Выход: 12:56 – 12:58

0 436655 880009

43-66-55-88
(30.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 4

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов – 2023"
наменование олимпиады

по космонавтике
профиль олимпиады

Дрофы Тимура Максимовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«4» марта 2023 года

Подпись участника

43-66-55-88
(30:1)

Чистовик 64 (шестьдесят четыре) В.С. / Сазонов В.В. /

N4

//программа на c++;

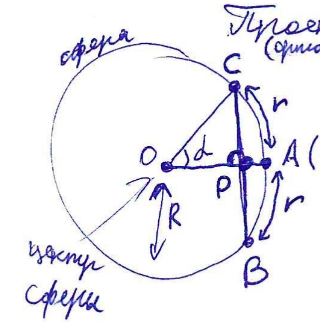
В. (Вдовкина В.Е.)

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main() //начало
{
    string a,b;
    cin>>a>>b;  //ввод строк
    int n = a.size(); //длина первой
    int m = b.size(); //длина второй
    int ind=-1;
    for (int i=0; i<n; i++){
        int cnt=0;                                //ищем совпадение
        for (int j=0; j<m; j++){   if(i+j >= n) break;
            if(a[i+j]==b[j]) cnt++;
            else break;
        }
        if (cnt+i == n){ //совпало ли?
            ind=i;
            break;
        }
    }
    if (ind==-1) ind = n;  //если нет совпадений
    for (int i=0; i<ind; i++){ //выводим не совпад. у первой
        cout<<a[i];
    }
    for (int i=0; i<m; i++){ //выводим вторую
        cout<<b[i];
    }
    return 0; //конец)
}
```

Чистовик

№2

Проекция окружности и сферы на плоскость (ортогональная) проходящую через прямую OA.



BC – измеряемая окружность на сфере

т. P – пересечение BC и OA.

$PB = R_*$ (радиус „настоящий")

т. P – центр получается „настоящей" окружности

D – макс. расстояние на сфере ⇒ расстояние между диаметрально противоположными точками.

Если R – радиус сферы ⇒ $D = \pi_0 R$

(r – длина дуги от центра A к окружности)

α – угол между OC и OA.

$$\Downarrow \quad \alpha = \frac{r}{R} = \frac{\pi_0 r}{\pi_0 R} = \frac{\pi_0 r}{D}$$

(угол в радианах)

очевидно, раз $AC = AB$, то и $CP = PB \Rightarrow \angle OPC = 90°$

$$CP = OC \cdot \sin\alpha = R \cdot \sin\left(\frac{\pi_0 r}{D}\right)$$

$$L \text{ (длина окружности)} = 2\pi_0 \cdot CP = 2\pi_0 R \sin\left(\frac{\pi_0 r}{D}\right) =$$
$$= 2D\sin\left(\frac{\pi_0 r}{D}\right)$$

по формуле жителей: $L = 2\pi r$

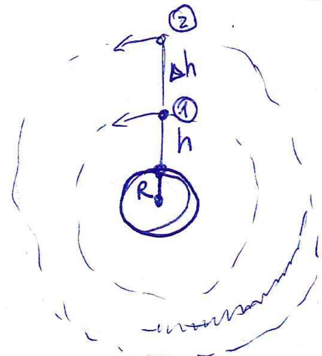
$$\pi = \frac{L}{2r} = \boxed{\frac{D\sin\left(\frac{\pi_0 r}{D}\right)}{r}}$$

верный ответ

43-66-55-88 (30.1)

Чистовик

№3.



$h = 250$ км
$\Delta h = 25$ км
$R = 6400$ км
$\eta = ?$

~~$E_к$ при переходе на другую орбиту полная энергия спутника не изменилась:~~

~~$E_{к_1} + E_{п_1} = E_{к_2} + E_{п_2}$~~

~~(скажем, что уровень 0, был на орбите 1 $\Rightarrow E_{п_1} = 0$)~~

$\Delta E_к =$ ~~$E_{к_1} - E_{к_2} = mg_2(\Delta h + h + R) - mg_1(h+R)$~~

$= m \cdot \left(\frac{v_1^2}{2} - \frac{v_2^2}{2}\right) =$ ~~$m \cdot GM \cdot \left(\frac{1}{\Delta h + h + R} - \frac{1}{h+R}\right)$~~

масса спутника не дана $\Rightarrow$ надо искать отношение кин. энергий.

ошибка в выборе

$$\eta = \frac{E_{к_2}}{E_{к_1}} = \frac{\frac{\cancel{m} v_1^2}{\cancel{2}}}{\frac{\cancel{m} v_2^2}{\cancel{2}}} = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{\frac{GM}{(R+h)}}{\frac{GM}{(R+h+\Delta h)}} = \frac{R+h+\Delta h}{R+h} =$$

перепутаны индексы

Спутник движется по окружн.:

$$g = a_{ц.с.} = \frac{v^2}{R}$$

$$g_1 = G\frac{M}{(R+h)^{\cancel{2}}} = \frac{v_1^2}{\cancel{(R+h)}}$$

$$g_2 = G\frac{M}{(R+h+\Delta h)^{\cancel{2}}} = \frac{v_2^2}{\cancel{(R+h+\Delta h)}}$$

арифм. ошибка

$$= \frac{6475 \text{ км}}{6425 \text{ км}} \approx 1{,}00778 \text{ раз}$$

арифм. ошибка

если $g_з$ на земле $\approx 9{,}8$ м/с²:

$$g_з = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow GM = \mu \approx 40140{,}8 \cdot 10^4 \approx$$
$$\approx 4 \cdot 10^8 \text{ м}^3/\text{с}^2$$

если m было бы известно, то:

$$\Delta E_к = m \cdot \left(\frac{GM}{2(R+h)} - \frac{GM}{2(R+h+\Delta h)}\right)$$

Ответ: в 1,00778 раз

в целом решение верное, но неверный выбор η и арифм. ошибки

2

Чистовик

№1

$$f(x) = x + \frac{x}{\sqrt[3]{x^3-1}} - 2023 \qquad g(x) = x + \frac{x}{\sqrt[3]{x^3-1}}$$

$$f(x_0) = 0 \Longrightarrow g(x_0) = 2023$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x_i = \frac{x_{i-1}}{\sqrt[3]{(x_{i-1})^3 - 1}}}$$

$$x_0 + x_1 = x_0 + \frac{x_0}{\sqrt[3]{x_0^3-1}} = $$

$$= g(x_0) = 2023$$ верно

$$x_2 = \frac{x_1}{\sqrt[3]{x_1^3 - 1}} = \frac{\frac{x_0}{\sqrt[3]{x_0^3-1}}}{\sqrt[3]{\left(\frac{x_0}{\sqrt[3]{x_0^3-1}}\right)^3 - 1}} = \frac{x_0}{\sqrt[3]{\left(\frac{x_0^3}{x_0^3-1} - 1\right)(x_0^3-1)}} =$$

верно

$$= \frac{x_0}{\sqrt[3]{1}} = x_0 \Rightarrow x_3 = x_1$$

Получается $x_i = \begin{cases} x_0, \text{ если } i \overset{2}{\equiv} 0 \\ x_1, \text{ если } i \overset{2}{\equiv} 1 \end{cases}$ верно

$$\cancel{x_0} \; x_0 + x_1 + x_2 + \ldots + x_{2023} = \sum_{i=0}^{i=2023} x_i =$$

$$= \sum_{i=0}^{i=1011} (x_{2i} + x_{2i+1}) = \sum_{i=0}^{i=1011} (x_0 + x_1) = 1012 \cdot g(x_0) =$$

$$= 1012 \cdot 2023 = 2047276$$ верный ответ

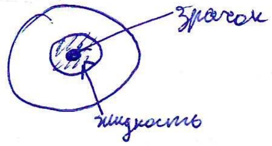
Ответ: 2047276

43-66-55-88
(30.1)

Чистовик

№6.

Как известно, сам зрачок плавает в жидкости,
и не мгновенно останавливается,
а затем фокусируется.



Есть мысль в правильном направлении.

В невесомости, когда космонавт поворачивает резко голову, то она приобретает импульс (и всё тело тоже). Повернуть голову, и тут же остановиться не получится, поэтому и зрачок не сразу фокусируется, потому что организм думает, что ещё двигается.

каким образом

Чтобы уменьшить воздействие этого эффекта, надо каждый раз быстро фиксировать ~~Вы~~ голову после поворота, какими-то штуками. Можно ещё вообще не поворачивать голову, ~~или~~ можно, например, всё ~~...~~ видео транслировать на экран, не придётся ~~...~~ поворачивать голову. Или всё автоматизировать.

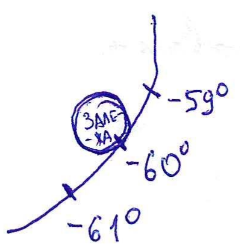
Чистовик

№5.

а) Заметим, что на −60° ~~высоте~~ широте происходит резкий скачок в ~~в~~ уровне воды =>
=> там, предположительно, находиться залежи.
(скачок на почти 19 м, если максимумы только на чуть больше 1 м в других местах)

Скачок происходит из-за неоднородности массы в этом месте планеты
~~из-за плотность металлов сильна~~

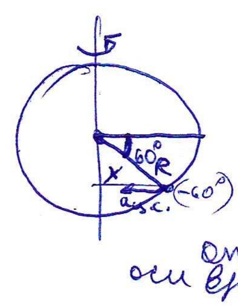
б) вода может свободно перемещатся, поэтому раз уровень ~~потенциальная энергия~~ воды на −60° параллеле (всё стремиться минимизировать $E_{пот}$) намного больше, чем на соседних => $E_{потенциальная}$ меньше на той же высоте, что и на соседн. параллелях



~~поскольку залежа мала:~~

Сравним $E_{пот}$ на $\underbrace{-60^\circ}_{E_2}$ парал. с $\underbrace{60^\circ}_{E_1}$ парал.:

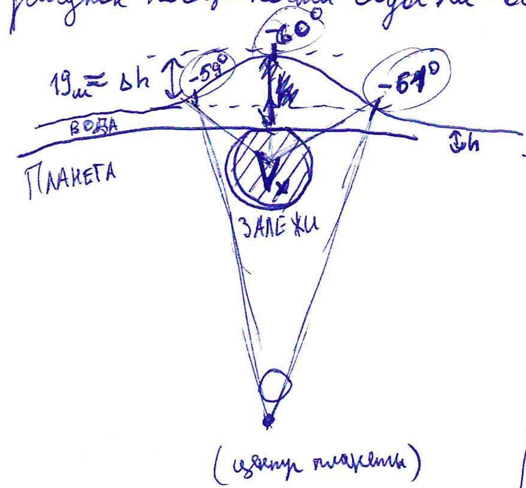
~~$E_1 = m_0 \cdot g_{пр} \cdot R$~~ (капелька воды)
~~$\parallel$~~
~~$E_2 = m_0 \cdot g_M$~~



Найдём скорость верхнего слоя воды относительно оси вращения

$$\frac{v_0^2}{R} = a_{ц.с} = G\frac{M}{R^2} \Rightarrow v_0^2 = \frac{GM}{R}$$

рисунок поверхности воды на −60 парал.



Чистовик

$\rho_п$ = плотность планеты

$\rho_м$ = плотность металла

$\Rightarrow \rho_м < \rho_п$

r – радиус залежи

$V_п = \frac{4}{3}\pi R^3$

$\rho_п = \frac{3M}{4\pi R^3}$

$E_2 = E_1$

$E_2 - E_1 = 0$

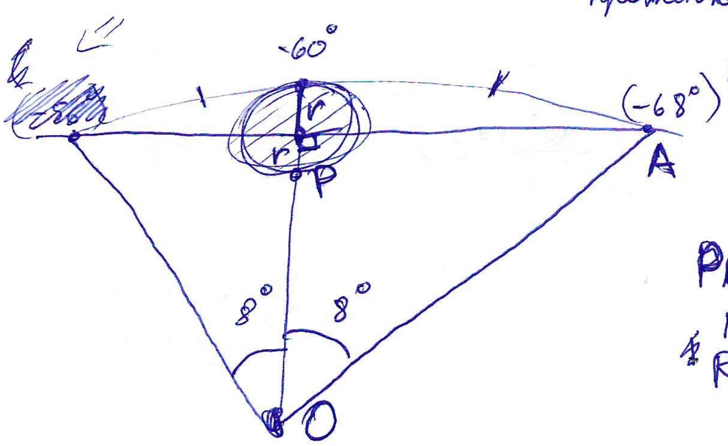
$m_0 g_2 (h+\Delta h) - m_0 g_1 (h+r) = 0$

$g_2 (r + h + \Delta h) = g_1 (h + r)$

$G \frac{m_м}{r+h+\Delta h} = G \frac{m_п}{r+h} \Leftrightarrow G \frac{\rho_м \cdot V_x}{r+h+\Delta h} = G \frac{\rho_п \cdot V_x}{r+h}$

$\boxed{\rho_м} = (r+h+\Delta h) \cdot \rho_п = (r+h+\Delta h) \cdot \frac{3M}{4\pi R^3}$

начиная с −68° парал. изменения высоты протекают почти также, как и на северном полушарии



$PA \perp PO$

$PO = R\cos\alpha$

$R - r \Rightarrow \boxed{r} = R - PO =$

$= R - R\cos\alpha =$

$= R \cdot (1 - \cos\alpha) =$

$= 6{,}37 \cdot 10^6 \cdot (1 - \cos 8°)$

$D = 2r = 2 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6 (1 - \cos 8°) \Rightarrow \rho_м$ – нашли

Черновик

$$X_2 + X_3 = X_2 + \frac{X_2}{\dots}$$

$$X_2 = \frac{X_1}{\sqrt[3]{x_0^3-1}} = \cancel{\underbrace{x_0 + \frac{x_0}{\sqrt[3]{(x_0)^3-1}}}_{2023} + \frac{\overbrace{x_0+\frac{x_0}{\sqrt[3]{(x_0)^3-1}}}^{2023}}{\sqrt[3]{\underbrace{\left(x_0+\frac{x_0}{\sqrt[3]{x_0-1}}\right)^3-1}_{2023}}}} =$$

$$= \frac{\frac{x_0}{\sqrt[3]{(x_0)^3-1}}}{\sqrt[3]{\left(\frac{x_0}{\sqrt[3]{x_0^3-1}}\right)^3-1}} = \frac{x_0}{\sqrt[3]{(x_0^3-1)\left(\frac{x_0^3}{x_0^3-1}-1\right)}} =$$

$$= \frac{x_0}{\sqrt[3]{\cancel{x_0^3}-\cancel{x_0^3}+1}} = x_0$$

$$X_2 = \frac{X_1}{\sqrt[3]{(x_1)^3-1}} = \frac{\frac{x_0}{\sqrt[3]{(x_0)^3-1}}}{\sqrt[3]{\left(\frac{x_0}{\sqrt[3]{x_0^3-1}}\right)^3-1}} =$$

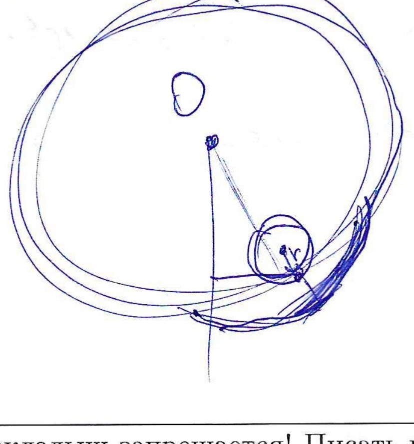
$$= \frac{x_0}{\sqrt[3]{x_0^3-1}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{x_0^3}{x_0^3-1}-1}} = \frac{x_0}{\sqrt[3]{(\cancel{x_0^3-1})\left(\frac{\cancel{x_0^3}-\cancel{x_0^3}+1}{\cancel{x_0^3-1}}\right)}} =$$

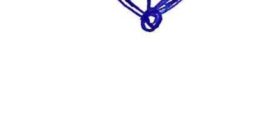
$$= \frac{x_0}{\sqrt[3]{1}}$$

$x_0 = 2$

$x_1 = \frac{2}{\sqrt[3]{7}} > 1$

$x_2 = \frac{\frac{2}{\sqrt[3]{7}}}{\sqrt[3]{\frac{8}{7}-1}} = 2$





Черновик

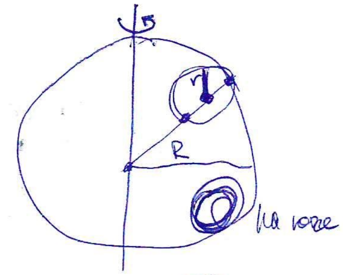
$x_0 + x_1 = 2023$

$f(x) = x + \frac{x}{\sqrt[3]{x^3-1}}$

$g(x) = x + \frac{x}{\sqrt[3]{x^3-1}} - 2023$

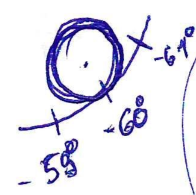
$x_0 + x_1 = f(x_0)$

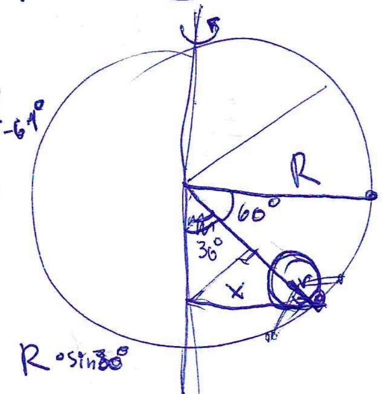
$x_0 + x_1 - 2023 = g(x_0)$



$\vartheta = \frac{2\pi R}{T}$

-60° почти на 19м





$\cancel{m_0} a = Mg + mg$

$\frac{m_0 \vartheta^2}{2} = m_0 g R + m_0 g_м r$

$x = R \cdot \sin 30°$

$a_{цс} = \frac{1}{2} \frac{\vartheta^2}{x} = \frac{1}{2} \frac{4\pi^2 x}{T^2} = \frac{\pi^2 R}{T^2}$

$g_м = \frac{G M_м}{r^2} = \frac{G V_м \cdot \rho_м}{r^2} = \frac{G \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_м}{r^2} = G \frac{4}{3}\pi r \rho_м$

$g_м = \frac{4}{3} G \pi r \rho_з$

$g_0 R_0 = g_0 R_2 - g_м r + g_м r$

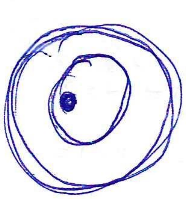
$m_0 g_0 \cdot R = \cancel{m_0 g_м}$

$\cancel{m_0 g_0 R_0 = m_0 g_0 R_2 - m_0 g_м r + m_0 g_м \cdot r}$

$\cancel{m_0 g_м R} = m_0 g_м \cdot r$

g

$m_м$ $\boxed{-37° \mid -58°}$



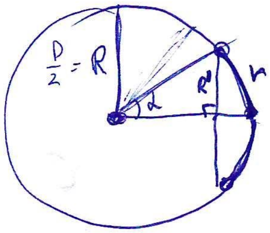
$m_0 g_0 R = m_0 g_x R + m_0 g_м \cdot r$

$R \cdot (g_0 - g_x) = g_м \cdot r$

$R \cdot (G (M$

Черновик

2 +
4 +
3?
6?



$\alpha = \frac{r}{R}$ $\boxed{V}$ в рад.

$R' = R \cdot \sin\alpha = R \cdot \sin\left(\frac{r}{R}\right)$ $\boxed{V} = \frac{D}{2} \cdot \sin\left(\frac{2r}{D}\right)$

$L = 2\pi_0 R' = \underbrace{2\pi_0 R \cdot \sin\left(\frac{r}{R}\right)}_{1} = D\pi_0 \cdot \sin\left(\frac{2r}{D}\right)$

$L = 2\pi r$ $\pi = \frac{2\pi_0 R \sin\left(\frac{r}{R}\right)}{2r} = \frac{\pi_0 D \sin\left(\frac{2r}{D}\right)}{2r}$

$\frac{2r}{R}$ $r = \frac{\pi_0 R}{4} \Rightarrow \ldots = \frac{\pi_0}{4}$

$x_0 + \frac{x_0}{\sqrt[3]{x_0^3 - 1}} = 2023$

$x_0 + x_1 = x_0 + \frac{x_0}{\sqrt[3]{x_0^3-1}} = \underbrace{2023}$ $\Rightarrow x_0 = 2023 - x_1$

$x_1 = 2023 - x_0$

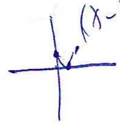
$\cancel{x_1 = 2023 - x_0}$

$\cancel{x_1 + x_2 = 2023 - x_0 + \frac{x_1}{\sqrt[3]{x_1^3 - 1}}}$ $-x_1 + \frac{2023 - x_1}{\sqrt[3]{\ldots - 1}} = 0$

$x_2 + x_3 = x_2 + \frac{x_2}{\sqrt[3]{x_2^3 - 1}} \ldots$

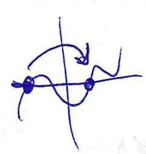
$(x-1)^2 = y$ $2023 - x_1 - \sqrt[3]{\ldots - 1}\, x_1 = 0$

$x_2 = \frac{2023 - x_0}{\sqrt[3]{(2023 - x_0)^3 - 1}}$ $2023 = x_1 + \sqrt[3]{\ldots - 1}\, x_1$



$x_1 \cdot \left(1 + \sqrt[3]{(2023-x_1)^3 - 1}\right) = 2023$

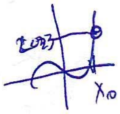
$x_1 + \frac{x_1}{\ldots} = \frac{2023}{\sqrt{\ldots}}$



$\underbrace{x_0 + x_1}_{2023} + \underbrace{x_2 + x_3}_{}$

$x_2 + \frac{x_2}{\sqrt[3]{\ldots}}$

$f(x_2)$



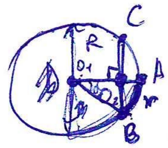
$x_0 + x_1 = f(x_0) = 2023$

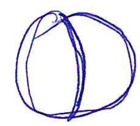
$f(x_1) = f(2023 - x_0) =$

Черновик

$M_п$ $R_п$ T

$g_п$





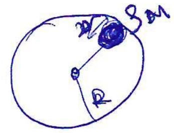
$O_2B = xr$

$\sin\angle AO_1O_2 = \dfrac{r}{\frac{\pi R}{2}}$

$\sin\alpha = \dfrac{r}{\frac{\pi R}{2}}$

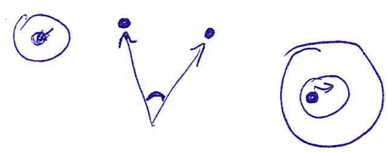
$R' = R\cdot\sin\alpha = \dfrac{2r}{\pi}$

$L = 2\pi R' = 4r$



от 6 м/с до 0 м/с

$M_п \approx g_п\cdot(V_п - V_м) + g_м\cdot V_м$



a − n

b − m

Л О Д К А + К А Т Е Р

Ввод:

```
string a, b;
cin >> a >> b;
int n = a.size()
int m = b.size()
int ind = -1
```

```
int ind = -1
for(int i=0; i<n; i++) {
    int max=0;
    for(int j=0; j<m; j++) {
        if (a[i+j] == b[j]) max++;
        else break;
    }
    if (max+i == n) {
        ind = i;
        break;
    }
}
if (ind == -1) ind = n;
for(int i=0; i<ind; i++) {
    cout << a[i]
}
for(int i=0; i<m; i++) {
    cout << b[i]
}
return 0.
```

ЧЕРНОВИК

$$x + \frac{x}{\sqrt[3]{x^3-1}} = 2023$$

$x \neq 1$

x_0

$$x_i = \frac{x_{i-1}}{\sqrt[3]{(x_{i-1})^3-1}} \qquad \sum_{i=0}^{2023} x_i$$

$2023 : 7 = 289$

$289 : 17 = 17$

$49 \cdot 17 = 833$

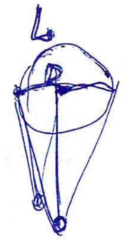
$289 \cdot 7 = 2023$

$17 \cdot 7 = 119$

$17 \cdot 17 = 289$

$2023 = 7 \cdot 17^2$

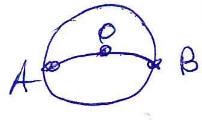
$L = 2xr \Rightarrow x = \frac{L}{2r}$



D-длина дуги диаметра

r-длина дуги

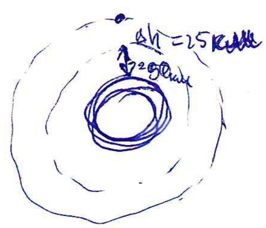
$D = 2R$ (вселенной)



AO

$AB = 2AO$

$\frac{v^2}{R} = G\frac{M}{}$



$\Delta h = 25$ км

$E_{k_1} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow E_{k_1} = \frac{mGM}{2(R+h)}$

$\frac{v^2}{R+h} = G\frac{M}{(R+h)^2} \Rightarrow$

$g = G\frac{M}{(R+x)^2}$

$E_{полн} = const$

$E_{k_2} = \frac{mGM}{2(R+h+\Delta h)}$

$mMG = ?$

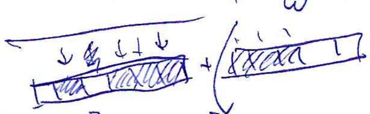
$$\underbrace{mGM \cdot \left(\frac{1}{2(R+h)} - \frac{1}{2(R+h+\Delta h)}\right)}_{A} + GMm\left(\frac{1}{R+h} + \frac{1}{R+h+\Delta h}\right) = 0$$

$gR = GM$

$mg(R+x) = \frac{GMm}{R+x}$

$mgR = \frac{GMm}{R}$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$



$\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}$

$\omega^2 R = \frac{v^2}{R}$

$\omega R = v$

$T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T}$