МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Талалаев Сергей Алексеевич**

Класс: 9

Технический балл: **100**

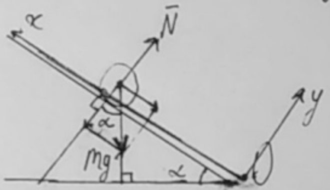
Дата проведения: 24 февраля 2022 года

ШИФР РАБОТЫ 9225241

	1	2	3	4	$\sum$
Задача	*25*	*25*	*25*	*25*	***100***
Вопрос					

Задача 1

Пусть угол наклона доски (угол м/у доской и горизонтом) равен α.



Тогда вдоль плоскости доски направим ось Ox, а перпендикулярно ей – ось Oy. На шарик действует только сила тяжести, равная mg, и сила реакции опоры $\bar{N}$.

~~Вдол~~ Применим к шарику второй закон Ньютона:

$Ox: -mg \, \cancel{\cos} \sin\alpha = ma_x$

$Oy: N - mg\cos\alpha = ma_y$

Т.к. вдоль Oy шарик не двигается, то $a_y = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} a_x = -g\sin\alpha \\ N = mg\cos\alpha. \end{cases}$ Нас интересует лишь движение вдоль Ox. Оно описывается следующим уравнением: $x(t) = v_0 t + \frac{a_x t^2}{2} = v_0 t - \frac{g\sin\alpha}{2} t^2$.

Известно, что $x(t_1) = x(t_2) = l \Rightarrow \begin{cases} v_0 t_1 - \frac{g\sin\alpha}{2} t_1^2 = l \ (1) \\ v_0 t_2 - \frac{g\sin\alpha}{2} t_2^2 = l \ (2) \end{cases}$

(1) и (2): $v_0 t_1 - \frac{g\sin\alpha}{2} t_1^2 = v_0 t_2 - \frac{g\sin\alpha}{2} t_2^2$

$v_0 (t_2 - t_1) = \frac{g\sin\alpha}{2}(t_2^2 - t_1^2)$

$v_0(t_2 - t_1) = \frac{g\sin\alpha}{2} \cdot (t_2 - t_1)(t_2 + t_1) \ \big| : (t_2 - t_1)$, $t_2 \neq t_1$ по усл.

$v_0 = \frac{g\sin\alpha}{2}(t_2 + t_1)$

$\frac{g\sin\alpha}{2} = v_0 \cdot \frac{1}{t_1 + t_2}$

Вернёмся к с-ме:

$\begin{cases} v_0 t_1 - v_0 \frac{t_1^2}{t_1 + t_2} = l \ (3) \\ \frac{g\sin\alpha}{2} = v_0 \cdot \frac{1}{t_1 + t_2} \end{cases}$

(3) $v_0 t_1 \left(1 - \frac{t_1}{t_1 + t_2}\right) = l$

$v_0 t_1 \cdot \frac{\cancel{t_1} + t_2 - \cancel{t_1}}{t_1 + t_2} = l$

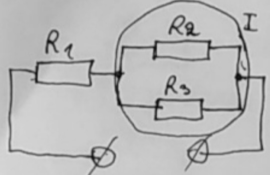
$v_0 = l \cdot \frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2}$

Подставляя численные значения, получаем $v_0 = 0{,}6 \cdot \frac{1+2}{1 \cdot 2} = 0{,}1 \cdot \overset{3}{\cancel{6}} \cdot \frac{3}{\cancel{2}} = 0{,}9$ м/с

Ответ: 0,9 м/с

9225241

Задача 3 страница 3



Рассмотрим участок I. На нём резисторы R_2 и R_3 подключ. параллельно $\Rightarrow$ сопротивление ~~на нём~~ этого участка равно $\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$.

Участок I подключ. посл-но с резистором $R_1 \Rightarrow$ сопротивление всей цепи равно $R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$

По законам посл-ного соед.: $I_1=I_I=I$, где I – общ. ток в цепи, $U_1+U_I=U$, где U – общее напряж. в цепи.

По законам парал-ного соед.: $I_2+I_3=I_I$, $U_2=U_3=U_I$.

По з. Ома, $I=\frac{U}{R}=\frac{U}{R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}}=U\cdot\frac{R_2+R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}=I_1=I_I$

$$U_1=I_1\cdot R_1=I\cdot R_1=U\cdot\frac{(R_2+R_3)R_1}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$

$$U_I=U-U_1=U-U\cdot\frac{R_1R_2+R_3R_1}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}=U\cdot\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1-R_1R_2-R_3R_1}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}=$$
$$=U\cdot\frac{R_2R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$

$$U_2=U_I=U\cdot\frac{R_2R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$

$$I_2=\frac{U_2}{R_2}=U\cdot\frac{R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$

$$N_1=U_1\cdot I_1=U\cdot\frac{(R_2+R_3)R_1}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}\cdot U\cdot\frac{R_2+R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}=U^2\cdot\frac{(R_2+R_3)^2\cdot R_1}{(R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1)^2}$$

$$N_2=U_2\cdot I_2=U\cdot\frac{R_2R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}\cdot U\cdot\frac{R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}=U^2\cdot\frac{R_3^2\cdot R_2}{(R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1)^2}$$

$$\frac{N_2}{N_1}=\frac{R_3^2\cdot R_2}{R_1\cdot(R_2+R_3)^2}$$

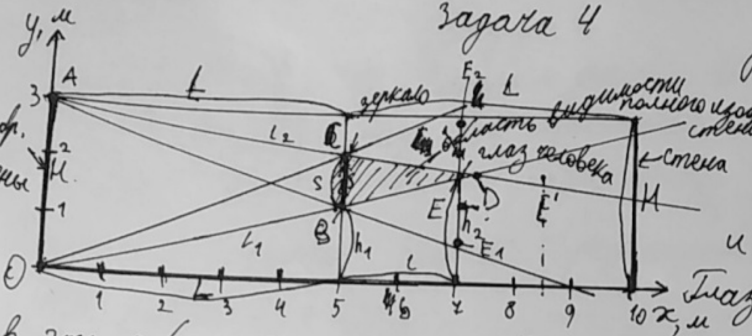
$N_2=N_1\cdot\frac{R_3^2\cdot R_2}{(R_2+R_3)^2\cdot R_1}$; $N_2=25\cdot\frac{3^2\cdot 2}{1\cdot(2+3)^2}=\cancel{25}\cdot\frac{9\cdot 2}{\cancel{5^2}}=18$ Вт

Ответ: 18 Вт.

9225241

Задача 4

страница 4



Видно, что область видимости полного изображения стены представляет собой треугольник, ограниченный прямыми l_1, l_2 и прямой, сод. стену с зеркалом. Глаз человека должен попадать в эту область.

Введём с-му координат xOy. O – нижняя точка изоф. стены, Ox напр. от изоф. стены к стене вдоль пола, Oy напр. вверх, перпенд-но Ox, единичные отрезки по обеим осям равны 1 м.

Тогда в этой с-ме координат можно выделить следующие точки: т. $O(0;0)$ ~~и нижн~~ $A(0;H)$ – нижн. и верхн. т. изоф. стены, т. $B(L;h_1)$ и $C(L;h_1+S)$ – нижн. и верхн. т. зеркала, $D(x_D;y_D)$ – т. пересек. пр. l_1 и l_2, т. $E(L+l;h_2)$ – глаз человека.

l_1: т. $O(0;0)$ и $B(L;h_1) \in l_1 \Rightarrow$ ур. l_1: $\frac{x-0}{L-0} = \frac{y-0}{h_1-0}$

$$\frac{x}{L} = \frac{y}{h_1} \Rightarrow y = x \cdot \frac{h_1}{L} \text{ – ф-ция } f_1(x)$$

l_2: т. $A(0;H)$ и $C(L;h_1+S) \in l_2 \Rightarrow$ ур. l_2: $\frac{x-0}{L-0} = \frac{y-H}{h_1+S-H}$

$$(y-H)\cdot L = x\cdot(h_1+S-H)$$

$$y\cdot L = x(h_1+S-H)+HL$$

$$y = x\cdot\frac{h_1+S-H}{L} + H \text{ – ф-ция } f_2(x)$$

пр. l_1 и l_2 пересек. в т. $D \Rightarrow \begin{cases} y_D = x_D\cdot\frac{h_1}{L} & (1) \\ y_D = x_D\cdot\frac{h_1+S-H}{L} + H & (2) \end{cases}$

(1) и (2): $x_D\cdot\frac{h_1}{L} = x_D\cdot\frac{h_1}{L} - x_D\cdot\frac{H-S}{L} + H$

$$x_D\cdot\frac{H-S}{L} = H$$

$$x_D = \frac{HL}{H-S}$$

Вернёмся к с-ме:

$$\begin{cases} y_D = x_D\cdot\frac{h_1}{L} \\ x_D = \frac{HL}{H-S} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_D = \frac{Hh_1}{H-S} \\ x_D = \frac{HL}{H-S} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{HL}{H-S};\frac{Hh_1}{H-S}\right)$$

Чтобы глаз человека попал в область видимости изоф. стены, нужно выполнить 2 усл.: 1) $L+l \leq x_D$, иначе см. т. E'

2) $f_1(L+l) \leq h_2 \leq f_2(L+l)$, иначе см. т. E_1 и E_2

Страница 5

Отсюда $\begin{cases} L + l \le \frac{HL}{H-S} \ (1) \\ (L+l)\cdot\frac{h_1}{L} \le h_2 \le (L+l)\cdot\frac{h_1+S-H}{L} + H. \ (2) \end{cases}$

(1) $L+l \le \frac{HL}{H-S} \,|\cdot H-S \ne 0$ (в случае $S=H$ мы всегда сможем увидеть изоб. стены)

$(L+l)(H-S) \le HL$

$HL + lH - S(L+l) \le HL$

$S \ge \frac{Hl}{L+l}$

(2) $\begin{cases} (L+l)\cdot\frac{h_1}{L} \le h_2 \ (3) \\ h_2 \le (L+l)\cdot\frac{h_1+S-H}{L} + H \ (4) \end{cases}$

(3) $\frac{L\cdot h_1}{L} + l\cdot\frac{h_1}{L} \le h_2$.

$h_2 \ge h_1 + h_1\cdot\frac{l}{L}$

(4) $h_2 \le (L+l)\cdot\frac{h_1+S-H}{L} + H \,|\cdot L$

$h_2\cdot L \le (L+l)(h_1+S-H) + HL$

$h_2\cdot L \le Lh_1 + LS - \cancel{HL} + lh_1 + lS - lH + \cancel{HL}$.

$h_2L - Lh_1 - lh_1 + lH \le (L+l)S$

$\cancel{L(h_2-h_1)+l(H-h_1)}$

$h_2L - lH - h_1(L+l) \le (L+l)S$

$\frac{h_2L-lH}{L+l} - h_1 \le S$.

~~$h_2 \ge$~~ Вернёмся к с-ме:

$\begin{cases} S \ge \frac{Hl}{L+l} \ (1) \\ h_2 \ge h_1\cdot\frac{L+l}{L} \ (3) \\ S \ge \frac{h_2L-lH}{L+l} - h_1 \ (4) \end{cases}$

(3) и (4): $h_2 \ge h_1\cdot\frac{(L+l)}{L} \,|\cdot L$

$h_2L \ge h_1\cdot(L+l)$

$h_2L - lH \ge h_1(L+l) - lH$

$\frac{h_2L-lH}{L+l} \ge h_1 - \frac{lH}{L+l}$

$S \ge \frac{h_2L-lH}{L+l} - h_1 \ge -\frac{lH}{L+l}$

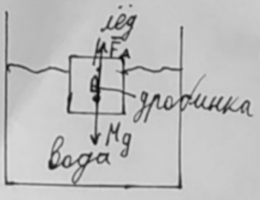
~~Значит~~ (1): $S \ge \frac{Hl}{L+l}$ ~~⇒ мин~~ $> -\frac{lH}{L+l}$ ⇒ минимальн. высота зеркала — $\frac{lH}{L+l} = \frac{2\cdot3}{5+2} = \frac{6}{7}$ м. Высоту h_1 можем подобрать, считая, что

$h_2 = h_1 \cdot \frac{L+l}{L}$, тогда усл. 4 автоматически выполнено.

Ответ: $\frac{6}{7}$ м.

9225241

Задача 2 Страница 2



На брусок льда с дробинкой действуют 2 силы: сила тяжести и сила Архимеда.
Сила тяжести равна $(m_л + m_д)g$
Сила Архимеда равна $\rho_в \cdot V_{пч} \cdot g$, где $V_{пч}$ – объём погруж. ч. бруска.

Т.к. брусок плавает, то $\begin{cases} \rho_в V_{пч} \cdot g = (m_л + m_д) g \; (1) \\ V_{пч} \le V, \text{ где } V \text{ – объём всего бруска } (2) \end{cases}$

(2) объём всего бруска равен объёму льда, к-ый равен $\frac{m_л}{\rho_л}$.
(1) $\rho_в V_{пч} \cdot g = (m_л + m_д) g$

$V_{пч} = \frac{m_л + m_д}{\rho_в}$

В процессе передачи теплоты воде, вода тут же отдаёт получ. теплоту льду, и тот начинает плавиться (принимаем, что в сосуде уже установилось тепловое равновесие, вода и лёд нах-ся при $t_{пл}$ льда)
Пусть передано Q теплоты. Т.к. она вся пошла на плавление льда, то $Q = \lambda \Delta m \Rightarrow \Delta m = \frac{Q}{\lambda}$, где Δm – масса растаявшего льда. ~~Тогда объём бруска изм~~ Отсюда масса бруска равна $m_л + m_д - \Delta m$, его объём – $\frac{m_л - \Delta m}{\rho_л}$ (из выр. (2)), а объём погруж. ч. – $\frac{m_л + m_д - \Delta m}{\rho_в}$ (из выр. (1))
Критический случай: брусок весь погружён в воду ($V_{пч} = V$). При дальнейшем плавлении льда ~~нам понадобится больший объём бруска, чем у нас есть~~. объёма куска недостаточно, чтобы удержать его на плаву $\Rightarrow$ этот случай и отвечает минимальному кол-ву теплоты.

$V_{пч} = V \Rightarrow \frac{m_л + m_д - \Delta m}{\rho_в} = \frac{m_л - \Delta m}{\rho_л}$

$\rho_л (m_л + m_д - \Delta m) = \rho_в (m_л - \Delta m)$

$\rho_л m_л + \rho_л m_д - \rho_л \Delta m = \rho_в m_л - \Delta m \rho_в$

$\Delta m (\rho_в - \rho_л) = \rho_в m_л - \rho_л (m_л + m_д)$

$\Delta m = \frac{(\rho_в - \rho_л) m_л - \rho_л m_д}{\rho_в - \rho_л} = m_л - m_д \cdot \frac{\rho_л}{\rho_в - \rho_л}$

$$\begin{array}{r} \times\, 340 \\ 55 \\ \hline 170 \\ +170 \\ \hline 18700 \end{array}$$

$\Delta m = \frac{Q}{\lambda} \Rightarrow Q = \lambda \left(m_л - m_д \cdot \frac{\rho_л}{\rho_в - \rho_л}\right)$; $Q = 340 \cdot \left(100 - 5 \cdot \frac{0,9}{1 - 0,9}\right) = 340 \cdot \left(100 - 5 \cdot \frac{0,9}{0,1}\right) = 340 \cdot (100 - 45) = 340 \cdot 55 = 18700$ Дж $= 18,7$ кДж

Ответ: 18,7 кДж