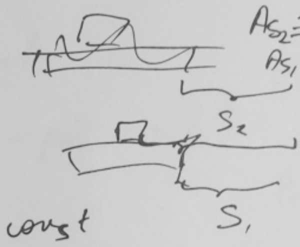
Черновик. лист №6 из 8!

f-?





→ фокус перед экраном



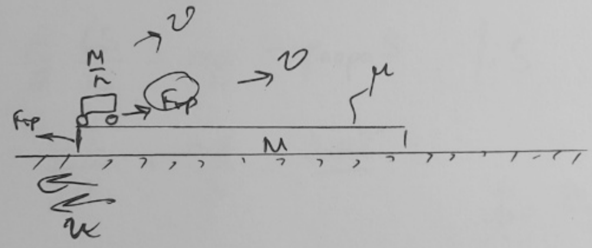
$A_{S_2} = FS_2$

$A_{S_1} = FS_1$

$A\Sigma = -F(S_2 - S_1) = -FS_{отн}$

$N = Fv = const$

$F_{тр} = F = \mu m g = \mu \frac{Mg}{n}$



$\frac{\mu Mg}{n} v = N$

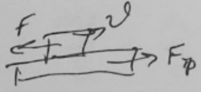
$v = \frac{nN}{\mu Mg}$

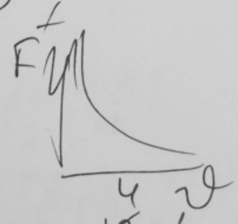
$8 \,|\, 9$
$0 \,|\, 0,88$
80
72
80

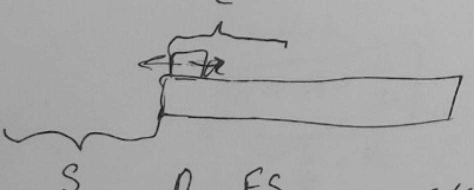
ЗСИ: $\frac{M}{n} v = \cancel{Mu}$, $\boxed{u} = \frac{v}{n} = \frac{N}{\mu Mg}$

$A_{тр} = +F_{тр} \cdot S_{отн} = +\mu \frac{M}{n} g x$

ЗСЭ: $A_{тр}$







$\frac{M}{n} v$

$u = \frac{v}{n}$

$\frac{12}{16_3} \cdot \left(\frac{4}{3 \cdot 8}\right)$

$0 = \frac{M}{n} v - Mu$

$F = \frac{N}{v}$

$\frac{8}{9}$ м

$A_S = FS$

$A_L = FL$

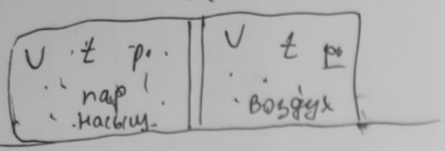
; $A = F(S+L)$

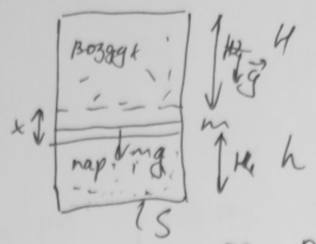
$v = \frac{N}{F}$

$\frac{mv^2}{2} + \frac{mu^2}{2} = Fx$

$u = \frac{N}{}$

!черновик. лист № 7 из 8!





$t = const.$

x ; $S = 0{,}01\,м^2$

$g = 10$

$p_0 = 10^5$

т.к. пар насыщен, то $p = p_0$

$100^\circ C$. нас

$p_0 V = \nu_в R T \Rightarrow \nu_в = \frac{p_0 V}{RT}$

Равновес. поршня: $mg + p_в S = p_п S$

$p\uparrow$ p_0

$p_п S h = \nu_п R T$ $\quad p_{возд} S H = \nu_в R T = p_0 V = p_0 S \frac{L}{2}$

$p = p_0$

$$\boxed{p_{возд} = \frac{p_0}{2}\frac{L}{H}}$$

$p_{пара} = \frac{\nu_п R T}{Sh}$

$\frac{p_0}{2}\frac{LS}{H} + mg = p_{пара} S \quad |:S$

$p_0 = \frac{\nu_п RT \cdot 2}{SL}$

$\frac{p_0 L}{2H} + \frac{mg}{S} = \frac{\nu_п RT}{}$

$L = \frac{2V}{S}$

$\nu_п = \frac{p_0 SL}{2RT}$

$\boxed{p_п > p_0}$

$p_п = \frac{p_0 SL}{2Sh} = \frac{p_0 L}{2h}$ L

$p_п > p_0$

$\frac{mg}{S} = p_0\left(1 - \frac{L}{2H}\right)$

$\frac{p_0 L}{2H} + \frac{mg}{S} = \frac{p_0 L}{2h}$; $\frac{mg}{S} = \frac{p_0 L}{2}\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{H}\right) = \frac{p_0 L}{2}\left(\frac{H-h}{Hh}\right)$

$\frac{mg}{S} = p_0\left(1 - \frac{2V}{2SH}\right)$

$L = H + h$

$+\begin{cases} \boxed{x = H - \frac{L}{2}} \\ x = \frac{L}{2} - h \end{cases}$

$2x = H - h$

$\boxed{x = \frac{H-h}{2}}$

$\frac{p_0 L}{2H} + \frac{mg}{S} = p_0$

$= p_0\left(1 - \frac{V}{SH}\right)$

$\nu_{возд} = \frac{p_0 V}{RT}$; $p = \frac{\nu_в RT}{V'} = p_0 \frac{V}{V'} = p_0 \frac{S\frac{L}{2}}{SH} = \frac{p_0 L}{2H}$

$500 \cdot 10^{-4}$

$0{,}005\ м = 0{,}5\,см$

$= 5 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4}$

$= 5 \cdot 10^{-2}$

!Черновик. лист №8 из 8!

$M = 1$ кг

$N = 2$ Вт

$n = 3$

$\mu = 0,3$

$t - ?$ отн.

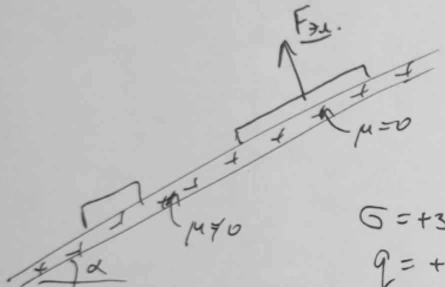
$\boxed{N = F v} = const$

пусть v_0 - скорость, когда нет. проскальз., тогда:

проск $\Rightarrow \boxed{F_{тр} = \mu N = \mu m g = \frac{\mu M g}{n}}$

$N = \frac{\mu M g}{n} v \Rightarrow v_0 = \frac{n N}{\mu M g}$

$A = Fx$



$m = 0,1$ кг

$\alpha_{np} = 30°$

v_1

$\frac{v_2}{v_1} - ?$

$N(x) = \frac{m g x \cos\alpha}{L}$

$\sigma = +3$ мккл/м²

$q = +3$ мккл

$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$

$F = Eq = \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0}$

$4,71 : 3 = 1,567$

$1,28 \cdot 1,28 = 1,6384$

$\boxed{\mu = tg\,\alpha_{np} = \frac{1}{\sqrt{3}}}$

$\frac{x}{L} m$

$m(x) = \frac{x}{L} m$

$N = \frac{x}{L} m g \cos\alpha$

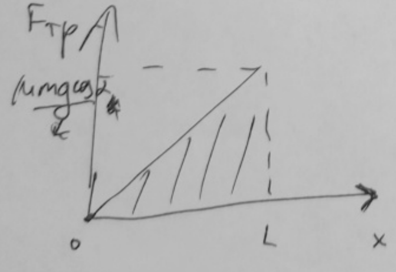
$F(x) = \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0} \frac{x}{L}$

$1,25 \cdot 1,25 = 625$

$\Delta H = L \sin\alpha$

$F_{тр}(x) = \frac{\mu m g \cos\alpha}{L} x$

$N(x) + F(x) = mg$



$A_{тр} = -\frac{1}{2} \mu m g \cos\alpha\, t$

$\boxed{A_{тр} = -\frac{1}{2} \mu m g L \cos\alpha}$

L - длина пластинки.

A

$\boxed{v_1^2 = 2gL\sin\alpha - gL\sin\alpha = gL\sin\alpha}$

$\mu = tg\,\alpha \Rightarrow$

ЗИМЭ: $A_{тр} = \Delta W = \frac{m v_1^2}{2} - m g L \sin\alpha.$

$-\frac{1}{2} \mu m g L \cos\alpha = \frac{m v_1^2}{2} - m g L \sin\alpha$

$\frac{v_1^2}{2} = gL\sin\alpha - \frac{1}{2}\mu g L \cos\alpha$

$v_1^2 = 2gL\sin\alpha - \mu g L \cos\alpha$