МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Попов Кирилл Александрович**

Класс: 9

Технический балл: **100**

Дата проведения: 24 февраля 2022 года

ШИФР РАБОТЫ 9647938

	1	2	3	4	$\sum$
Задача	*25*	*25*	*25*	*25*	***100***
Вопрос					

Чистовик 1

№1

Дано:

$l = 0{,}6$ м

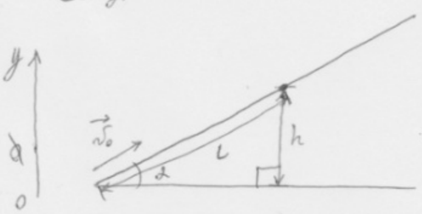
$t_1 = 1$ с

$t_2 = 2$ с

$v_0 - ?$

Решение

Рисунок:



Пусть Oy — вертикальная ось с началом в точке, откуда запустили шарик. v_{0y} — проекция начальной скорости v_0 на ось Oy.

Координата y шарика рассчитывается по формуле $y = v_{0y} t - \frac{g t^2}{2}$;

$$\begin{cases} y_1 = v_{0y} t_1 - \frac{g t_1^2}{2}; \\ y_2 = v_{0y} t_2 - \frac{g t_2^2}{2}; \end{cases}$$

$y_1 = y_2$;

$v_{0y} t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = v_{0y} t_2 - \frac{g t_2^2}{2}$;

$v_{0y}(t_1 - t_2) = \frac{g}{2}(t_1^2 - t_2^2)$;

$v_{0y} = \frac{g}{2}(t_1 + t_2)$;

$h = v_{0y} t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$;

$h = \frac{g}{2}(t_1 + t_2) t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$;

$h = \frac{g t_1 t_2}{2}$;

α – угол между горизонтальной плоскостью и наклонной плоскостью.

$\sin\alpha = \frac{h}{l}$; $\sin\alpha = \frac{v_{0y}}{v_0}$; $\frac{h}{l} = \frac{v_{0y}}{v_0}$; $v_0 = \frac{l v_{0y}}{h}$;

$v_0 = \frac{l g (t_1 + t_2) \cdot 2}{2 g t_1 t_2}$; $v_0 = \frac{l(t_1 + t_2)}{t_1 t_2}$; $[v_0] = \frac{м \cdot (с + с)}{с \cdot с} = \frac{м}{с}$;

$v_0 = \frac{0{,}6 \cdot (1 + 2)}{1 \cdot 2} = 0{,}9 \left(\frac{м}{с}\right)$

Ответ: $v_0 = \frac{l(t_1 + t_2)}{t_1 t_2} = 0{,}9 \frac{м}{с}$.

Чистовик 2

№2

Дано:
$t = 0°C$
$m_л = 100 г$
$m_д = 5 г$
$\rho_в = 1 \frac{г}{см^3}$
$\rho_л = 0,9 \frac{г}{см^3}$
$\lambda = 340 \frac{Дж}{г}$

$Q - ?$

Решение

Когда кусок льда плавает, то сила Архимеда, действующая на него с дробинкой больше, чем сила тяжести, действующая на них. Для того, чтобы лёд с дробинкой начали тонуть, необходимо, чтобы эти силы сравнялись.

$F_{тяж} = F_A$;

$F_{тяж} = mg$; $F_{тяж} = m_{л_2} g + m_д g$;

$F_{тяж} = g(m_{л_2} + m_д)$;

$F_A = \rho_ж g V$; $F_A = \rho_в g V_л$ (объёмом дробинки можно пренебречь).

$V_л = \frac{m_{л_2}}{\rho_л}$; $F_A = \rho_в g \cdot \frac{m_{л_2}}{\rho_л}$;

$g(m_{л_2} + m_д) = \rho_в g \cdot \frac{m_{л_2}}{\rho_л}$;

$m_{л_2} + m_д = \frac{\rho_в m_{л_2}}{\rho_л}$;

$m_{л_2}$ – масса льда после получения теплоты Q.

$m_{л_2} = m_л - \Delta m$;

$m_л - \Delta m + m_д = \frac{\rho_в (m_л - \Delta m)}{\rho_л}$;

Откуда $\Delta m = m_л - \frac{m_д}{\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1}$;

Так как температура t в сосуде является температурой плавления льда, то вся теплота Q, сообщённая воде, пойдёт на плавление льда. Дробинка не будет получать теплоту, потому что она находится во льде, который не растает.

$Q = \lambda m$; $Q = \lambda \Delta m$; $\Delta m = \frac{Q}{\lambda}$;

$\frac{Q}{\lambda} = m_л - \frac{m_д}{\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1}$;

$$Q = \lambda \cdot \left(m_л - \frac{m_д}{\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1}\right);$$

$$[Q] = \frac{Дж}{г} \cdot \left(г - \frac{г}{\frac{г \cdot см^3}{см^3 \cdot г}}\right) = \frac{Дж}{г} \cdot (г - г) = Дж;$$

$$Q = 340 \cdot \left(100 - \frac{5}{\frac{1}{0,9} - 1}\right) = 18700 \text{ (Дж)}.$$

Ответ: $Q = \lambda \cdot \left(m_л - \frac{m_д}{\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1}\right) = 18700$ Дж.

Чистовик 3

№3

Дано:

$R_1 = 1$ Ом

$R_2 = 2$ Ом

$R_3 = 3$ Ом

$N_1 = 25$ Вт

$N_2 - ?$

Решение

$N = UI;$ — мощность.

По закону Ома $I = \frac{U}{R}$; Тогда $N = \frac{U^2}{R}$;

$N_2 = \frac{U_2^2}{R_2}$;

$U_2 = U_{23} = U - U_1$; (так как R_2 и R_3 соединены параллельно, а R_1 и группа из R_2 и R_3 — последовательно)

$N_1 = \frac{U_1^2}{R_1}$; $U_1 = \sqrt{N_1 R_1}$;

$U = IR = I_1 R$; $R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$;

$\cancel{U=}$ $N_1 = I_1^2 R_1$; $I_1 = \sqrt{\frac{N_1}{R_1}}$;

$$U = \sqrt{\frac{N_1}{R_1}} \cdot \left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right);$$

$$U_2 = \sqrt{\frac{N_1}{R_1}} \cdot \left(R + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right) - \sqrt{N_1 R_1};$$

$$N_2 = \frac{\left(\sqrt{\frac{N_1}{R_1}} \cdot \left(R + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right) - \sqrt{N_1 R_1}\right)^2}{R_2};$$

Отсюда $N_2 = \frac{N_1 R_2 R_3^2}{R_1 (R_2 + R_3)^2}$;

$$[N_2] = \frac{\text{Вт} \cdot \text{Ом} \cdot \text{Ом}^2}{\text{Ом} \cdot (\text{Ом} + \text{Ом})^2} = \frac{\text{Вт} \cdot \text{Ом}^2}{\text{Ом}^2} = \text{Вт};$$

$$N_2 = \frac{25 \cdot 2 \cdot 3^2}{1 \cdot (2+3)^2} = 18 \text{ (Вт)}$$

Ответ: $N_2 = \frac{N_1 R_2 R_3^2}{R_1 (R_2 + R_3)^2} = 18$ Вт.

Чистовик 4

№4

Дано:

$L = 5$ м

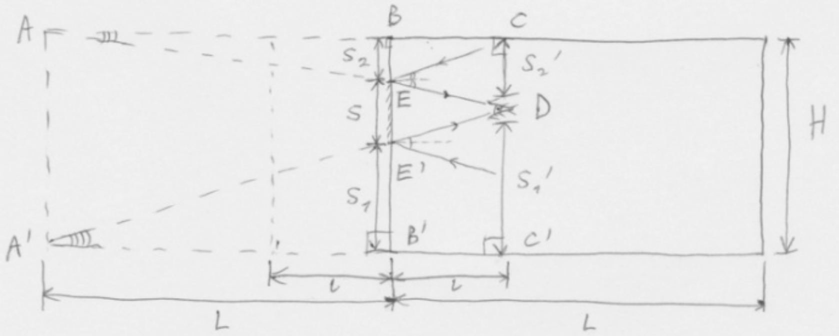
$H = 3$ м

$l = 2$ м

$s - ?$

Решение

Рисунок:



Обозначим s_1 ~~высоту~~ от пола до нижнего края зеркала, s_2 — высота от верхнего края зеркала до потолка, s_1' — высота от пола до человеческого глаза, s_2' — высота от человеческого глаза до потолка.

$\Delta ABE \sim \Delta ACD$ по двум углам.

$\Delta A'B'E' \sim \Delta A'C'D$ по двум углам.

Следовательно, $\frac{BE}{CD} = \frac{AB}{AC}$ и $\frac{B'E'}{C'D} = \frac{A'B'}{A'C'}$;

Тогда $\frac{s_1}{s_1'} = \frac{L}{L+l}$ и $\frac{s_2}{s_2'} = \frac{L}{L+l}$;

$s_1' = \frac{s_1(L+l)}{L}$; $s_2' = \frac{s_2(L+l)}{L}$;

$s_1' + s_2' = H$; $\frac{s_1(L+l)}{L} + \frac{s_2(L+l)}{L} = H$;

$(L+l)(s_1+s_2) = HL$;

$\cancel{s_1 + s_2 = H - s_1}$ $s_1 + s_2 = H - s$;

$(L+l)(H-s) = HL$;

$lH = s(L+l)$;

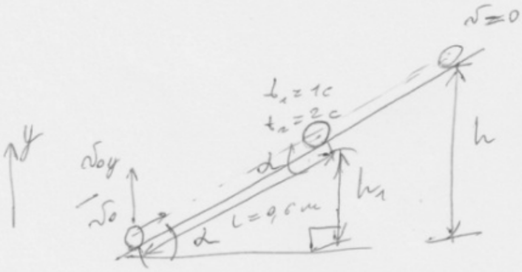
$\cancel{s = \frac{L+l}{l+l}}$ $s = \frac{lH}{L+l}$; $[S] = \frac{м \cdot м}{м + м} = \frac{м \cdot м}{м} = м$;

$s = \frac{2 \cdot 3}{5+2} = \frac{6}{7}$ (м)

Ответ: $s = \frac{lH}{L+l} = \frac{6}{7}$ м.

9647938

Черновик 5



$\cancel{h}S = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$

$\frac{\cancel{m}v_0^2}{2} = \cancel{m}gh$

$\frac{v_0^2}{2} = gh$

$v_0^2 = 2gh$ $\qquad h = \frac{v_0^2}{2g}$

$v_0 = \sqrt{2gh}$

$h_1 = v_{oy}t_1 - \frac{gt_1^2}{2};$

$h_1 = \frac{g}{2}(t_1+t_2)t_1 - \frac{gt_1^2}{2};$

$h_1 = \frac{gt_1}{2}(\cancel{t_1} + t_2 - \cancel{t_1})$

$h_1 = \frac{gt_1t_2}{2}$

$\sin\alpha = \frac{h_1}{l}$

$\sin\alpha = \frac{v_{oy}}{v_0}$

$\frac{h_1}{l} = \frac{v_{oy}}{v_0}$

$v_0 = \frac{l\,v_{oy}}{h_1}$

$v_0 = \frac{l\cdot\frac{g}{2}(t_1+t_2)}{\frac{gt_1t_2}{2}};$

$v_0 = \frac{l\cancel{g}(t_1+t_2)\cdot\cancel{2}}{\cancel{g}\,t_1t_2\,\cancel{2}}$

$v_0 = \frac{l(t_1+t_2)}{t_1t_2};$

$v_0 = \frac{0,6\cdot(1+2)}{1\cdot2} = \frac{0,6\cdot3}{2} = 0,3\cdot3 = 0,9\ (\frac{м}{с})$

$h = v_{oy}t - \frac{gt^2}{2}$

$\frac{v_0^2}{2g}$

$y = v_{oy}t - \frac{gt^2}{2}$

$y_1 = y_2$

$v_{oy}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = v_{oy}t_2 - \frac{gt_2^2}{2}$

$v_{oy}t_1 - v_{oy}t_2 = \frac{gt_1^2}{2} - \frac{gt_2^2}{2};$

$v_{oy}(t_1-t_2) = \frac{g}{2}(t_1^2-t_2^2);$

$2v_{oy}(t_1-t_2) = g(t_1^2-t_2^2);$

$v_{oy} = \frac{g(t_1^2-t_2^2)}{2(t_1-t_2)};$

$v_{oy} = \frac{g\cancel{(t_1-t_2)}(t_1+t_2)}{2\cancel{(t_1-t_2)}};$

$v_{oy} = \frac{g}{2}(t_1+t_2)$

Черновик 6

$F_{тяж} = F_A$

$F_{тяж} = m_л g + m_ж g = g(m_л + m_ж)$

$F_A = \rho_в g V_л$ ($V_ж$ можно пренебречь)

$g(m_л + m_ж) = \rho_в g V_л$;

$m_л + m_ж = \rho_в V_л$; $V_л = \frac{m_л}{\rho_л}$;

$m_л + m_ж = \frac{\rho_в m_л}{\rho_л}$;

В I момент $m_л + m_ж < \frac{\rho_в m_л}{\rho_л}$;

чтобы лед начал тонуть, нужно

$m_{л_2} + m_ж = \frac{\rho_в m_{л_2}}{\rho_л}$ $\cancel{m_{л_2} + m_ж = \frac{\rho_в(m_л - \Delta m)}{\rho_л}}$

$m_{л_2} = m_л - \Delta m$

$m_л - \Delta m + m_ж = \frac{\rho_в(m_л - \Delta m)}{\rho_л}$;

$m_ж = \frac{\rho_в(m_л - \Delta m)}{\rho_л} - (m_л - \Delta m)$;

$m_ж = \frac{\rho_в}{\rho_л} \cdot m_л - \frac{\rho_в}{\rho_л} \cdot \Delta m - m_л + \Delta m$;

$m_ж = \Delta m\left(1 - \frac{\rho_в}{\rho_л}\right) + m_л\left(\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1\right)$;

$\Delta m\left(1 - \frac{\rho_в}{\rho_л}\right) = m_ж - m_л\left(\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1\right)$;

$\Delta m = \frac{m_ж - m_л\left(\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1\right)}{1 - \frac{\rho_в}{\rho_л}}$;

$\Delta m = -\left(\frac{m_ж - m_л\left(\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1\right)}{\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1}\right)$;

$\Delta m = -\left(\frac{m_ж}{\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1} - m_л\right)$;

$\frac{10}{9} - 1 = \frac{10}{9} - \frac{9}{9} = \frac{1}{9}$;

$\Delta m = m_л - \frac{m_ж}{\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1}$;

340×55: $170 + 170\,0 = 18700$

$34 \times 5 = 170$

$Q = \lambda m$;

$Q = \lambda \Delta m$;

$\Delta m = \frac{Q}{\lambda}$;

$\frac{Q}{\lambda} = m_л - \frac{m_ж}{\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1}$;

$$\boxed{Q = \lambda\left(m_л - \frac{m_ж}{\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1}\right)}$$

$[Q] = \frac{Дж}{кг}\left(кг - \frac{кг}{\frac{кг}{м^3} \cdot \frac{м^3}{кг}}\right) =$

$= \frac{Дж}{кг}(\cancel{кг - кг}) = Дж$;

$\cancel{Q = 340}$ $[Q] = \frac{Дж}{2} \cdot \left(2 - \frac{2}{\frac{2}{2}}\right) = Дж$

$Q = 340 \cdot \left(100 - \frac{5}{\frac{1}{9{,}9} - 1}\right) =$

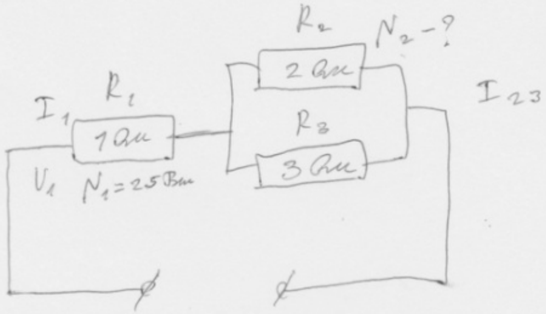
$= 340 \cdot \left(100 - \frac{5 \cdot 9}{1}\right) =$

$= 340 \cdot (100 - 45) = 340 \cdot 55 =$

$= 18\,700$ (Дж)

9647938

Черновик 7



$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$; $= 1 + \frac{2 \cdot 3}{2+3} = 1 + \frac{6}{5} = \frac{11}{5}$;

$U = IR = I_1 R$;

$U_{23} = U_2 = U_3 = U - U_1$

$N_2 = \frac{U_2^2}{R_2}$;

$N = I^2 R = \frac{U^2}{R} = UI$;

$N_1 = I_1^2 R_1$; $N_1 = \frac{U_1^2}{R_1}$;

$I_1 = \sqrt{\frac{N_1}{R_1}}$

$I_1 = I_{23}$

$I_{23} = I_2 + I_3$

$R = \frac{11}{5} = 2{,}2$;

$U_1 = 5$;

$U = 11$;

$U_2 = 11 - 5 = 6$;

$N_2 = \frac{6^2}{2} = 18$;

$N_2 = \frac{U_2^2}{R_2}$;

$U_2 = U_{23} = U - U_1$;

$U_1 = \sqrt{N_1 R_1} = \sqrt{25 \cdot 1} = 5$

$U = IR = I_1 R = I_1 \left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right) =$

$= \sqrt{\frac{N_1}{R_1}} \left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_2}\right)$;

$$N_2 = \frac{\left(\sqrt{\frac{N_1}{R_1}}\left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right) - \sqrt{N_1 R_1}\right)^2}{R_2};$$

$$\cancel{N_2 = \frac{\frac{N_1}{R_1}\left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right)^2 - 2 \cdot N_1 \left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right) + N_1 R_1}{R_2}}$$

$$N_2 = \frac{\frac{N_1}{R_1}\left(\cancel{R_1} + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} - \cancel{R_1}\right)^2}{R_2}; \quad N_2 = \frac{N_1 \cdot \left(\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right)^2}{R_1 R_2};$$

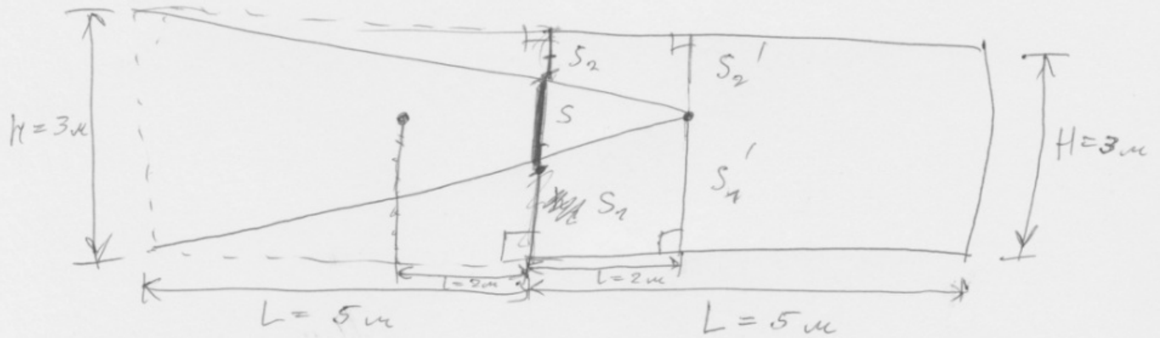
$$N_2 = \frac{N_1 R_2^{\cancel{2}} R_3^2}{R_1 \cancel{R_2} (R_2 + R_3)^2}; \quad N_2 = \frac{N_1 R_2 R_3^2}{R_1 (R_2 + R_3)^2};$$

Черновик 8

$$[N_2] = \frac{Вт \cdot Ом \cdot Ом^2}{Ом\,(Ом + Ом)^2} = Вт;$$

$$N_2 = \frac{\cancel{25} \cdot 2 \cdot 3^2}{1 \cdot \cancel{(2+3)^2}} = 2 \cdot 9 = 18\ (Вт).$$

Черновик 9



$$\frac{s_1}{s_1'} = \frac{L}{L+l} \qquad H = s_1 + s + s_2$$

$$\frac{s_2}{s_2'} = \frac{L}{L+l} \qquad s = H - s_1 - s_2$$

$$s = s_1' + s_2' - s_1 - s_2$$

$(5+2)\left(3-\frac{6}{7}\right) = 3\cdot 5$

$7 \cdot 2\frac{1}{7} = 15;$

$7 \cdot \frac{15}{7} = 15;$

$$s_1' = \frac{s_1(L+l)}{L};$$

$$s_2' = \frac{s_2(L+l)}{L};$$

$$s_1' + s_2' = H$$

$$\frac{s_1(L+l)}{L} + \frac{s_2(L+l)}{L} = H$$

$$\frac{s_1(L+l) + s_2(L+l)}{L} = H;$$

$$s_1(L+l) + s_2(L+l) = HL;$$

$$(L+l)(s_1+s_2) = HL;$$

$$s_1 + s_2 = H - s;$$

$$(L+l)(H-s) = HL;$$

$\cancel{LH} - Ls + lH - ls = \cancel{HL}$

$lH = Ls + ls;$

$lH = s(L+l)$

$s = \frac{lH}{L+l};$

$\left([s] = \frac{м\cdot м}{м+м} = м\right)$

$s = \frac{2\cdot 3}{5+2} = \frac{6}{7}$ (м)