МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Ломоносов»**

Профиль олимпиады: **ФИЗИКА**

ФИО участника олимпиады: **Тяженков Виталий Олегович**

Класс: 11

Технический балл: **81**

Дата проведения: 26 февраля 2022 года

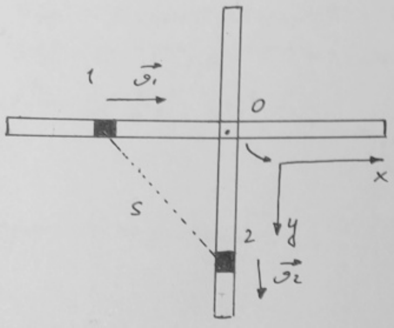
ШИФР РАБОТЫ 9392463

	1	2	3	4	$\sum$
Задача	*15*	*15*	*8*	*15*	***81***
Вопрос	*7*	*7*	*9*	*5*	

9392463

Чистовик:

Задача 1.2.1.



1) Пусть точка O – начало системы координат (XOY). Тогда, предположим, что в начальный момент времени $t=0$, автомобиль 1 имеет координату $x(0)=x_0$, а автомобиль 2 $y(0)=y_0$

2) Кинематические законы для автомобилей:

$1 \rightarrow x(t)=x_0+\vartheta_{1x}t=x_0+\vartheta_{1x}t$

$2 \rightarrow y(t)=y_0+\vartheta_{2y}t=y_0+\vartheta_{2y}t$

В проекциях на оси получаем:

$1 \rightarrow x(t)=x_0+\vartheta_1 t$

$2 \rightarrow y(t)=y_0+\vartheta_2 t$

3) Рассмотрим произвольный момент времени t, когда расстояние между 1 и 2 $=S$:

$$S^2=x^2(t)+y^2(t) \Rightarrow S^2=(x_0+\vartheta_1 t)^2+(y_0+\vartheta_2 t)^2$$

$$S^2=x_0^2+2x_0\vartheta_1 t+\vartheta_1^2t^2+y_0^2+2y_0\vartheta_2 t+\vartheta_2^2t^2$$

$$S^2=\left((x_0^2+y_0^2)+(2x_0\vartheta_1 t+2y_0\vartheta_2 t)\right)+(\vartheta_1^2t^2+\vartheta_2^2t^2) \quad (*)$$

4) Найдем производную у-ния (*), т.к в этот момент $S=min$: $\Rightarrow$ полученная производная $=0$:

$$(S^2)'=2x_0\vartheta_1+2y_0\vartheta_2+2\vartheta_1^2t+2\vartheta_2^2t \Rightarrow (S^2)'=0$$

$$2x_0\vartheta_1+2y_0\vartheta_2+2\vartheta_1^2t+2\vartheta_2^2t=0 \Rightarrow 2t(\vartheta_1^2+\vartheta_2^2)=-2(x_0\vartheta_1+y_0\vartheta_2)$$

$$t=\underbrace{\frac{-(x_0\vartheta_1+y_0\vartheta_2)}{\vartheta_1^2+\vartheta_2^2}}$$ – время, при котором $S=min$

5) Рассмотрим момент времени $t+\tau$, когда расстояние между 1 и 2 $=2S$

$$\left.\begin{aligned} x(t+\tau)&=(x_0+\vartheta_1(t+\tau)) \\ y(t+\tau)&=y_0+\vartheta_2(t+\tau) \end{aligned}\right\} \quad S_2^2=(x(t+\tau))^2+(y(t+\tau))^2, \text{ где } S_2=2S$$

$$4S^2=\left(x_0+\vartheta_1(t+\tau)\right)^2+\left(y_0+\vartheta_2(t+\tau)\right)^2$$

$$4S^2=x_0^2+2x_0\vartheta_1(t+\tau)+\vartheta_1^2(t+\tau)^2+y_0^2+2y_0\vartheta_2(t+\tau)+\vartheta_2^2(t+\tau)^2$$

$$4S^2=x_0^2+2x_0\vartheta_1 t+2x_0\vartheta_1\tau+\vartheta_1^2(t^2+2\tau t+\tau^2)+y_0^2+2y_0\vartheta_2 t+2y_0\vartheta_2\tau+\vartheta_2^2(t^2+2t\tau+\tau^2)$$

$$4S^2=(x_0^2+y_0^2+2x_0\vartheta_1 t+2y_0\vartheta_2 t)+(2x_0\vartheta_1\tau+2y_0\vartheta_2\tau)+\vartheta_1^2t^2+2\vartheta_1^2t\tau+\vartheta_1^2\tau^2+\vartheta_2^2t^2+2\vartheta_2^2t\tau+\vartheta_2^2\tau^2$$

из у-ния (*) получим значение $(x_0^2+y_0^2+2x_0\vartheta_1 t+2y_0\vartheta_2 t)$

$$S^2=(x_0^2+y_0^2+2x_0\vartheta_1 t+2y_0\vartheta_2 t)+\vartheta_1^2t^2+\vartheta_2^2t^2 \Rightarrow (x_0^2+y_0^2+2x_0\vartheta_1 t+2y_0\vartheta_2 t)=$$

$$=\underline{S^2-\vartheta_1^2t^2-\vartheta_2^2t^2}$$

тогда:

$$4S^2=S^2-\vartheta_1^2t^2-\vartheta_2^2t^2+(2x_0\vartheta_1\tau+2y_0\vartheta_2\tau)+\vartheta_1^2t^2+\vartheta_2^2t^2+2t\tau(\vartheta_1^2+\vartheta_2^2)+\vartheta_1^2\tau^2+\vartheta_2^2\tau^2$$

$$3S^2=2x_0\vartheta_1\tau+2y_0\vartheta_2\tau+2t\tau(\vartheta_1^2+\vartheta_2^2)+\vartheta_1^2\tau^2+\vartheta_2^2t^2$$

подставим t: $3S^2=2x_0\vartheta_1\tau+2y_0\vartheta_2\tau+2\tau\cdot\left(-\frac{(x_0\vartheta_1+y_0\vartheta_2)}{\vartheta_1^2+\vartheta_2^2}\right)\cdot(\vartheta_1^2+\vartheta_2^2)+\vartheta_1^2\tau^2+\vartheta_2^2\tau^2$

Чистовик:

Задача 1.2.1. (продолжение)

$$3S^2 = 2x_0\vartheta_1\tau + 2y_0\vartheta_2\tau + 2\tau(-x_0\vartheta_1 - y_0\vartheta_2) + \vartheta_1^2\tau^2 + \vartheta_2^2\tau^2$$

$$3S^2 = \vartheta_1^2\tau^2 + \vartheta_2^2\tau^2 \Rightarrow \vartheta_1^2\tau^2 = 3S^2 - \vartheta_2^2\tau^2 \Rightarrow \vartheta_1^2 = \frac{3S^2 - \vartheta_2^2\tau^2}{\tau^2}$$

$$\vartheta_1^2 = 3\left(\frac{S}{\tau}\right)^2 - \vartheta_2^2 \longrightarrow \boxed{\vartheta_1 = \sqrt{3\left(\frac{S}{\tau}\right)^2 - \vartheta_2^2}}$$

подставляя значения: $\vartheta_1 = \sqrt{3\cdot\left(\frac{100\,м}{10\,с}\right)^2 - 36^2\,\frac{км^2}{ч^2}} = \sqrt{300\,\frac{м^2}{с^2} - 36^2\,\frac{км^2}{с^2}} = \left|36\,\frac{км}{ч} = 10\,м/с\right| =$

$$= \sqrt{300-100} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}\left(\frac{м}{с}\right) = 10\sqrt{2}\cdot\frac{3600}{1000} =$$

$$= 10\sqrt{2}\cdot\frac{36}{10} = \frac{360}{10}\sqrt{2} = 36\sqrt{2}\left(\frac{км}{ч}\right)$$

Ответ: $\vartheta_1 = \sqrt{3\left(\frac{S}{\tau}\right)^2 - \vartheta_2^2} = 36\sqrt{2}\,\frac{км}{ч}$

Ответ на вопрос:

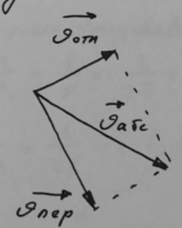
1. Скорость – физическая векторная величина, характеризующая быстроту и направление движения физического тела (наблюдаемого объекта). Обозначается, как правило, следующим образом: $\vec{\vartheta}$, где $|\vec{\vartheta}|$ – величина скорости, а знак „$\rightarrow$" указывает на то, что эта величина является вектором.

2. Закон сложения скоростей (ЗСС): абсолютную скорость движения тела относительно инерциальной системы отсчета (как правило, в задачах это Земля) можно представить как сумму вектора скорости, с которой это тело движется относительно некоторой выбранной системы отсчета, и вектора скорости, с которой эта система отсчета движется относительно инерциальной системы отсчета:

$\vec{\vartheta}_{абс}$ – абсолютная скорость тела в ИСО

$\vec{\vartheta}_{отн}$ – скорость тела относительно выбранной СО

$\vec{\vartheta}_{пер}$ – переносная скорость – скорость СО относительно ИСО



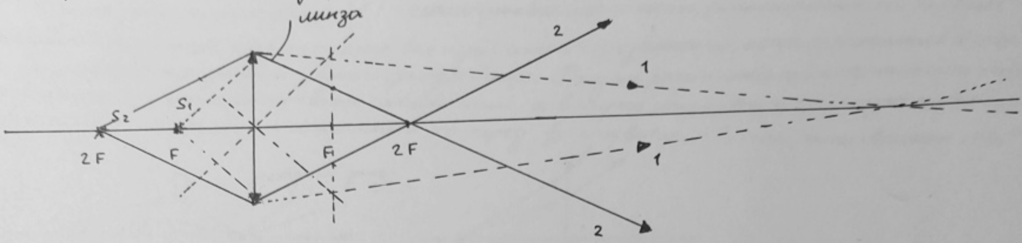
$$\boxed{\vec{\vartheta}_{абс} = \vec{\vartheta}_{отн} + \vec{\vartheta}_{пер}}$$

9392463

Чистовик:

Задача 4.1.1.

1) Изобразим источник в двух положениях и проанализируем полученный рисунок:

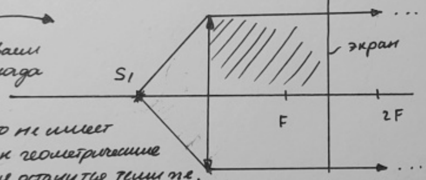


2) Если проанализировать ход лучей от источника в положении 1 и 2, то можно заметить: описанная ситуация (в условии, когда $D = 5$ см (S_1), а $d = 3$ см (S_2)), реализуется в том случае, если разместить экран между F и 2F линзы. (или между O и F, или между 2F...)

3) Следует заметить, что лучи, вышедшие из линзы после преломления (от источника S_1), пойдут практически параллельно главной оптической оси линзы, что доказывается из формулы тонкой линзы:

для S_1: $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{F} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{f} = 0 \Rightarrow f \to \infty \Rightarrow$ лучи // ГОО

рассматриваем ситуацию, когда экран между F и 2F, но это не имеет значения, т.к геометрические соотношения останутся теми же.

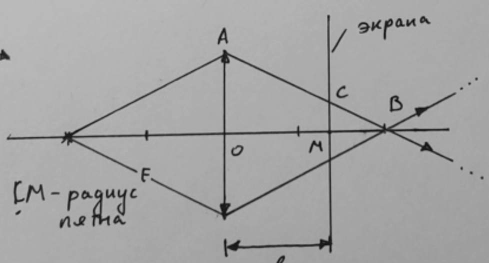


$\Rightarrow$ тогда $\frac{D}{2}$ – боковая сторона образовавшегося прямоугольника (он заштрихован) →

→ кроме этого, из геометрии $\frac{D}{2}$ = радиусу линзы

R – радиус линзы $\Rightarrow R = \frac{D}{2}$

4) Рассмотрим лучи, идущие от источника S_2:



$CM = \frac{d}{2}$; CM – радиус пятна

Рассмотрим образовавшийся ΔAOB:

$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{2F} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}$

$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{2F} \Rightarrow f_2 = 2F$

лучи пересекутся в 2F линзы.

5) $\Delta AOB \sim \Delta CBM$ (по 2-м углам: $\angle OAB = \angle MCB$; $\angle CMB = \angle AOB$)

$\Downarrow$

$\frac{AO}{CM} = \frac{OB}{MB} \Rightarrow \frac{\frac{D}{2}}{\frac{d}{2}} = \frac{OB}{MB} \Rightarrow \frac{D}{d} = \frac{OB}{MB}$, где $OB = f_2 = 2F$, $MB = OB - OM = 2F - l$

$\frac{D}{d} = \frac{2F}{2F - l} \Rightarrow 2FD - Dl = 2Fd \Rightarrow 2F(D - d) = Dl \Rightarrow F = \frac{Dl}{2(D-d)}$

подставим значения: $F = \frac{5 \cdot 8}{2 \cdot (5-3)} = \frac{40}{4} = 10$ (см)

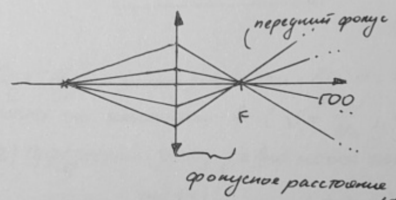
Ответ: 10 см

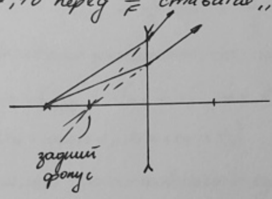
Чистовик:

Задание 4.1.1 (продолжение)

Ответы на вопросы:

1. Фокусное расстояние линзы (F) измеряется в метрах (F = [м]) – геометрическое место точек, расположенное на главной оптической оси линзы, где сходятся все лучи или их продолжения, после преломления в линзе. Различают передний и задний фокусы линзы. Фокусное расстояние принято считать положительным из математических соображений, а в случае использования формулы тонкой линзы считать: если линза собирающая, то перед $\frac{1}{F}$ ставится „+", если рассеивающая, то „-".



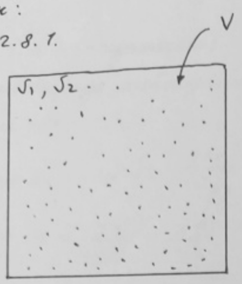


2. Оптическая сила тонкой линзы (D) – величина, равная обратному фокусному расстоянию линзы ($\frac{1}{F}$). Если линза собирающая, то $D > 0$, если рассеивающая, – $D < 0$. Измеряется в диоптриях ([D] = дптр]

9392463

Чистовик:

Задача 2.8.1.



1) Заметим, что сгорание водорода происходит при довольно высоких температурах, из-за чего, вся образовавшаяся при сгорании вода превратится в водяной пар:

$$2H_2 + O_2 = 2H_2O\downarrow \quad (1)$$

из у-ния (1) видно, что для полного сгорания водорода необходимо вдвое меньшее химическое кол-во кислорода: $\nu_{O_2} = \frac{1}{2}\nu_{H_2} = \frac{1}{2}\nu_1$ (очевидно, что необходимо определить, хватит ли кислорода)

Несложно заметить, что хим. кол-во образовавшейся воды будет равно хим. кол-ву H_2 => $\nu_{H_2O} = \nu_{H_2} = \nu_1$ => весь водяной пар будет иметь такое же хим. кол-во ($\nu = \frac{N}{N_A}$, $N_A = const$, $N = const$)

2) Определим, чему равно новое хим. кол-во оставшегося сухого воздуха:

$$w(O_2) = \frac{m(O_2)}{m_{воздуха}} \Rightarrow w(O_2) = \frac{\nu_{O_2}\cdot M_{O_2}}{M_B\cdot\nu_2} \Rightarrow m(O_2) = w(O_2)M_B\nu_2 = \underbrace{wM_B\nu_2}_{\text{масса кислорода в воздухе.}}$$

зная, что на реакцию с H_2 понадобилось $\frac{1}{2}\nu_1$ моль, найдем массу кислорода, которая на это ушла:

$$m_{O_2\ на\ пар} = \frac{1}{2}\nu_1\cdot M_{O_2} \Rightarrow \text{оставшаяся масса кислорода:}$$

$$m_{остав.} = m_{O_2} - m_{O_2\ на\ пар}$$

$$m_{остав} = wM_B\nu_2 - \frac{1}{2}\nu_1 M_{O_2} = \underbrace{wM_B\nu_2 - \frac{1}{2}M_{O_2}\nu_1}$$

3) тогда хим. кол-во O_2, оставшееся после реакции найдется как:

$$\frac{m_{остав}}{M_{O_2}} = \frac{wM_B\cdot\nu_2 - \frac{1}{2}M_{O_2}\nu_1}{M_{O_2}} = w\nu_2\cdot\frac{M_B}{M_{O_2}} - \frac{1}{2}\nu_1$$

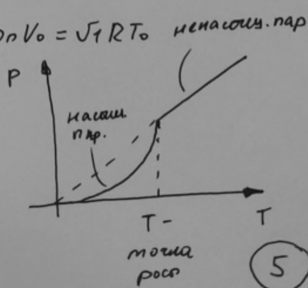
4) хим. кол-во всего воздуха после реакции: $\nu_{CB} = \nu_{без\ O_2} + w\nu_2\cdot\frac{M_B}{M_{O_2}} - \frac{1}{2}\nu_1$

$$\nu_{CB} = \left(\nu_2 - w\nu_2\frac{M_B}{M_{O_2}}\right) + w\nu_2\frac{M_B}{M_{O_2}} - \frac{1}{2}\nu_1 = \underbrace{\nu_2 - \frac{1}{2}\nu_1 = \nu_{CB}}$$

5) В результате сгорания, в сосуде останется $\underbrace{\text{сухой воздух}}_{\nu_{CB} = \nu_2 - \frac{1}{2}\nu_1}$ и $\underbrace{\text{водяной пар}}_{\nu_П = \nu_1}$.

- у-ние Менделеева-Клапейрона для сухого воздуха: $p_{CB}V_0 = \nu_{CB}RT_0 \Rightarrow p_{CB}V_0 = (\nu_2 - \frac{1}{2}\nu_1)RT_0$
- у-ние Менделеева-Клапейрона для пара: $p_П V_0 = \nu_П RT_0 \Rightarrow p_П V_0 = \nu_1 RT_0$

В начальном состоянии водяной пар был ненасыщенным:



- после охлаждения до $t = 20°C = T_1$ (предположим, что пар не сконденсировался)

$$p_{CB}^* V_0 = (\nu_2 - \frac{1}{2}\nu_1)RT_1$$

$$p_П^* V_0 = (\nu_П)RT_1 \Rightarrow p_П^* = \frac{\nu_П RT_1}{V_0}$$

- Если все, сделанные вами предположения оказались верными,

Чистовик:

Задача 2. 8. 1. (продолжение)

а в первую очередь, необходимо было проверить, хватит ли O_2 на сгорание всего водорода

• проверим это:

$$\nu_{\text{оставш.}O_2} = w\nu_2 \cdot \frac{M_в}{M_{O_2}} - \frac{1}{2}\nu_1 = 0{,}23 \cdot 1 \cdot \frac{29 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} - \frac{1}{2} \cdot 0{,}05$$

$$\nu_{\text{оставш.}O_2} = \frac{23}{100} \cdot \frac{29}{32} - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{100} = \frac{1}{100}\left(\frac{23 \cdot 29}{32} - \frac{5}{2}\right) = \frac{1}{100} \cdot \left(\frac{23 \cdot 29 - 5 \cdot \overset{16}{\cancel{32}}}{32}\right) =$$

$$= \frac{1}{100} \cdot \left(\frac{23 \cdot 29 - 5 \cdot \overset{16}{\cancel{32}}}{32}\right) > 0$$ => отсюда делаем вывод, что сгорит весь ~~н~~водород ($\nu_{пара} = \nu_1$)

Тогда: $p^* = \frac{\nu_1 R T_1}{V_0}$ => $\varphi = \frac{p^*}{p_{нас}} = \frac{\nu_1 R T_1}{p_{нас} V_0}$

подставляем значение:

$$\varphi = \frac{0{,}05 \cdot 8{,}31 \cdot (20 + 273)}{2330 \cdot 0{,}1} = \frac{293 \cdot 5 \cdot 831}{2330 \cdot 1000} =$$

$$= \frac{1207415}{2330000}$$

Ответ: $\varphi = \frac{1207415}{2330000}$

Ответы на вопросы:

1. Парообразование бывает двух видов – кипение и испарение.

Парообразование

кипение

парообразование со всего объема жидкости, в т.ч. и внутренних слоев

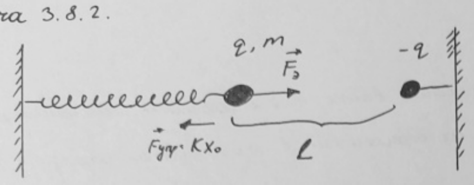
испарение:

парообразование с поверхности жидкости

2. Удельная теплота парообразования ($r = \frac{Q}{m}$, $[r] = \frac{Дж}{кг}$) – Количество теплоты (постоянное), которое необходимо подвести к нагретому до температуры кипения ~~телу~~ (жидкости), т (газу), чтобы ~~испарить~~ 1 кг этой жидкости (газа) превратился в пар.

Чистовик:

Задача 3.8.2.

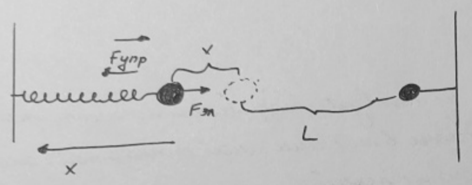


1) Найдем деформацию пружины в начальный момент времени:

$$\left.\begin{aligned} &\text{II ЗН: } Kx_0 = F_э \\ &F_э = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{L^2}\end{aligned}\right\} Kx_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{L^2}$$

$$\underbrace{x_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{KL^2}}\quad (1)$$

2) Рассмотрим систему в произвольный момент времени (учитывая, что шарик сместился на некоторое x от начального положения)



II ЗН на ОХ:

$$ma_x = F_{упр} - F_{эл}$$

$$ma_x = K(x_0 - x) - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{(L+x)^2}$$

$$ma_x = K(x_0 - x) - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{L^2(1+\frac{x}{L})^2}$$

$$ma_x = Kx_0 - Kx - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{L^2(1+\frac{x}{L})^2} \quad \longrightarrow \left(1+\frac{x}{L}\right)^2 = 1 + \frac{2x}{L}$$

$$ma_x + Kx = Kx_0 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{L^2(1+\frac{2x}{L})} \Rightarrow ma_x + Kx = Kx_0 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{L^2+2xL}$$

$$ma_x + Kx = K\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{KL^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{L^2+2xL}$$

$$ma_x + Kx = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{L^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{L^2+2xL}$$

$$ma_x + Kx + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{L^2+2xL} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{L^2}$$

$$ma_x + \frac{Kx(4\pi\varepsilon_0)(L^2+2xL) + q^2}{4\pi\varepsilon_0(L^2+2xL)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{L^2} \quad (2)$$

уравнение (2) не удается свести к дифференциальному у-нию гармонических колебаний

$$a_x + w^2 x = w^2 x_1$$

если бы это удалось, то решение бы выглядело так:

$$x(t) = x_1 + A\sin wt + B\cos wt \longrightarrow \left.\begin{aligned} &x(0) = x_1 + B \Rightarrow B = -x_1 \\ &x'(0) = 0 = A \Rightarrow A = 0\end{aligned}\right\} \begin{aligned} &x(t) = x_1 - B\cos wt \\ &x(t) = x_1(1-\cos wt)\end{aligned}$$

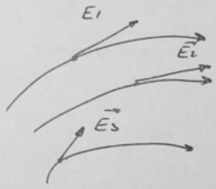
причем из этого у-ния мог бы найти w^2, $w = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

у-ние $k(w)$, содержало бы неизвестную K, тогда из него бы мог и найти K.

9392463

ответы на вопросы:

1. Напряженность электрического поля – физическая векторная величина, численно равная отношению силы, с которой поле действует на внесенный в него пробный заряд, к величине этого заряда ($\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$).



2. Если в некоторой области пространства существует сразу несколько электрических полей, то вектор результирующей напряженности в той или иной точке этой области равен векторной сумме напряженности каждого из полей в этой точке.

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E_i}$$